

Przegląd reguł osiągnięcia trybu ślizgowego w układach dyskretnych

Piotr Leśniewski

Politechnika Łódzka, Instytut Automatyki, ul. B. Stefanowskiego 18/22, 90-924 Łódź

Streszczenie: Stosując znane reguły osiągnięcia trybu ślizgowego, rozpoczyna się działanie od określenia pożądanego przebiegu zmiennej ślizgowej. Następnie projektowany jest regulator gwarantujący, że zmienna ślizgowa układu będzie podążać za wybranym przebiegiem. Przewagą tej metody nad „klasycznym” sterowaniem ślizgowym jest zapewnienie lepszej kontroli nad dynamiką układu i spełnienie ograniczeń zmiennych stanu już podczas fazy osiągnięcia trybu ślizgowego. W artykule przedstawiony zostanie przegląd prac naukowych dotyczących reguł osiągnięcia trybu ślizgowego dla układów czasu dyskretnego. Wskazane i omówione zostaną różnice i podobieństwa między przebiegami stosowanymi przez badaczy.

Słowa kluczowe: dyskretne sterowanie ślizgowe, reguły osiągnięcia trybu ślizgowego

1. Wprowadzenie

Niniejszy artykuł jest przetłumaczoną na język polski, uaktualnioną i rozszerzoną wersją referatu konferencyjnego [22]. Sterowanie ślizgowe jest szeroko znaną metodą projektowania regulatorów [16, 30, 37], stosowaną również do nieliniowych, zmiennych w czasie systemów, których parametry nie muszą być dokładnie znane. Głównymi jej zaletami jest odporność na zakłócenia oraz wymaganie niewielkiej mocy obliczeniowej. Sterowanie ślizgowe zostało najpierw opracowane na potrzeby układów ciągłych. Jednak współcześnie, niemal zawsze regulator implementowany jest w cyfrowym urządzeniu (np. mikrokontrolerze, sterowniku PLC). Z tego powodu dyskretne sterowanie ślizgowe szybko zostało istotnym kierunkiem badań.

Przy zastosowaniu sterowania ślizgowego wybrana zostaje hiperpowierzchnia ślizgowa w przestrzeni stanu, do której trajektoria stanu zostanie ograniczona. Kształt i orientacja tej hiperpowierzchni będą miały kluczowe znaczenie dla dynamiki otrzymanego układu zamkniętego. Pojęciem blisko powiązanim z tą powierzchnią jest zmienna ślizgowa. Jej wartość jest dodatnia, gdy stan jest po jednej stronie powierzchni, ujemna po drugiej stronie oraz równa zero, jeśli stan jest dokładnie na hiperpowierzchni. Bezwzględna wartość tej zmiennej rośnie, jeśli stan oddala się od powierzchni ślizgowej. Zadanie sprowadzenia i utrzymania stanu układu na hiperpowierzchni ślizgowej można sprowadzić do zadania wyzerowania wartości zmiennej ślizgowej. Jedną z niewielu wad sterowania ślizgowego jest ryzyko wystąpienia tzw. chatteringu, czyli gwałtownych oscylacji stanu

wokół powierzchni ślizgowej. Przy odpowiednim zaprojektowaniu regulatora można to zjawisko ograniczyć lub wyeliminować.

W klasycznym sterowaniu ślizgowym proponuje się regulator, a następnie wykazuje, że zapewnia on zbieżność do hiperpowierzchni w skończonym czasie stanu i pozostanie na niej. Stosując alternatywne podejście projektowania regulatora, czyli reguły osiągnięcia trybu ślizgowego, kolejność postępowania jest w pewnym sensie odwrócona. Najpierw wybierany jest pożądaný przebieg zmiennej ślizgowej, dla układów ciągłych zwykle jako zależność między pochodną zmiennej ślizgowej a jej aktualną wartością, a dla układów dyskretnych zależność między zmienną ślizgową w następnej chwili a jej aktualną wartością. Następnie dobierany jest regulator, który zapewni uzyskanie wybranego przebiegu. Nie jest konieczne wykazywanie stabilności ruchu ślizgowego, gdyż wynika ona bezpośrednio z zastosowanej reguły. Dodatkowo podejście to umożliwi większą kontrolę nad dynamiką układu i maksymalnymi wartościami zmiennych stanu w fazie osiągnięcia trybu ślizgowego.

Niniejsza praca dotyczy sterowania ślizgowego układami dyskretnymi, które można przedstawić w postaci

$$\mathbf{x}[(k+1)T] = \mathbf{f}[\mathbf{x}(kT), u(kT), \mathbf{d}(kT), kT], \quad (1)$$

gdzie \mathbf{x} oznacza wektor stanu, u – sygnał sterujący, \mathbf{d} – wektor zakłóceń działających na obiekt, k oznacza indeks kolejnej chwili dyskretyzacji, a T – czas dyskretyzacji. Wiele z wymienionych dalej prac dotyczy liniowych układów stacjonarnych, czyli takich, w których ogólny wzór przybiera postać

$$\mathbf{x}[(k+1)T] = \mathbf{A}\mathbf{x}(kT) + \mathbf{b}u(kT) + \mathbf{d}(kT), \quad (2)$$

gdzie \mathbf{A} to macierz stanu, \mathbf{b} to wektor wejścia.

Reguły osiągnięcia trybu ślizgowego można podzielić na przełączające i nieprzełączające, w zależności od tego, czy zapewniają przekraczanie płaszczyzny ślizgowej w trakcie ruchu ślizgowego. Grupy te zostaną omówione w dwóch kolejnych rozdziałach.

Autor korespondujący:

Piotr Leśniewski, piotr.lesniewski@p.lodz.pl

Artykuł recenzowany

nadesłany 12.07.2019 r., przyjęty do druku 12.09.2019 r.



Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 3.0

2. Przełączające reguły osiągnięcia trybu ślizgowego

Stosowanie reguł osiągnięcia trybu ślizgowego zostało po raz pierwszy zaproponowane [17] dla układów czasu ciągłego. Opracowano tam trzy reguły, w których prędkość zbieżności była: stała, stała plus proporcjonalna do wartości zmiennej ślizgowej, oraz powiązana ze zmienną ślizgową funkcją potęgową. Następnie autorzy rozszerzyli swoje rozważania [18] na układy czasu dyskretnego. W układach dyskretnych niemożliwe jest wymuszenie idealnego ruchu ślizgowego (wymagałoby to znajomości wartości zakłócenia oddziałującego w kolejnej chwili), zatem autorzy zaproponowali ruch quasi-ślizgowy, zdefiniowany następująco:

- Stan układu musi zbiegać monotonicznie do powierzchni ślizgowej z dowolnego położenia początkowego i przeciąć ją w skończonym czasie.
- Po pierwszym przecięciu, stan musi przecinać powierzchnię w każdym kolejnym okresie dyskretyzacji.
- Amplituda wynikających z pkt. 2 oscylacji nie może rosnąć, a stan musi pozostać w określonym otoczeniu powierzchni, nazwanym pasmem ruchu quasi-ślizgowego.

Następnie autorzy zaproponowali regułę, w której szybkość zbieżności jest sumą dwóch wyrażeń: stałego i proporcjonalnego do aktualnej wartości zmiennej ślizgowej (odpowiednik reguły „stałej plus proporcjonalnej” [17]). Dla układu bez zakłóceń zbieżność ta jest dana wzorem

$$s[(k+1)T] = (1-qT)s(kT) - \varepsilon T \operatorname{sgn}[s(kT)], \quad (3)$$

w którym s oznacza zmienną ślizgową, $\varepsilon > 0$ i $q \in (0, 1/T)$ to parametry regulatora. Dla układu poddanego zakłóceniom, przebieg ten jest zmieniony w następujący sposób:

$$s[(k+1)T] = (1-qT)s(kT) - (\varepsilon + S_2 + F_2) \operatorname{sgn}[s(kT)] + \tilde{S} + \tilde{F} - S_1 - F_1, \quad (4)$$

gdzie \tilde{S} , \tilde{F} są nieznanymi wpływami niepewności modelowania i zakłóceń zewnętrznych na zmienną ślizgową; S_1 i F_1 oznaczają średnie wartości tych funkcji, a S_2 i F_2 odpowiadają największym możliwym różnicom między wartością średnią a rzeczywistą.

