

Generowanie trajektorii minimalno-czasowych robota eksperymentalnego

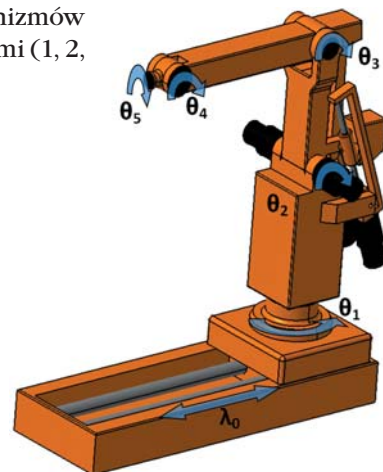
► Marcin Lubiński

Artykuł prezentuje trzecią część pracy poświęconej sterowaniu robotem eksperymentalnym z wykorzystaniem systemu wizyjnego. Publikacja przedstawia metodykę generowania trajektorii ruchu napędów w minimalnym czasie. Przeliczenie współrzędnych naturalnych położenia i orientacji efektora na współrzędne naturalne napędów jest pierwszą częścią algorytmu. Następnym etapem jest wygenerowanie trajektorii minimalno-czasowych dla każdego napędu oraz ujednolicenie ich do wartości maksymalnej, która decyduje o czasie zakończenia ruchu. Przedstawiony algorytm ma zastosowanie do robota eksperymentalnego zbudowanego na bazie manipulatora IRb-6 umieszczonego na torze jezdny LP-1, lecz można go stosować w innych robotach o dowolnej liczbie napędów.

Planowanie trajektorii robota o otwartym łańcuchu kinematycznym jest problemem istotnym zarówno ze względu na użytkowanie robota jak i na sterowanie nim. Podczas realizacji dowolnego zadania niezbędne jest sprecyzowanie, w jaki sposób zmieniać położenie wszystkich złączy robota (zarówno liniowych jak i obrotowych), aby wykonać zaplanowane zadanie. Każdy stopień swobody sterowany jest oddzielnie. Z kolei złożenie ruchów wszystkich stopni swobody składa się na ruch efektora. Podejście, które umożliwia niezależny ruch każdego stopnia swobody, nazywane jest ruchem w przestrzeni złączy lub w przestrzeni wewnętrznej. W trakcie generowania trajektorii ruchu, oprócz punktów początkowego i końcowego, należy uwzględnić ograniczenia wynikające z możliwości napędu, takie jak maksymalna prędkość i przyspieszenie. Dodatkowo przebiegi powinny być dostatecznie gładkie, aby wyeliminować ewentualne szarpnięcia. W tym celu kolejne pochodne względem czasu powinny być funkcjami ciągłymi [3]. W dalszej części zaprezentowana zostanie metodyka generowania trajektorii minimalno-czasowych dla robota eksperymentalnego zbudowanego z manipulatora IRb-6 poruszającego się na torze jezdny LP-1. Pokazane zostanie również ujednolicanie czasów ruchów do wartości złącza, które realizuje zadane przemieszczenie w najdłuższym czasie. Pojęcie przebiegów minimalno-czasowych dotyczy trajektorii zadanej w postaci punktów początkowego i końcowego uproszczonych równań dynamiki manipulatora. Uproszczenie polega na przyjęciu prostych zależności momentu napędowego silników w postaci $M_s = J_s \ddot{q}_s$, gdzie J_s jest stałym efektywnym momentem bezwładności napędu, a $\ddot{q}_s$ – przyspieszeniem kątowym. Artykuł jest kontynuacją problematyki sterowania robotem eksperymentalnym rozpoczętej w PAR 6/2009 [6].

