

Analityczny opis przestrzeni roboczej robota eksperymentalnego

▶ Marcin Lubiński

W artykule przedstawiono analityczny opis przestrzeni roboczej robota eksperymentalnego składającego się z manipulatora antropomorficznego typu IRb-6, zamontowanego na torze jezdnym LP-1 o zakresie ruchu od 0 m do 0,851 m. Manipulator wraz z torem jezdnym ma sześć stopni swobody [4]. Opisany algorytm umożliwia w prosty sposób stworzenie programu do sprawdzania możliwości chwytnych efektora robota bez konieczności rozwiązywania zadania kinematyki odwrotnej.

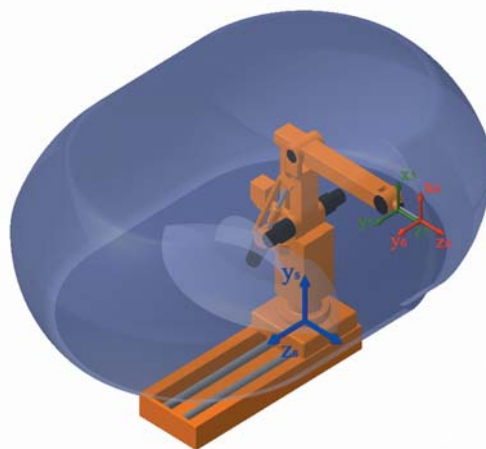
Artkuł prezentuje fragment pracy zmierzającej do utworzenia kompleksowego oprogramowania sterującego robotem eksperymentalnym współpracującym z systemem wizyjnym, za pomocą którego wyznaczane będą współrzędne położenia punktu docelowego. Współrzędne te są wyznaczane względem układu $x_s y_s z_s$ sztywno powiązanego z początkiem toru jezdny LP-1 (rys. 1).

Łańcuch kinematyczny robota zakończony jest efektozem, którego rodzaj uzależniony jest od funkcji, jaką ma spełniać robot (w przypadku robota eksperymentalnego jest to najczęściej chwytak lub głowica do oznaczania położenia). Z efektozem powiązany jest układ współrzędnych $x_6 y_6 z_6$ opisujący zadaną orientację i położenie efektora. Początek ww. układu współrzędnych jest punktem, który ma być osiągnięty przez robota w kolejnych etapach jego ruchu. Z końcówką ramienia robota (sprzęgiem) skojarzony jest układ współrzędnych $x_5 y_5 z_5$ (rys. 1). Macierzą opisującą położenie i orientację układu efektora względem układu sprzęgu jest macierz E . Macierz E zgodnie z notacją Denavita-Hartenberga opisuje przekształcenie układu $x_5 y_5 z_5$ do $x_6 y_6 z_6$ [4]. Macierz E dla głowicy oznaczającej położenie, wykorzystywanej z robotem eksperymentalnym ma postać:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \lambda_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

gdzie: $l_6 = 0$ – przesunięcie na osi x , $\lambda_6 = 0,16$ m – przesunięcie na osi z .

Każdy z wymiennych efektorów ma odrębną macierz E przypisaną tylko i wyłącznie do danego narzędzia. Wraz ze zmianą narzędzia zmienia się zakres przestrzeni roboczej punktów możliwych do osiągnięcia przez robota. Układem niezależnym od efektora jest układ $x_5 y_5 z_5$ i to jego położenie zostanie



Rys. 1. Manipulator IRb-6 na torze LP-1 zanurzony w przestrzeni roboczej

wykorzystane do sprawdzenia przynależności punktu do przestrzeni roboczej.

Wykorzystując macierz E oraz ${}^S X_{\text{zad}}$ opisującą położenie i orientację układu $x_6 y_6 z_6$ względem $x_s y_s z_s$, z pracy [1] wynika położenie i orientacja układu $x_5 y_5 z_5$:

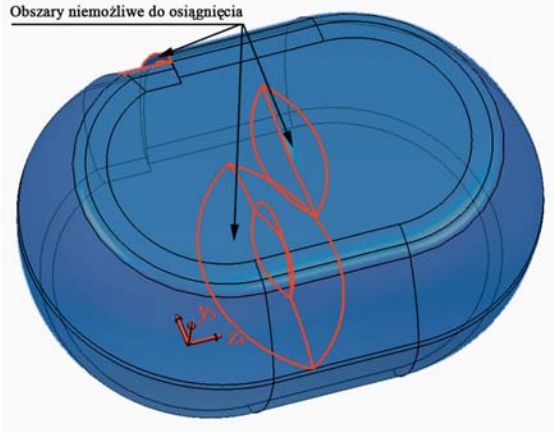
$${}^S T_{5\text{zad}} = {}^S X_{\text{zad}} * E^{-1} \quad (1)$$

Współzrędnymi opisującymi położenie układu $x_5 y_5 z_5$ w macierzy ${}^S T_{5\text{zad}}$ są zmienne: d_{x5} , d_{y5} , d_{z5} . Na podstawie powyższej operacji sprawdzany punkt przestrzeni roboczej jest „przenoszony” z efektoru do sprzęgu (układ $x_5 y_5 z_5$).