Następnie wykazano [2], że parametry reguły (4) muszą spełniać warunek

$$\frac{qT\varepsilon T}{2(1-qT)} > S_2 + F_2 \quad (5)$$

aby istnienie ruchu quasi-ślizgowego było zapewnione.

Reguła (4) jest często stosowana w aktualnych pracach, zarówno w oryginalnej [28, 29, 33], jak i zmodyfikowanej [24, 34, 35, 38, 40, 42] postaci.

W referacie [28] rozważono sterowanie tzw. inteligentną strukturą. Składa się ona z bazowej konstrukcji, na której umieszczone zostają czujniki, siłowniki i regulatory. Głównym zadaniem sterowania jest ograniczenie oscylacji, w szczególności o częstotliwościach zbliżonych do częstotliwości drgań własnych konstrukcji. Aby zaprojektować regulator optymalny, wprowadzony został rozszerzony wektor stanu, z dodatkowymi zmiennymi będącymi wyjściami filtrów pasmowo przepustowych, dostrojonych do częstotliwości drgań własnych. Następnie zastosowano „klasyczne” kryterium LQR, ze zwiększonymi wagami odpowiadającymi wyjściom filtrów. W rozważanych układach

zmienne stanu (odkształcenia elementów konstrukcji) są trudne do zmierzenia. Z tego powodu rozbudowano zaproponowane podejście o różnookresowe sprzężenie od wyjścia (ang. *multi-rate output feedback*), które pozwala na estymowanie zmiennych stanu. Ostatnim krokiem było zaprojektowanie regulatora ślizgowego w oparciu o regułę zaproponowaną w pracy [18]. Rezultaty zostały zweryfikowane w symulacjach komputerowych oraz na stanowisku laboratoryjnym. Natomiast w pracy [33] omówiono zaprojektowany ślizgowy regulator predykcyjny, wykorzystując regułę opracowaną w artykule [18].

W pracy [29] przeanalizowany został wpływ czasu dyskretyzacji na ślizgowe sterowanie układami o wielu wejściach i wielu wyjściach. Autorzy założyli, że elementy macierzy sprzężeń zwrotnych zmieniają się między dwiema wartościami, zależnie od znaku odpowiedniej zmiennej ślizgowej. Wartości te nie mogą być zbyt małe, gdyż muszą kompensować zakłócenia działające na obiekt, ani zbyt duże (co nie występuje w układach ciągłych), gdyż mogłyby wzbudzić niepożądane oscylacje w układzie. Autorzy wyznaczyli wartość górnego i dolnego ograniczenia w zależności od czasu dyskretyzacji. Jeśli czas ten dąży do zera, układ działa w sposób coraz bardziej zbliżony do układu ciągłego i jedno z ograniczeń dąży do $\pm\infty$. Gdy czas ten rośnie, wartość tego ograniczenia zbliża się do drugiego, będącego funkcją zakłóceń działających na układ. Przy pewnej wartości czasu dyskretyzacji oba ograniczenia zrównują się ze sobą, przez co niemożliwe jest uzyskanie stabilnego ruchu ślizgowego dla większych wartości czasu dyskretyzacji. Autorzy proponują zastosowanie sygnału sterującego składającego się z liniowego sprzężenia od zmiennych stanu oraz nieliniowej funkcji wymuszającej zbieżność do płaszczyzny ślizgowej, mimo zakłóceń działających na układ. Następnie projektują dwa regulatory, jeden z nich oparty na regule (4), a drugi na jej modyfikacji przez zastąpienie funkcji signum funkcją nasycenia, w celu zmniejszenia chatteringu. Działanie wszystkich trzech regulatorów jest porównane w symulacjach komputerowych.

W pracy [24] zaprojektowano ślizgowy regulator napięcia w sieci DC. Autorzy rozważają zastosowanie podejścia z pracy [18], jednak skutkowałoby ono nadmiernym chatteringiem. Aby zredukować ten niekorzystny efekt, zaproponowano zmianę działania w pobliżu powierzchni ślizgowej. Kiedy wartość $|s|$ spada poniżej pewnego progu, stały parametr ε w równaniu (3) zostaje zastąpiony wyrażeniem $\beta|s(kT)|^\lambda$, gdzie β i λ są stałymi parametrami. Ponieważ to wyrażenie maleje, gdy zmienna ślizgowa dąży do zera, modyfikacja ta pozwala zmniejszyć chattering. Następnie wykazano, że w przypadku braku zakłóceń zewnętrznych, ruch quasi-ślizgowy zaproponowany w [18] jest zapewniony. Ponadto większość fazy osiągnięcia trybu ślizgowego przebiega poza wprowadzonym pasmem, więc modyfikacja ta nie wpływa znacząco na czas regulacji.

Natomiast w pracy [35] zaproponowano następującą regułę osiągnięcia trybu ślizgowego

$$s[(k+1)T] - s(kT) = -qTs(kT) - \frac{|s(kT)|}{\rho} T \operatorname{sgn}[s(kT)]. \quad (6)$$

Porównując zależność (6) z (3) można zauważyć, że stały parametr ε został zastąpiony przez wyrażenie $|s(kT)|/\rho$. Równanie (6) jest jednak niepotrzebnie skomplikowane, gdyż jego prawa strona może zostać zapisana jako $-(q+1/\rho)Ts(kT)$. Oznacza to, że nie ma sensu wybierać parametrów q i ρ niezależnie, gdyż tylko wartość $(q+1/\rho)$ będzie miała wpływ na działanie regulatora. Zatem (6) można potraktować jako regułę (3), w której $\varepsilon=0$ i dopuszczamy możliwość $qT > 1$.

W pracy [38] przeanalizowano sterowanie prędkością maszyny PMSM. Założono, że położenie wirnika jest mierzone za pomocą enkodera, a prędkość kątowna jest estymowana metodą Eulera. Zaproponowano regułę osiągnięcia trybu ślizgowego, w której

przeźren stan podzielona jest na dwa obszary. W pierwszym, składającym się z punktów dalszych od powierzchni ślizgowej niż pewna wartość progowa, szybkość zbieżności s jest duża. Prędkość ta jest redukowana w obszarze w pobliżu powierzchni ślizgowej. Odpowiada to regule (3) przy doborze $q = 0$ i przełączaniu parametru ε między dwiema wartościami. W ten sposób można zapewnić szybką zbieżność, wybierając dużą wartość ε w „zewnątrznym” obszarze, jednocześnie utrzymując chattering na dopuszczalnym poziomie, przez małą wartość ε w pobliżu powierzchni ślizgowej.