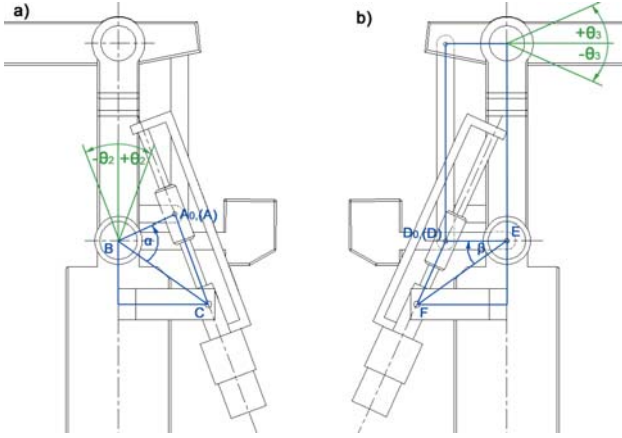
Przeliczenie współrzędnych położenia i orientacji efektora na współrzędne naturalne serwomechanizmów

Aby wygenerować trajektorię ruchu serwomechanizmów napędowych robota, należy uzyskać wartości początkowe i końcowe ich ruchów. Informacją wyjściową do wyznaczenia ww. wartości jest macierz położenia i orientacji efektora definiująca jednoznacznie pozycję punktu charakterystycznego efektora w przestrzeni kartezjańskiej. Żądane położenia punktu charakterystycznego w trakcie ruchu robota należy sprawdzić pod względem przynależności do przestrzeni roboczej. Wykorzystując zadanie kinematyki odwrotnej omówione w [1], otrzymamy sześć współrzędnych naturalnych członów opisujących pozycję wszystkich złączy ruchowych robota (rys.1). Poszczególne serwomechanizmy przekazują napęd na odpowiednie człony robota poprzez zespoły napędowe. Współrzędne naturalne członów $\lambda_0, \theta_1 - \theta_5$ powiązane są ze współrzędnymi naturalnymi serwomechanizmów $\theta_{s0} - \theta_{s5}$ zależnościami (1, 2, 3, 4, 5, 6) [1].



Rys. 1. Robot eksperymentalny ze współrzędnymi naturalnymi członów

► mgr inż. Marcin Lubiński – Instytut Automatyki Politechniki Śląskiej



Rys. 2. Układ zespołu napędowego: a) złącza nr 2, b) złącza nr 3

$$\theta_{s0} = 2\pi \cdot \frac{k_0 \cdot \lambda_0}{h_0} \quad (1)$$

$$\theta_{s1} = k_1 \cdot \theta_1 \quad (2)$$

$$\theta_{s2} = \frac{2\pi}{h_2} \left(A_0C - \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos(\alpha - \theta_2)} \right) \quad (3)$$

$$\theta_{s3} = \frac{2\pi}{h_3} \left(D_0F - \sqrt{DE^2 + EF^2 - 2DE \cdot EF \cdot \cos(\beta - \theta_2 - \theta_3)} \right) \quad (4)$$

$$\theta_{s4} = k_4 \cdot (\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \quad (5)$$

$$\theta_{s5} = k_4 \cdot (\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) - k_4 \cdot k_5 \cdot \theta_5 \quad (6)$$

Parametry k_0 , k_1 , k_4 i k_5 są wartościami przełożeń przekładni falowych odpowiednich serwomechanizmów; h_0 , h_2 i h_3 są skokami śrub zespołów napędowych złącza nr: 0 – tor jezdny, 2 i 3. Symbole AB, BC i A_0C występujące we wzorze (3) są stałymi konstrukcyjnymi opisującymi układ położenia serwomechanizmu i śruby napędowej względem osi obrotu złącza naturalnego nr 2 znajdującego się w punkcie B (rys. 2a). Kąt α jest kątem zawartym pomiędzy BC i AB dla przypadku gdy złącze θ_2 znajduje się w pozycji bazowej $\theta_2 = 0$. Parametry DE, EF, D_0F i β zawarte w formule (4) są analogicznymi wartościami do ww., opisującymi układ napędowy złącza obrotowego nr 3 (rys. 2b). Wyprowadzenia i uzasadnienia parametrów występujących w formułach (1–6) można znaleźć w pracach [1] i [4].

Publikacja [1] zawiera również formuły przeciwnie do (1–6) umożliwiające wyznaczenie współrzędnych naturalnych członów na podstawie danych współrzędnych naturalnych serwomechanizmów. Wzory te umożliwiają określenie położenia i orientacji efektora dla położenia zespołów napędowych odczytanych z enkoderów.