W artykule [42] autorzy proponują regułę wykorzystującą dwie funkcje potęgowe zmiennej ślizgowej

$$\begin{aligned} s[(k+1)T] - s(kT) &= \\ &= -qTs(kT) - \varepsilon_1 T |s(kT)|^\alpha \operatorname{sgn}[s(kT)] - \varepsilon_2 T |s(kT)|^\beta \operatorname{sgn}[s(kT)], \end{aligned} \quad (7)$$

gdzie ε_1 , ε_2 są dodatnimi parametrami, $q \in (0, 1/T)$, $\alpha \in (0, 1)$, a $\beta > 1$. Można zauważyć, że równanie (7) płynnie przechodzi między dwoma potęgowymi regułami. Kiedy $|s(kT)| < 1$, wyrażenie zawierające parametr α ma większe znaczenie, natomiast gdy $|s(kT)| > 1$ wyrażenie z β przyjmuje większe wartości. Ponadto parametr q , który we wszystkich wcześniej omówionych pracach był stały, może przyjmować dwie różne wartości, dla zmiennych ślizgowych o wartości bezwzględnej większej lub mniejszej od 1. Na równanie (7) można więc spojrzeć jak na rozbudowanie reguły wprowadzonej w pracy [24]. Różnica jest to, że w obu rejonach wykorzystana jest funkcja potęgowa, a przejście między dwoma różnymi prędkościami zbieżności jest bardziej płynne. Autorzy wykazali, że zastosowanie reguły (7) gwarantuje uzyskanie ruchu ślizgowego, jeżeli na obiekt nie działają zakłócenia. Aby zastosować tę regułę do prawdziwych obiektów, które zawsze są pod wpływem zakłóceń, wprowadzili oni sieć neuronową do ich estymacji i kompensacji. W obszernych symulacjach komputerowych autorzy porównali działanie kilku reguł (3), pojedynczej reguły potęgowej (równania (7) przyjmując $\varepsilon_2 = 0$) i podwójnej reguły potęgowej (7), zarówno w wersji podstawowej, jak i po rozbudowaniu o kompensację zakłóceń.

Podobne podejście do przedstawionego w [42] zostało zastosowane w referacie [14], gdzie reguła (3) jest zmodyfikowana przez zastąpienie stałego parametru ε funkcją pierwiastkową wartości bezwzględnej zmiennej ślizgowej, tzn. równanie (7) przy $\varepsilon_1 \in (0, 1)$, $\varepsilon_2 = 0$. W symulacjach komputerowych autorzy porównują swoje rozwiązanie z (3) i wykazują, że pozwala ono znacznie zmniejszyć szerokość pasma quasi-ślizgowego. W artykule [41] zastosowano regułę [14] opracowaną do zadania śledzenia punktu pracy maksymalnej mocy dla turbiny wiatrowej. Zaproponowany regulator porównany jest z „klasycznym” regulatorem ślizgowym, w którym nie zastosowano reguły osiągnięcia trybu ślizgowego podczas testów laboratoryjnych. Działanie turbiny wiatrowej „zasymulowane” jest przez dodatkowy silnik indukcyjny, sterowany przez oddzielny mikrokontroler. Oba regulatory zapewniają osiągnięcie punktu maksymalnej mocy, jednak zaproponowane podejście zmniejsza zniekształcenia napięcia i czas regulacji.

W pracy [40] funkcja signum w regule (3) została zastąpiona przez funkcję tangens, w celu zmniejszenia chatteringu. Udowodniono, że mimo tej zmiany, przy odpowiednim doborze parametrów, nadal zapewnione jest istnienie przełączającego ruchu quasi-ślizgowego. W symulacjach komputerowych reguła ta miała mniejsze pasmo nawet od nieprzełączającej reguły opracowanej w pracy [27], która zostanie omówiona w następnym rozdziale. Wydaje się jednak, że przewaga ta została uzyskana raczej przez korzystniejszy dobór parametrów dla nowej reguły

(sposób doboru nie został w żaden sposób uzasadniony) niż jej „prawdziwą” przewagę.

W artykule [34] reguła (3) została rozszerzona o kompensację zakłóceń, przy założeniu ograniczonej szybkości ich zmian. Autorzy pominęli wymagania przekraczania płaszczyzny ślizgowej w każdym kolejnym kroku. Zamiast niego wyznaczyli górne ograniczenie czasu między dwoma przekroczeniami. Dzięki tym modyfikacjom udało się uzyskać węższe pasmo ruchu quasi-ślizgowego niż w pracy [18].

W pracy [6] autorzy zaproponowali następującą regułę

$$s[(k+1)T] = \left\{ 1 - \exp \left\{ - \left[\frac{s(kT)}{s_0} \right]^{-2m} \right\} \right\} \left\{ s(kT) - s_0 \operatorname{sgn}[s(kT)] \right\} \quad (8)$$

Pierwsze wyrażenie po prawej stronie równania (8) maleje, gdy wartość zmiennej ślizgowej dąży do zera. Osłabia to działanie nieciągłej części sygnału sterującego i ogranicza chattering. Ponadto reguła (8), w przeciwieństwie do większości rozwiązań, gwarantuje górne ograniczenie prędkości zmian zmiennej ślizgowej, niezależne od warunków początkowych. Dla wielu układów jest to równoznaczne z ograniczeniem maksymalnych wartości sygnału sterującego i przynajmniej niektórych zmiennych stanu. Następnie autorzy porównują swoje rozwiązanie z (3), zarówno dla układu nominalnego jak i poddanego zakłóceniom. Nowe podejście skutkuje węższym pasmem ruchu quasi-ślizgowego oraz mniejszymi wartościami kryteriów IAE i ISE. W pracy [7] autorzy nieznacznie modyfikują regułę (8), aby zastosować ją do sterowania przepływem towarów w układzie logistycznym. Istotne właściwości, takie jak zapewnienie pełnego zaspokojenia popytu są wykazane analitycznie oraz w symulacjach komputerowych.

W referacie [19] zaproponowano połączenie nowej reguły zawierającej funkcję secans hiperboliczny z nieliniową powierzchnią ślizgową. Wykazano, na drodze symulacji komputerowych sterowania pozycją wirnika silnika DC, że zapewnia ona lepszą odporność na zakłócenia niż reguła (3) i rozwiązanie opracowane w pracy [11] (omówionej w kolejnym rozdziale). Niestety, autorzy nie przedstawili żadnych analitycznych rozważań, a w symulacjach komputerowych nie uzasadnili metody doboru parametrów trzech reguł. Oznacza to, że przewaga ich rozwiązania mogłaby okazać się mniejsza, jeśli parametry wszystkich reguł wybrane byłyby optymalnie.

Sterowanie z modelem odniesienia jest stosunkowo dobrze znaną metodologią. Polega ona na zaprojektowaniu regulatora sterującego w odpowiedni (np. optymalny) sposób modelem matematycznym obiektu. Drugi regulator, na podstawie wyjść modelu i rzeczywistego obiektu dąży do tego, aby stan obiektu podążał za stanem modelu. Podejście to zostało połączone z regulacją ślizgową w pracy [3]. Założono w niej, że modelem steruje regulator ślizgowy zaprojektowany zgodnie z regułą (3), a regulator działający na obiekt dąży do zrównania zmiennych ślizgowych obiektu i modelu. Dokładne zrównanie tych zmiennych nie jest w ogólnym przypadku możliwe, ponieważ nieznanne zakłócenie zewnętrzne działa na obiekt, ale nie na model. Wprowadzono też kompensację zakłóceń, przy założeniu ograniczonej szybkości ich zmian. W pracy wykazano, że zaproponowane rozwiązanie pozwala na poprawę odporności na zakłócenia, przy jednoczesnym zmniejszeniu generowanych wartości sygnału sterującego.

Stosunkowo nowym i interesującym kierunkiem badań jest połączenie reguł osiągnięcia trybu ślizgowego ze zmiennymi ślizgowymi o wyższym względnym rzędzie [12]. Zmienna ślizgowa o rzędzie równym jeden zmienia swoją wartość pod wpływem sygnału sterującego po jednym okresie dyskretyzacji. Podobnie

zmienna ślizgowa o rzędzie r zmienia swoją wartość po r okresach. W ten sposób wartości $s(k+1)$, $s(k+2)$, ..., $s(k+r-1)$ są znane w chwili k i mogą być użyte do wygenerowania wartości sygnału sterującego $u(k)$. Wybór zmiennej ślizgowej o wyższym rzędzie może być wymuszony względami praktycznymi (brak pomiaru zmiennych stanu, na które sygnał sterujący bezpośrednio wpływa), może też być decyzją projektanta układu sterowania.

W pracy [5] autorzy modyfikują regułę (4), zastępując stałe wyrażenie $(1 - qT)$ funkcją $h(s)$:

$$h(s) = \begin{cases} 1 & \text{dla } |s| \geq s_0 \\ |s|/s_0 & \text{dla } |s| < s_0 \end{cases}, \quad (9)$$

gdzie s_0 jest stałym parametrem. Pozwala to ograniczyć prędkość zmian s , a przez to również wartość sygnału sterującego. Autorzy wykazali, że ich podejście zapewnia istnienie ruchu quasi-ślizgowego wg definicji w pracy [18]. Wyznaczyli również otoczenie stanu zadanego, do którego stan układu będzie zbiegać. Następnie zaadaptowali swoją regułę dla zmiennych ślizgowych o rzędzie względnym równym 2. Wszystkie zalety reguły zostały zachowane, ponadto pozwoliło to na zmniejszenie szerokości pasma ruchu quasi-ślizgowego i uchybu wyjścia.

W artykule [4] reguła (3) została uogólniona dla dowolnego rzędu zmiennej ślizgowej. Wybór zmiennej ślizgowej o rzędzie r został uproszczony przez przekształcenie układu do postaci Frobeniusa. Zaproponowano zmienną w czasie płaszczyznę ślizgową, eliminując fazę osiągnięcia trybu ślizgowego. Wykazano, że zwiększenie względnego rzędu zmiennej ślizgowej skutkuje większą precyzją sterowania.

3. Nieprzełączające reguły osiągnięcia trybu ślizgowego

W pracy [1] definicja ruchu quasi-ślizgowego, zaproponowana w [18] została zmodyfikowana przez pominięcie wymogu przekraczania płaszczyzny ślizgowej w każdym okresie sterowania. Założono, że wpływ zakłóceń zewnętrznych i niepewności modelowania spełnia warunki dopasowania. Oznacza to, że jeżeli wpływ sygnału sterującego na wektor stanu wynosi $bu(kT)$, to wpływ zakłócenia można wyrazić jako $bd(kT)$, gdzie d to nieznaną skalarną funkcją. Zaproponowana została reguła

$$s[(k+1)T] = d(kT) - d_0 + s_d[(k+1)T], \quad (10)$$

gdzie $d(kT)$ oznacza wpływ zakłóceń zewnętrznych i niepewności modelowania na zmienną ślizgową, d_0 jest średnią wartością tej funkcji, a $s_d(kT)$ jest pożądanym przebiegiem zmiennej ślizgowej. Funkcja $s_d(kT)$ musi spełniać następujące wymogi:

1. Jej początkowa wartość równa jest początkowej wartości zmiennej ślizgowej, $s_d(0) = s(0)$.
2. Funkcja $s_d(kT)$ nigdy nie zmienia znaku.
3. Wartość bezwzględna $|s_d(kT)|$ maleje w każdym kolejnym kroku co najmniej o $2\delta_d$ dla $|s_d(kT)| > 2\delta_d$, gdzie δ_d oznacza największą możliwą różnicę między $d(kT)$ i d_0 .

Zgodnie z trzecim wymogiem, będzie istniała chwila k^* , w której nierówność $|s_d[(k^* - 1)T]| \leq 2\delta_d$ zostanie spełniona, następnie $s_d(kT \geq k^*T) = 0$. W przedstawionym przypadku $s_d(kT)$ została wybrana jako funkcja liniowa, istnieje jednak wiele innych możliwości spełniających wymagania 1–3. Wykazano, że nowe podejście gwarantuje większą odporność na zakłócenia niż (3). Ponadto zaproponowano kompensację zakłócenia, opartą na założeniu o ograniczonej szybkości jego zmian. Kompensacja ta pozwoliła na dalszą poprawę odporności algorytmu sterowania.

W pracy [13] rezultaty z [1] zostały rozszerzone dla zmiennych ślizgowych o względnym rzędzie równym dwa. Podobną

modyfikację wprowadzono w regule (3). Wykazano, że w obu przypadkach następuje poprawa odporności układu regulacji.

Rozwiązanie zaproponowane w pracy [13] zostało porównane z regułą (3) w symulacjach komputerowych i eksperymentach laboratoryjnych układu przetwornicy DC-DC [36]. W celach porównawczych przedstawiono również sterowanie zaprojektowane na podstawie modelu w czasie ciągłym i reguły opracowanej w [17]. Wykazano, że uwzględnienie dyskretności natury sygnału sterującego znacznie poprawia działanie otrzymanego regulatora, tzn. oba regulatory dyskretnie zapewniają znacznie mniejsze wartości kryteriów całkowitych uchybu niż regulator zaprojektowany w czasie ciągłym. Ponadto zastosowanie zmiennej ślizgowej o względnym rzędzie równym dwa pozwoliło dodatkowo poprawić jakość regulacji.

Kolejna modyfikacja reguły (10) została zaproponowana w pracy [39], w której powiązano wartość funkcji $s_d(kT)$ z aktualną wartością zmiennej ślizgowej $s(kT)$. Pozwoliło to na skrócenie fazy osiągnięcia trybu ślizgowego. Trzeba jednak zauważyć, że wadą tego podejścia jest zmniejszenie odporności w trakcie tej fazy.

W pracy [21] opracowano regulator ślizgowy tłumiący oscylacje płynu w zbiorniku. Poruszający się płyn został zamodelowany jako wahadło. Następująca wykładnicza reguła została zaproponowana:

$$s[(k+1)T] = \left[\beta_1 \exp\left(\frac{-1}{|s(kT)|}\right) + \beta_2 \right] s(kT), \quad (11)$$

gdzie β_1, β_2 to dodatnie parametry, których suma nie przekracza 1 i $\beta_2 < \beta_1$. Reguła (11) została następnie porównana do rozwiązań z prac [1, 39] w symulacjach komputerowych. Wykazano, że zapewnia ona najmniejszą wartość normy euklidesowej i maksymalnej wartości sygnału sterującego. Następnie w referacie [20] reguła (11) została użyta w projekcie dwóch regulatorów ślizgowych dla dwuosioowego skanera umieszczonego na rakiecie. Skaner ma podążać za spiralną trajektorią, aby znaleźć cel rakiety w końcowym etapie lotu. Regulatory są rozbudowane przez kompensację zakłóceń, aby poprawić ich odporność. Działanie zaproponowanego podejścia jest zobrazowane w symulacjach komputerowych.

Natomiast w artykule [15] autorzy zaproponowali regułę

$$s[(k+1)T] = s(kT) - q_1 T s(kT) - q_2 T \operatorname{sig}^\alpha[s(kT)] + C \delta(kT), \quad (12)$$

gdzie $q_i \in (0, 1/T)$ dla $i = 1, 2$, $\operatorname{sig}^\alpha[s(kT)] = \operatorname{sgn}[s(kT)]|s(kT)|^\alpha$, $\alpha \in (0, 1)$ a $\beta(kT)$ oznacza różnicę między zakłóceniem w chwili k i w poprzedniej, $k-1$. Autorzy wykazali, że ruch quasi-ślizgowy zostanie osiągnięty w skończonym czasie i wyznaczyli zależność tego czasu od warunków początkowych. Następnie porównali swoje rozwiązanie z regułą (1) i wykazali, że pozwala ono na osiągnięcie dużo lepszej odporności na zakłócenia. Należy jednak zaznaczyć, że porównanie to nie jest w pełni obiektywne, gdyż nowa reguła nie gwarantuje istnienia przełączającego trybu ślizgowego.