Generowanie trajektorii minimalno-czasowych

Dla wcześniej wyznaczonych i sprawdzonych współrzędnych naturalnych serwomechanizmów można rozpocząć generowanie trajektorii. Przebiegi drogi, pręd-

kości i przyspieszenia uzależnione są od drogi SD (7) jaką ma do pokonania napęd [5].

$$SD = qs_k - qs_p \quad (7)$$

qs_p – współrzędna punktu początkowego

qs_k – współrzędna punktu końcowego.

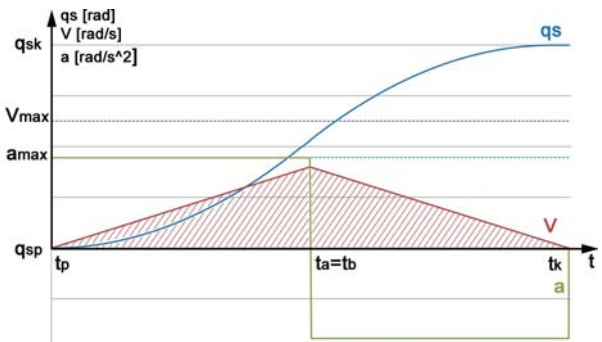
Czasy t_a , t_b i t_k (rys. 3, 4, 5) uzależnione są od SD, maksymalnej prędkości V_{max} i maksymalnego przyspieszenia a_{max} napędu. Droga SD zadawana jest przez użytkownika, maksymalna prędkość uzależniona jest od możliwości napędu, a przyspieszenie (8) wyznaczyć można stosując drugą zasadę dynamiki dla ruchu obrotowego.

$$a_{max} = \frac{F_{Nmax}}{J_s} \quad (8)$$

F_{Nmax} [Nm] jest momentem siły napędowej, a J_s [kg·m²] efektywnym momentem bezwładności. Do wyznaczenia maksymalnego przyspieszenia dla poszczególnych złączy napędowych przyjęte zostały graniczne wartości F_{Nmax} i J_s przy maksymalnym obciążeniu chwytaka ładunkiem o masie 6 kg [2, 5]. Wyznaczenie czasów zmiany rodzaju ruchu: t_a – z jednostajnie przyspieszonego na jednostajny, t_b – z jednostajnego na jednostajnie opóźniony, t_k – z jednostajnie opóźnionego do całkowitego zatrzymania, wymaga zakwalifikowania do jednego z trzech przypadków. Kwalifikacja odbywa się poprzez porównanie zadanej drogi z polem powierzchni S_{WYZN} pod wykresem prędkości o trójkątnym kształcie (rys. 4) dla prędkości V_{max} wyliczanej ze wzoru (9) [5]:

$$S_{WYZN} = \frac{V_{max}^2}{a_{max}} \quad (9)$$

Pierwszy z możliwych przypadków przedstawiający wykres z przebiegami na rys. 3 reprezentuje sytuację dla $|SD| < S_{WYZN}$. Jest to sytuacja gdy napęd rozpędzając się z maksymalnym przyspieszeniem a_{max} osiąga połowę zadanej drogi i rozpoczyna hamowanie przed osiągnięciem prędkości maksymalnej V_{max} . Wartość czasu końcowego t_k , w którym odbędzie się ruch napędu, wyznaczyć należy ze wzoru (10). Z racji iż w przypadku tym nie występuje ruch ze stałą maksymalną prędkością, czasy t_a i t_b są sobie równe i wynoszą (11)

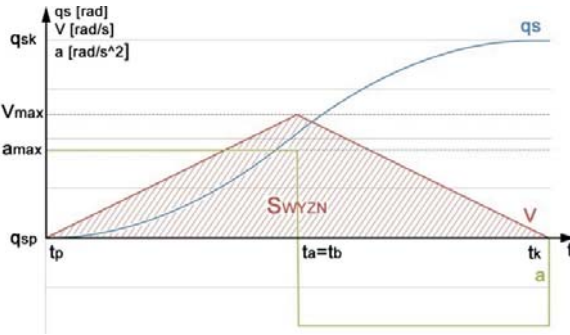


Rys. 3. Przykładowe przebiegi przemieszczenia (qs), prędkości (V) i przyspieszenia (a) dla przypadku $|SD| < S_{WYZN}$