W pracy [27] autorzy zaproponowali regułę

$$s[(k+1)T] = (1 - qT) \Phi(kT) s(kT) - \frac{\lambda}{\Phi(kT)} \operatorname{sgn}[s(kT)] + \\ + c^T \{ f(kT) - 2f[(k-1)T] + f[(k-2)T] \}, \quad (13)$$

w której $q \in (0, 1/T)$, a λ jest dodatnim parametrem. Nieliniowe wyrażenie $\Phi(kT) \in (\delta, 1)$ dla pewnego $\delta > 0$ dąży do jedynki, w miarę jak zmienna $s(kT)$ maleje, aby uzyskać lepszy kompromis między krótką fazą osiągnięcia trybu ślizgowego

i niewielkim chatteringiem. Ostatnie wyrażenie we wzorze służy do kompensowania zakłócenia $f(\dim f = n \times 1)$ przy założeniu, że różnica drugiego rzędu funkcji f jest ograniczona. Jest to ciekawe podejście, gdyż większość prac zakłada ograniczenie samej wartości zakłócenia lub jego różnicy pierwszego rzędu. Mimo tego, że autorzy wykorzystują regułę zbliżoną do (3), wcale nie wymagają oni przekraczania płaszczyzny ślizgowej w każdym kolejnym kroku. W symulacjach komputerowych porównują swoje rozwiązanie do tego zaproponowanego w [33]. Rezultaty potwierdzają uzyskanie większej odporności układu zamkniętego.

W pracy [26] autorzy zaproponowali następującą modyfikację wcześniej opracowanej przez nich reguły (13)

$$\begin{aligned} s[(k+1)T] = & \\ = (1-qT)\Phi(kT)s(kT) - \frac{\lambda}{\Phi(kT)} & \left|s(kT)\right|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}[s(kT)] + \\ + c^T \{f(kT) - 2f[(k-1)T] + f[(k-2)T]\}. & \end{aligned} \quad (14)$$

Oznaczenia we wzorze (14) zostały zmienione w stosunku do pracy [26], żeby lepiej uwidocznic porównanie z regułą (10). Jak widać, jedyną różnicą jest przeskalowanie wyrażenia przełączającego o pierwiastek wartości bezwzględnej zmiennej ślizgowej. Taka modyfikacja nie ma diametralnego wpływu na generowany sygnał sterujący, gdyż już wcześniej wyrażenie to nie było stałe (występujące w mianowniku wyrażenie $\Phi(kT)$ zależy od wartości zmiennej ślizgowej). W symulacjach komputerowych autorzy porównali swoją regułę z zaproponowaną w pracy [15] i wykazali, że pozwala ona jednocześnie zmniejszyć czas osiągnięcia trybu quasi-ślizgowego, jak i zmniejszyć szerokość pasma tego ruchu. Jako przykład zastosowania reguły (14) w praktyce autorzy zilustrowali jej działanie na stanowisku laboratoryjnym z silownikiem piezoelektrycznym, ponownie porównując ją do pracy [15]. Eksperymenty, podobnie jak wyniki symulacji, potwierdziły przewagę nowego rozwiązania. Należy nadmienić, że przewaga ta została częściowo uzyskana dzięki założeniu ograniczonej wartości różnicy drugiego rzędu zakłócenia, podczas gdy regulator z pracy [15] nie wymagał takiego założenia.

W pracy [23] autorzy zaproponowali regułę niemal tożsamą z (13), pomijając zmianę oznaczeń. Główną różnicą jest to, że funkcja $\Phi(kT)$ jest w nieco inny sposób zależna od wartości zmiennej ślizgowej, lecz zbiór wartości tej funkcji jest taki sam. Dąży ona do ustalonego δ dla dużych wartości bezwzględnych zmiennej ślizgowej, a do jedynki, gdy zmienna ślizgowa dąży do zera. Niestety, autorzy nie odwołują się do (10) i nie próbują porównać z tą regułą swojego rozwiązania. Wydaje się jednak, że różnice byłyby bardzo nieznaczne. Główną wartością tej pracy jest natomiast wykazanie, że otrzymana reguła zapewnia szybszą zbieżność i węższe pasmo ruchu quasi-ślizgowego niż rozwiązanie opracowane w pracy [34]. Autorom udało się to zademonstrować nie tylko w symulacjach komputerowych (jak w pracy [27]), lecz również analitycznie.

W pracy [8] zaproponowano regułę osiągnięcia trybu ślizgowego otrzymaną przez modyfikację (3). Usunięto wyrażenie przełączające, aby zmniejszyć efekt chatteringu, a stały parametr q zastąpiono funkcją wartości bezwzględnej zmiennej ślizgowej. Wykazano, że zastosowanie otrzymanego regulatora do sterowania przepływem danych w sieciach teleinformatycznych zapewnia korzystne właściwości, takie jak pełne wykorzystanie dostępnego pasma oraz znajomość maksymalnej ilości danych zgromadzonych w buforze, co pozwala uniknąć ryzyka jego przepełnienia.

Zauważając korzyści z wprowadzenia dwóch funkcji potęgowych zamiast jednej [42], naturalnym kolejnym krokiem było zastosowanie trzech funkcji potęgowych, aby w jeszcze bardziej

plynny sposób zmieniać szybkość zbieżności zmiennej ślizgowej. W [25] zaproponowano regułę analogiczną do (7), w której wprowadzono trzecie wyrażenie zawierające potęgę wartości bezwzględnej zmiennej ślizgowej. Autorzy, w porównaniu do pracy [42], zrezygnowali również z wymogu przekraczania powierzchni ślizgowej w każdym kolejnym kroku ruchu quasi-ślizgowego. Wykazali oni, analitycznie oraz w symulacjach komputerowych, przewagę swojego rozwiązania nad regułą z jedną funkcją potęgową [15]. Przewaga ta polega na jednoczesnym uzyskaniu szybszej zbieżności oraz redukcji chatteringu.

Autorzy [32] zaproponowali następujące warunki zapewniające istnienie ruchu quasi-ślizgowego:

$$\begin{aligned} s(kT) > \varepsilon & \Rightarrow 0 < s[(k+1)T] < s(kT) \\ s(kT) < -\varepsilon & \Rightarrow s(kT) < s[(k+1)T] < 0 \\ |s(kT)| \leq \varepsilon & \Rightarrow |s[(k+1)T]| \leq \varepsilon. \end{aligned} \quad (15)$$

Według nich, spełnienie (15) gwarantuje zbieżność w skończonym czasie do obszaru $|s(kT)| \leq \varepsilon$. Jednak po dokładniejszym ich przeanalizowaniu, można zauważyć, że samo spełnienie (15) nie gwarantuje zbieżności do tego obszaru. Może się okazać, że