$$t_k = 2 \cdot \sqrt{\frac{|SD|}{a_{\max}}} \quad (10)$$

$$t_a = t_b = \frac{t_k}{2} \quad (11)$$

Drugi z omawianych przypadków reprezentuje sytuację gdy napęd rozpędzając się z maksymalnym przyspieszeniem $a_{\max}$ osiąga połowę zadanej drogi w momencie osiągnięcia prędkości maksymalnej $V_{\max}$. Po osiągnięciu $V_{\max}$ ruch natychmiast zmienia się z jednostajnie przyspieszonego w jednostajnie opóźniony, zatrzymując się w chwili t_k , którą oblicza się z zależności (12). Przypadek ten definiuje zależność $|SD| = S_{WYZN}$, a zilustrowany został wykresami na rys. 4.



Rys. 4. Przykładowe przebiegi przemieszczenia (qs), prędkości (V) i przyspieszenia (a) dla przypadku $|SD| = S_{WYZN}$

$$t_k = 2 \cdot \frac{V_{\max}}{a_{\max}} \quad (12)$$

Tak jak w poprzednim przypadku ruch ze stałą prędkością nie występuje i czas t_a pokrywa się z czasem t_b , wyliczyć je należy jako połowę czasu końcowego t_k (11). Prawdopodobieństwo występowania ww. przypadku jest najmniejsze spośród trzech przedstawianych.

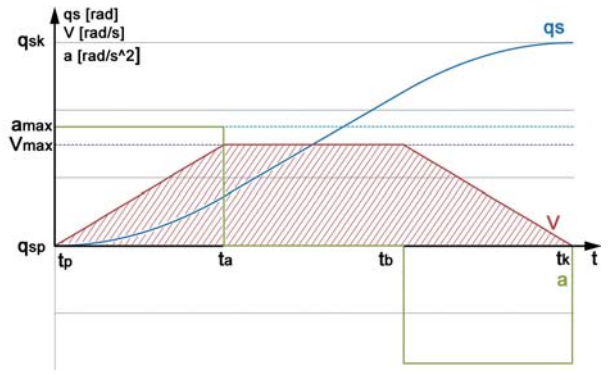
Ostatni omawiany przypadek dotyczy sytuacji, w której napęd po osiągnięciu prędkości $V_{\max}$ pracuje przez pewien okres czasu ($t_b - t_a$) ruchem jednostajnym ze stałą maksymalną prędkością $V_{\max}$, następnie po osiągnięciu czasu t_b rozpoczyna hamowanie, które trwa do chwili t_k , w której następuje zakończenie ruchu i zatrzymanie napędu. Przebiegi czasowe przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia zaprezentowano na rys. 5. Stosunek drogi SD i pola powierzchni S_{WYZN} kwalifikujący do prezentowanego przypadku opisuje zależność: $|SD| > S_{WYZN}$. Aby wyznaczyć czasy t_b i t_a zmian rodzajów ruchu, należy rozwiązać formuły (13) i (14), czas zakończenia ruchu napędu uzyskamy sumując wcześniej wyznaczone czasy (15) [5].

$$t_a = \frac{V_{\max}}{a_{\max}} \quad (13)$$

$$t_b = \frac{|SD|}{V_{\max}} \quad (14)$$

$$t_k = t_a + t_b \quad (15)$$

Dla wyliczonych czasów zmian rodzajów ruchu utworzyć należy trzy przedziały czasowe, w których



Rys. 5. Przykładowe przebiegi przemieszczenia (qs), prędkości (V) i przyspieszenia (a) dla przypadku $|SD| > S_{WYZN}$

wygenerowane zostaną przebiegi przemieszczenia qs napędu. Pierwszy przebieg czasowy zawiera się w przedziale $0 \leq t \leq t_a$ i opisuje ruch jednostajnie przyspieszony. Funkcje opisującą zależność położenia od czasu przedstawia wzór (16):

$$qs(t) = qsp + \frac{a_{\max} \cdot t^2}{2} \quad \text{dla } 0 \leq t \leq t_a \quad (16)$$