$$\lim_{s(kT) \rightarrow s_g^+} \{s[(k+1)T] - s(kT)\} = 0$$

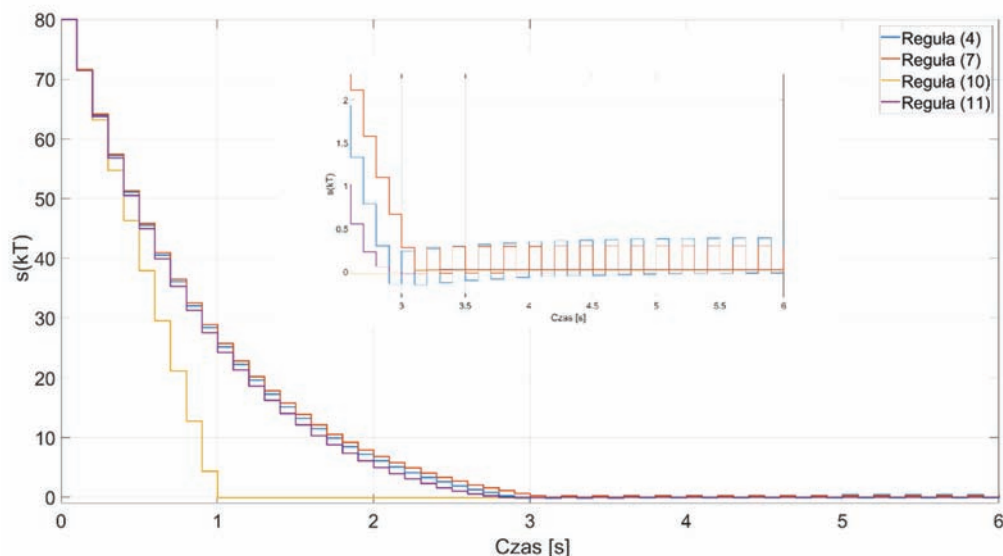
tylko dla pewnego $s_g > \varepsilon$. Jeżeli początkowa wartość zmiennej ślizgowej jest większa niż s_g , to zmienna ślizgowa będzie zbiegać do s_g . Zatem punkt opisujący nie znajdzie się w otoczeniu powierzchni ślizgowej, mimo że warunki (15) są spełnione. Autorzy proponują następującą regułę

$$s[(k+1)T] - s(kT) = d(x, kT) - d_0 - d_s \operatorname{sgn}[s(kT)], \quad (16)$$

w której $d(x, kT)$ jest nieznanym wpływem zakłócenia, d_0 to średnia wartość tej funkcji, a d_s to największa możliwa rozbieżność między $d(x, kT)$ a średnią. Zatem (16) może być rozważane jako szczególnie przypadek (4), w którym $q = \varepsilon = 0$, a zbieżność jest zapewniona tylko przez przeestymowanie d_s .

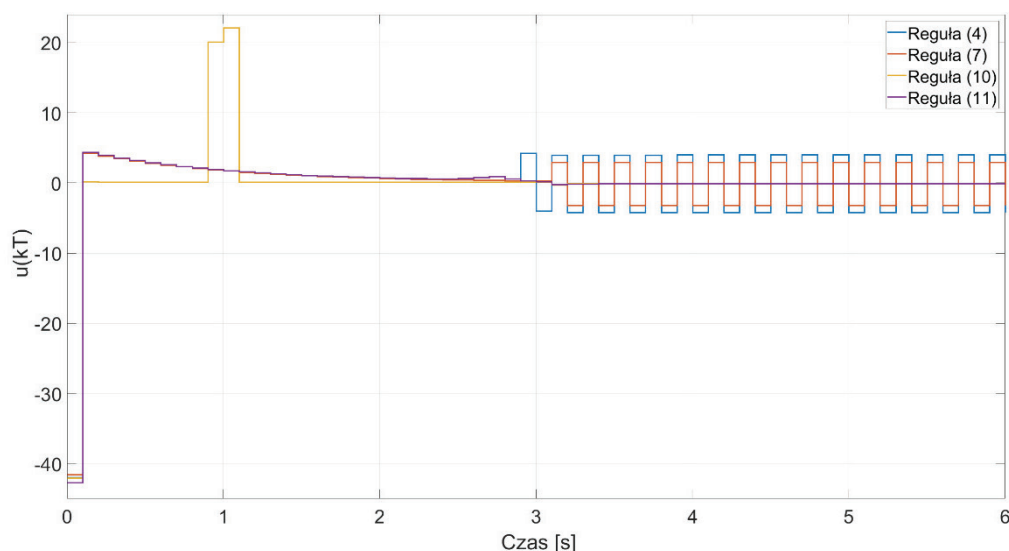
W pracy [11] autorzy przedstawili ogólną postać reguły osiągnięcia trybu ślizgowego. Gwarantuje ona zbieżność do znanego obszaru wokół $s(kT) = 0$ i pozostanie w nim. Niestety, autorzy nie pokazują, w jaki sposób można byłoby ich rozwiązanie zastosować w konkretnym układzie sterowania, analizują tylko sam przebieg zmiennej ślizgowej. W pracy [11] przeanalizowano, jak dobrać funkcje, z których składa się uogólniona reguła osiągnięcia trybu ślizgowego, aby otrzymać pożądaną szerokość pasma ruchu quasi-ślizgowego. Ci sami autorzy w [10] rozszerzyli swoje wyniki, wykazując jak zmiana wymienionych funkcji wpłynie na tempo zmian zmiennej ślizgowej przed rozpoczęciem ruchu quasi-ślizgowego.

W referacie [9] dokładnie przeanalizowano korzyści płynące ze stosowania zmiennej ślizgowej o rzędzie względnym większym niż jeden. Wykazano, że wybór zmiennej ślizgowej o rzędzie $r = n$ pozwala nie tylko osiągnąć ruch ślizgowy w skończonym czasie, ale również zbieżność wszystkich zmiennych stanu do zera w skończonym czasie, o ile na układ nie działa zakłócenie. „Klasyczne” sterowanie ślizgowe zapewnia wyłącznie pierwszą z tych zalet. W przypadku oddziaływania zakłócenia zbieżność stanów do zera jest zastąpiona przez zbieżność do określonego otoczenia zera. Wykazano, że wielkość wspomnianego otoczenia maleje, w miarę jak wybieramy zmienne ślizgowe o coraz wyższym rzędzie, co oznacza poprawę odporności na zakłócenia. Jedynym problemem zaproponowanego rozwiązania jest niemoż-



Rys. 1. Przebiegi zmiennej ślizgowej

Fig. 1. Sliding variable transients



Rys. 2. Przebiegi sygnału sterującego

Fig. 2. Control signal transients

ność zastosowania go do układów, w których nie są spełnione warunki dopasowania.

Porównanie wielu wyżej wymienionych algorytmów sterowania na przykładzie serwonapędu zostało przedstawione w pracy [31].

4. Przykład symulacyjny

Porównanie rezultatów symulacji wszystkich przedstawionych w artykule reguł byłoby bardzo trudne, chociażby z uwagi na ograniczenie miejsca. Poniżej przedstawione zostaną, dla ilustracji, rezultaty otrzymane przy zastosowaniu czterech wybranych reguł. Rozważone będzie sterowanie integratorem drugiego rzędu, po zdyskretyzowaniu z okresem $T=0,1$ sekundy i zastosowaniu ekstrapolatora zerowego rzędu. Taki układ może być opisany równaniem (2), w którym

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0,1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0,005 \\ 0,1 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

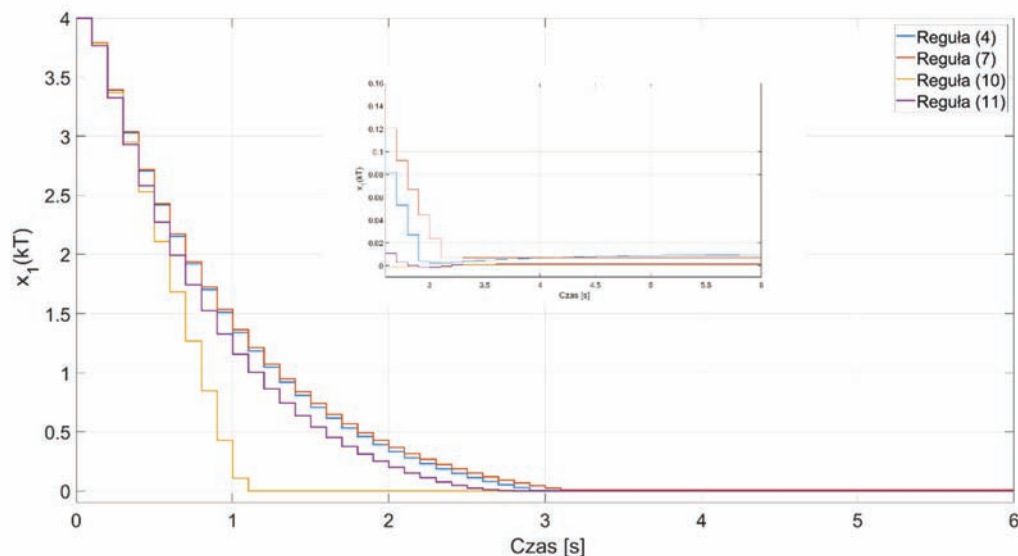
Dla wszystkich reguł zmienna ślizgowa zostanie określona jako