Drugi przedział zawierający się pomiędzy $t_a \leq t \leq t_b$ opisuje ruch jednostajny. Występuje on tylko w przypadku gdy $t_a \neq t_b$, w pozostałych przypadkach jest on pomijany. Funkcje położenia od czasu prezentuje zależność (17):

$$qs(t) = qs(t_a) + V(t_a) \cdot (t - t_a) \quad \text{dla } t_a \leq t \leq t_b \quad (17)$$

Ostatni przedział odpowiedzialny za wyhamowanie napędu zawarty jest pomiędzy $t_b \leq t \leq t_k$. W tym przedziale odbywa się zakończenie ruchu napędu i prawidłowe jego pozycjonowanie, niezbędne do osiągnięcia wymaganej dokładności. Zależność (18) przedstawia funkcję położenia.

$$qs(t) = qs(t_b) + V(t_b) \cdot (t - t_b) - \frac{a_{\max} \cdot (t - t_b)^2}{2} \quad (18)$$

dla $t_b \leq t \leq t_k$

Przebiegi prędkości V i przyspieszenia a można wyznaczyć wyliczając pierwszą i drugą pochodną przemieszczenia qs względem czasu t , lub licząc prędkości i przyspieszenia chwilowe w przyjętych odstępach czasowych Δt . Wielkość Δt uzależniona jest od pożądanej przez użytkownika dokładności generowanych przebiegów. Zaprezentowaną metodykę generowania trajektorii minimalno-czasowych należy zastosować oddzielnie dla każdego z N napędów manipulatora.

Ujednolicanie czasów ruchu wszystkich napędów

Ze względu na różniące się właściwości poszczególnych napędów oraz zakresy zadawanej drogi SD do pokonania, składającej się na końcowy ruch efektora, każdy napęd realizuje zadane przemieszczenie w innym czasie t_{kN} (N – numer kolejnego napędu wystę-

pującego w robocie, dla robota eksperymentalnego $N=1-6$). Najdłuższy przebieg (największa wartość t_{kN}) decyduje o efektywnym czasie realizacji zadanej trajektorii. Ponieważ każdy z N przebiegów wygenerowany został w minimalnym czasie, wykorzystane w nim zostały maksymalne, dostępne wartości przyspieszenia i prędkości co sprzyja szybszemu zużywaniu się napędów ze względu na pracę w ekstremalnych warunkach. Zbędne jest, aby każdy napęd realizował swoje zadanie w minimalnym czasie gdyż o końcowym kompletnym przemieszczeniu decyduje przebieg o najdłuższym czasie. Sugerowanym rozwiązaniem jest dopasowanie czasów realizacji ruchu pozostałych napędów do największej wartości t_{kN} . Zabieg taki pozwoli na płynniejszy ruch efektora, zakończenie ruchów każdego złącza w tym samym momencie oraz mniejsze obciążenie napędów, a co za tym idzie wydłużenie ich żywotności.

Aby wyrównać czasy pracy napędów podczas realizacji zadanej trajektorii należy wybrać spośród wygenerowanych trajektorii minimalno-czasowych najdłuższy czas t_{kMAX} , do którego będą dostosowywane pozostałe. W przypadku potrzeby dostosowania czasów nie do wartości najdłuższej lecz do wartości większej wynikającej z oddzielnych wymagań jako czas t_{kMAX} przyjąć należy pożądaną wartość, w którym ma się zakończyć ruch. Następnie należy wyznaczyć wartości korygujące kr_N czasy dla każdego napędu (19).

$$kr_N = \frac{t_{kMAX}}{t_{kN}} \quad \text{dla } N \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad (19)$$

Posiadając wartości kr_N dla każdego napędu wyznaczyć należy nowe wartości czasów zmian rodzajów ruchów t_{au} , t_{bu} i t_{ku} uwzględniające równoczesne zakończenie pracy wszystkich napędów. W tym celu należy skorzystać z formuł (20):

$$\begin{aligned} t_{auN} &= t_{aN} \cdot kr_N \\ t_{buN} &= t_{bN} \cdot kr_N \\ t_{kuN} &= t_{kN} \cdot kr_N \end{aligned} \quad \text{dla } N \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad (20)$$

Po tak przeprowadzonych obliczeniach czasy t_{kuN} dla każdego N będą sobie równe. Posiadając już wszystkie niezbędne parametry do wygenerowania ujednoliconych przebiegów przemieszczenia q_{s_u} należy je wyznaczyć stosując funkcje opisane zależnościami (16, 17, 18) zastępując w nich wszystkie czasy, czasami ujednoliconymi (21):

$$\begin{aligned} t_{aN} &= t_{auN} \\ t_{bN} &= t_{buN} \\ t_{kN} &= t_{kuN} \end{aligned} \quad \text{dla } N \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad (21)$$

Pamiętać należy również o wygenerowaniu nowych przebiegów prędkości V_u oraz przyspieszenia a_u . Stosowane we wzorach (19, 20, 21) wartości N od 1 do 6 odpowiadają 6 napędom występującym w robocie eksperymentalnym oraz generowanym im przebiegom. W przypadku robota o innej liczbie napędów, liczba ta może się dowolnie zmieniać w zależności od wymagań.

Podsumowanie

Praca w pierwszej części prezentuje przejście ze współrzędnych położenia i orientacji efektora poprzez współrzędne naturalne członów do współrzędnych naturalnych serwomechanizmów napędowych. Przedstawione formuły przeliczenia współrzędnych mają zastosowanie tylko do robota eksperymentalnego. Zaprezentowana w dalszej części pracy metodologia generowania trajektorii ruchu napędów robota eksperymentalnego jest niezbędnym elementem w oprogramowaniu, którego zadaniem jest efektywne sterowanie pracą robota. Metodologię tą z powodzeniem można stosować w dowolnym robocie o dowolnej liczbie napędów. Nie istnieją również przeciwwskazania do wykorzystania jej w celu sterowania pracą napędu w aplikacji nie związanej z robotyką.

Generowanie trajektorii w dwóch etapach, polegające na wyznaczeniu w pierwszej kolejności wszystkich przebiegów minimalno-czasowych, a następnie ujednoliceniu ich do maksymalnej wartości czasu, która decyduje o efektywności pracy wszystkich napędów, z powodzeniem może być stosowane oddzielnie. Użytkownik może zdecydować czy zastosować ujednolicenie, oraz do jakiej wartości. W przypadku jednego napędu ujednolicenie czasu nie będzie występować.

Przedstawiony algorytm został wykorzystany do utworzenia oprogramowania w programie Matlab 6.5 do kompleksowej kontroli nad napędami występującymi w robocie eksperymentalnym. Oprogramowanie to jest jednym z modułów które w połączeniu z pozostałymi takimi jak: sprawdzanie przestrzeni roboczej [6], rozwiązywanie zadania kinematyki odwrotnej oraz modulem odpowiedzialnym za współpracę z systemem wizyjnym, ma na celu autonomiczne sterowanie robotem eksperymentalnym na podstawie informacji wizyjnej. Wszystkie składowe moduły po przetestowaniu będą musiały zostać zaimplementowane w środowisku programowym (C++) robota eksperymentalnego

Bibliografia

1. Szkodny T.: *Modelowanie i symulacja ruchu manipulatorów robotów przemysłowych*. Wyd. Politechniki Śląskiej, Gliwice 2004.
2. Szkodny T.: *Nastawy serwomechanizmów pozycyjnych PID robotów przemysłowych*. Prace Naukowe Elektronika, praca zbiorowa pod red. Pawłowskiego Z. [i in.]. Warszawa 2008, T. II, z. 166, s. 407-418.
3. Kozłowski K., Dutkiewicz P., Wróblewski W.: *Modelowanie i sterowanie robotów*. PWN, Warszawa 2003.
4. Szkodny T.: *Manipulatory robotów przemysłowych Modele matematyczne*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1990.
5. Materiały z wykładu: *Układy napędowe robotów przemysłowych* [źródło niepublikowane], Szkodny T. 2007/2008.
6. Lubiński M.: *Analityczny opis przestrzeni roboczej robota eksperymentalnego*. PAR 06/2009, s. 40-42.