$$s(kT) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(kT), \quad (18)$$

gdzie

$$\mathbf{c}^T = [0,05 \quad 1]. \quad (19)$$

Powyższa postać wektora \mathbf{c} zapewni dynamikę typu dead-beat w trakcie ruchu ślizgowego, czyli zanik uchybu w skończonym czasie. Założono, że na układ działa zakłócenie postaci $\mathbf{d}(kT) = \mathbf{B}d(kT)$, co oznacza, że spełnia ono warunki dopasowania, przy czym $|d(kT)| \leq 0,1$. Zakłócenie przez pierwsze trzy sekundy równe jest $-0,1$, a przez ostatnie trzy $0,1$. Początkowy stan układu to $\mathbf{x}(0) = [4 \quad 0]^T$. Porównane zostaną reguły: (4), (7), (10) i (11). Założono, że bezwzględna wartość sygnału sterującego każdego z regulatorów nie może przekraczać wartości 42, a regulatory (4), (7) mają zapewnić istnienie przełączającego trybu ślizgowego. Przy tych założeniach parametry wszystkich regulatorów zostały tak dobrane, aby zmienna ślizgowa jak naj-
szybciej osiągnęła okolice zera (tym samym osiągnąć jak naj-



Rys. 3. Przebiegi pierwszej zmiennej stanu

Fig. 3. First state variable transients

krótszy czas regulacji), a niekorzystny efekt chatteringu był jak najmniejszy. Doprowadziło to do następujących wartości parametrów: dla reguły (4): $q = 1$, $\varepsilon = 3,7$, dla reguły (7): $q = 1$, $\alpha = 0,01$, $\beta = 1,4$, $\varepsilon_1 = 3$, $\varepsilon_2 = 0,00002$. W przypadku reguły (10) przebieg s_d został wybrany jako liniowy spadek do zera o nachyleniu 84 jednostek na sekundę. Dla reguły (11) wybrane zostały wartości parametrów $\beta_1 = 0,54$, $\beta_2 = 0,36$. Wyniki symulacji pokazano na rysunkach 1–3.

Analiza wyników symulacji wskazuje, że reguła (4) zapewnia najmniej korzystne działanie układu – długi czas regulacji, największe oscylacje sygnału sterującego w trakcie ruchu ślizgowego oraz małą odporność na zakłócenia. Reguła (7), dzięki zastosowaniu funkcji potęgowej, pozwala na lepsze dostrojenie jej parametrów – oscylacje zostają zmniejszone, przy bardzo nieznacznie wydłużonym czasie regulacji. Wyraźnie poprawione działanie uzyskuje się natomiast przez zastosowanie reguł nieprzełączających (10) i (11). Dzięki pominięciu wymogu przekraczania płaszczyzny ślizgowej można znacznie zredukować chattering. Przy zachowaniu tej samej maksymalnej wartości sygnału sterującego, reguła (10) zapewnia najkrótszy czas regulacji, dzieje się to jednak kosztem wystąpienia krótkiej, dużej wartości sygnału sterującego, niewystępującej przy zastosowaniu pozostałych reguł.

5. Podsumowanie

Porównując wyniki stosowania wymienionych reguł, można wyciągnąć pewne ogólne wnioski. Reguły nieprzełączające generalnie pozwalają osiągnąć węższe pasmo ruchu quasi-ślizgowego, a zatem również większą odporność na zakłócenia zewnętrzne. Jedyną przewagą reguł przełączających jest zagwarantowanie tego, że między kolejnymi chwilami próbkowania w trakcie ruchu quasi-ślizgowego stan w pewnym momencie znajdzie się dokładnie na powierzchni ślizgowej. Przewaga ta wydaje się jednak czysto teoretyczna i nie widać jej przełożenia na praktyczne aspekty sterowania.

Ciekawym i stosunkowo nowym kierunkiem rozwoju wydaje się natomiast zastosowanie zmiennych ślizgowych o rzędzie względnym większym niż jeden. Bez tej metody w niektórych układach zastosowanie sterowania ślizgowego może być niemożliwe, np. z powodu braku pomiaru zmiennych stanu, na które sygnał sterujący bezpośrednio oddziałuje. Nawet, jeżeli ten problem nie występuje, w wielu przypadkach zwiększenie

rzędu zmiennej ślizgowej może pozwolić na poprawę odporności układu zamkniętego.

Bibliografia

1. Bartoszewicz A., *Discrete-time quasi-sliding-mode control strategies*, "IEEE Transactions on Industrial Electronics", Vol. 45, No. 4, 1998, 633–637, DOI: 10.1109/41.704892.
2. Bartoszewicz A., *Remarks on 'Discrete-time variable structure control systems'*, "IEEE Transactions on Industrial Electronics", Vol. 43, No. 1, 1996, 235–238.
3. Bartoszewicz A., Adamiak K., *Model reference discrete-time variable structure control*, "International Journal of Adaptive Control and Signal Processing", Vol. 32, No. 10, 2018, 1440–1452, DOI: 10.1002/acs.2922.
4. Bartoszewicz A., Latosiński P., *Generalization of Gao's reaching law for higher relative degree sliding variables*, "IEEE Transactions on Automatic Control", Vol. 63, No. 9, 2018, 3173–3179, DOI: 10.1109/TAC.2018.2797193.
5. Bartoszewicz A., Latosiński P., *Reaching law for DSMC systems with relative degree 2 switching variable*, "International Journal of Control", Vol. 90, No. 8, 2017, 1626–1638, DOI: 10.1080/00207179.2016.1216606.
6. Bartoszewicz A., Latosiński P., *Discrete time sliding mode control with reduced switching – a new reaching law approach*, "International Journal of Robust and Nonlinear Control", Vol. 26, No. 1, 2016, 47–68, DOI: 10.1002/rnc.3291.
7. Bartoszewicz A., Latosiński P., *Reaching law based discrete time sliding mode inventory management strategy*, "IEEE Access", Vol. 4, 2016, 10051–10058, DOI: 10.1109/ACCESS.2016.2633618.
8. Bartoszewicz A., Leśniewski P., *Reaching law-based sliding mode congestion control for communication networks*, "IET Control Theory and Applications", Vol. 8, No. 17, 2014, 1914–1920, DOI: 10.1049/iet-cta.2014.0503.
9. Chakrabarty S., Bandyopadhyay B., Moreno J.A., Fridman L., *Discrete sliding mode control for systems with arbitrary relative degree output*, 14th International Workshop on Variable Structure Systems, 2016, 160–165, DOI: 10.1109/VSS.2016.7506909.
10. Chakrabarty S., Bandyopadhyay B., *A generalized reaching law with different convergence rates*, "Automatica", Vol. 63 2016, 34–37, DOI: 10.1016/j.automatica.2015.10.018.

11. Chakrabarty S., Bandyopadhyay B., *A generalized reaching law for discrete time sliding mode control*, "Automatica", Vol. 52, 2015, 83–86, DOI: 10.1016/j.automatica.2014.10.124.
12. Chakrabarty S., Bandyopadhyay B., Bartoszewicz A., *Discrete-time sliding mode control with outputs of relative degree more than one*, Recent Developments in Sliding Mode Control Theory and Applications, InTech, 2017, DOI: 10.5772/intechopen.68931.
13. Chakrabarty S., Bartoszewicz A., *Improved robustness and performance of discrete time sliding mode control systems*, "ISA Transactions", Vol. 65, 2016, 143–149, DOI: 10.1016/j.isatra.2016.08.006.
14. Du H., Yang C., Li S., *Non-smooth control-based reaching law for discrete-time sliding mode control*, 14th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS), 240–245, 2016, DOI: 10.1109/VSS.2016.7506923.
15. Du H., Yu X., Chen M., Li S., *Chattering-free discrete-time sliding mode control*, "Automatica", Vol. 68, 2016, 87–91, DOI: 10.1016/j.automatica.2016.01.047.
16. Furuta K., *Sliding mode control of a discrete system*, "Systems & Control Letters", Vol. 14, No. 2, 1990, 145–152, DOI: 10.1016/0167-6911(90)90030-X.
17. Gao W., Hung J., *Variable structure control of nonlinear systems: A new approach*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 40, No. 1, 1993, 45–55, DOI: 10.1109/41.184820.
18. Gao W., Wang Y., Homaifa A., *Discrete-time variable structure control systems*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 42, No. 2, 1995, 117–122, DOI: 10.1109/41.370376.
19. Hou H., Yu X., Zhang Q., Huang J., *Reaching law based sliding mode control for discrete time system with uncertainty*, IEEE 27th International Symposium on Industrial Electronics, 2018, 1155–1160, DOI: 10.1109/ISIE.2018.8433844.
20. Kurode S., Balajiwale S., *Discrete sliding mode control of seeker scan loop using adaptive reaching law*, IEEE International Conference on Control Applications, 2013, 704–709, DOI: 10.1109/CCA.2013.6662832.
21. Kurode S., Bandyopadhyay B., Gandhi P., *Discrete sliding mode control for a class of underactuated systems*, Proc. 37th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, 2011, 3936–3941, DOI: 10.1109/IECON.2011.6119952.
22. Leńniewski P., *Discrete time reaching law based sliding mode control: a survey*, Proc. 22nd International Conference on System Theory, Control and Computing, 2018, 734–739, DOI: 10.1109/ICSTCC.2018.8540782.
23. Lin S., Zhang W., *Controller designed via an adaptive reaching law for DSMC systems*, IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs (Early Access), 2019, DOI: 10.1109/TCSII.2019.2907296.
24. Liu B., Ding Z., Zhao H., Jin D., *Active power filter DC bus voltage piecewise reaching law variable structure control*, Mathematical Problems in Engineering, 2014.
25. Ma H., Li Y., *Multi-power reaching law based discrete-time sliding-mode control*, IEEE Access, Vol. 7, 2019, 49822–49829, DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2904103.
26. Ma H., Li Y., Xiong Z., *Discrete-time sliding-mode control with enhanced power reaching law*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 66, No. 6, 2019, 3936–3941, DOI: 10.1109/TIE.2018.2864712.
27. Ma H., Wu J., Xiong Z., *A novel exponential reaching law of discrete-time sliding-mode control*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 64, No. 5, 2017, 3840–3850, DOI: 10.1109/TIE.2017.2652390.
28. Mehta A., Bandyopadhyay B., *The design and implementation of output feedback based frequency shaped sliding mode controller for the smart structure*, Proc. IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 2010, 353–358, DOI: 10.1109/ISIE.2010.5637696.
29. Mija S., Susy T., *Reaching law based sliding mode control for discrete MIMO systems*, Proc. IEEE International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, 2010, 1291–1296, DOI: 10.1109/ICARCV.2010.5707278.
30. Milosavljević Č., *General conditions for the existence of a quasisliding mode on the switching hyperplane in discrete variable structure systems*, Automation and Remote Control, Vol. 46, No. 3, 1985, 307–314.
31. Milosavljević Č., Peruničić-Draženović B., Veselić B., Mitić D., *Sampled data quasi-sliding mode control strategies*, Proc. IEEE International Conference on Industrial Technology, 2006, 2640–2645, DOI: 10.1109/ICIT.2006.372711.
32. Niu Y., Ho D.W.C., Wang Z., *Improved sliding mode control for discrete-time systems via reaching law*, IET Control Theory and Applications, Vol. 4, No. 11, 2010, 2245–2251, DOI: 10.1049/iet-cta.2009.0296.
33. Perez M., Jimenez E., Camacho E.F., *Design of an explicit constrained predictive sliding mode controller*, IET Control Theory and Applications, Vol. 4, No. 4, 2010, 552–562, DOI: 10.1049/iet-cta.2009.0057.
34. Qu S., Xia X., Zhang J., *Dynamics of discrete-time sliding-mode-control uncertain systems with a disturbance compensator*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 61, No. 7, 2014, 3502–3510, DOI: 10.1109/TIE.2013.2279369.
35. Ren Y., Liu Z., Liu X., Zhang Y., *A chattering free discrete-time global sliding mode controller for optoelectronic tracking system*, Mathematical Problems in Engineering, 2013, DOI: 10.1155/2013/951492.
36. Samantaray J., Chakrabarty S., *Digital implementation of sliding mode controllers with DC-DC buck converter system*, 15th International Workshop on Variable Structure Systems, 2018, 255–260, DOI: 10.1109/vss.2018.8460257.
37. Utkin V.I., *Variable structure systems with sliding modes*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 22, No. 2, 1977, 212–222, DOI: 10.1109/TAC.1977.1101446.
38. Veselić B., Peruničić-Draženović B., Milosavljević Č., *Improved discrete-time sliding-mode position control using Euler velocity estimation*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 57, No. 11, 2010, 3840–3847, DOI: 10.1109/TIE.2010.2042416.
39. Viveknandan C., Prabhakar R., *A redefined discrete quasi-sliding mode strategy*, "International Journal of Recent Trends in Engineering", Vol. 1, No. 3, 2009, 92–96.
40. Xu Q., Du H.P., He B., Yan T.H., Li W.H., Sun S.S., *A novel reaching law for sliding mode control of uncertain discrete-time systems*, Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2018, 2018, DOI: 10.1155/2018/6158492.
41. Yazici I., Yaylaci E.K., *Maximum power point tracking for the permanent magnet synchronous generator-based WECS by using the discrete-time integral sliding mode controller with a chattering-free reaching law*, IET Power Electronics, Vol. 10, No. 13, 2017, 1751–1758, DOI: 10.1049/iet-pel.2017.0232.
42. Zhao Y.X., Wu T., Ma Y., *A double power reaching law of sliding mode control based on neural network*, "Mathematical Problems in Engineering", Vol., 2013, 2013, DOI: 10.1155/2013/408272.

Review of Discrete Time Sliding Mode Reaching Laws

Abstract: In the reaching law approach one first specifies the desired evolution of the sliding variable. Then, a sliding mode controller that ensures this evolution is derived. The main advantage of this method with respect to “classical” sliding mode control is better control of the system dynamics and state constraints during the reaching phase. In this paper, a review of recent results on discrete time reaching laws is presented. The differences and similarities between them are discussed.

Keywords: discrete sliding mode control, reaching laws



dr inż. Piotr Leśniewski

piotr.lesniewski@p.lodz.pl

ORCID: 0000-0003-4131-6928

Absolwent Wydziału Elektrotechniki, Elektroniki, Informatyki i Automatyki Politechniki Łódzkiej. W 2012 r. uzyskał tytuł zawodowy magistra inżyniera, a w 2016 r. stopień naukowy doktora nauk technicznych w dziedzinie automatyki i robotyki. Jego główne zainteresowania naukowe to dyskretne sterowanie ślizgowe, sterowanie przepływem danych oraz przekształtniki energoelektroniczne.