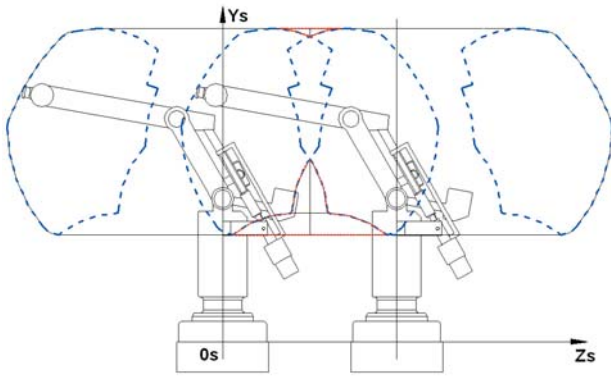
Kształt przestrzeni

Wykorzystując informacje konstrukcyjne z prac [1, 5] został stworzony kinematyczny model robota eksperymentalnego obrazujący układ poszczególnych członów w zadanej konfiguracji (rys. 1). Następnie na podstawie możliwych zakresów zmian poszczególnych złączy naturalnych [1] wyznaczono trójwymiarowy obszar punktów możliwych do osiągnięcia przez początek układu współrzędnych $x_5 y_5 z_5$ – przestrzeń roboczą właściwą (rys. 2).

▶ mgr inż. Marcin Lubiński – Instytut Automatyki Politechniki Śląskiej



Rys. 2. Widok izometryczny przestrzeni roboczej



Rys. 3. Podprzestrzenie robota IRb-6 w skrajnych położeniach na torze jezdny LP-1

W celu zwiększenia zakresu pracy robota, manipulator IRb-6 został obrócony o 10° względem osi x_s sztywno powiązanej z torem jezdny LP-1 (rys. 5). Dzięki temu uzyskano symetryczną przestrzeń roboczą względem osi z_s (oś ruchu toru jezdny) w zakresie zmiennej d_{z5} większej od 0. W przedziale wartości ujemnych d_{z5} powstał „uskok” wymagający uwzględnienia w opisie analitycznym [3]. Dodatkowo, ze względu na ograniczony zakres ruchu toru LP-1, w środkowej części wyznaczonej przestrzeni powstały obszary niemożliwe do osiągnięcia przez robota (rys. 2). Na rys. 3 został przedstawiony przekrój przestrzeni roboczej z wrysowanymi (przerwana niebieska linia) podprzestrzeniami robota IRb-6 w skrajnych położeniach na torze jezdny LP-1. Widoczne jest iż manipulator w żadnym z pośrednich położeniach pomiędzy zewnętrznymi pozycjami (dla $\lambda_{0min} = 0$ i $\lambda_{0max} = 0,851$ m) nie jest w stanie osiągnąć punktów znajdujących się w wyżej opisywanych obszarach (λ_0 – współrzędna naturalna toru jezdny LP-1).

Analityczny opis przestrzeni

Wykorzystując rzuty izometryczne i przekroje (rys. 4) trójwymiarowej przestrzeni roboczej, można ją opisać analitycznie. W tym celu należy na przekroju płaszczyzną wyznaczoną przez osie z_s i y_s wyznaczyć promienie Rz (zewnętrzny) i Rw (wewnętrzny). Wartości promieni są funkcjami zmiennej współrzędnej d_{y5} , która może zmieniać się w zakresie od 0,519 m do 1,528 m.

W celu wyznaczenia $Rz(d_{y5})$ zakres został podzielony na 6 obszarów, dla $Rw(d_{y5})$ – na 4. Obszary te opisują odpowiednio współrzędne $y_1 \div y_7$ oraz y_1, y_8, y_9, y_{10} i y_7 na rys. 4b. Dla każdego z zakresów wyznaczony jest oddzielny promień r_i oraz współrzędne jego zaczepienia na osi $z_s - a_i$ i $y_s - b_i$ (rys. 4b). Wykorzystując wzory (2) i (3) wyliczane są pożądane wartości promieni Rw i Rz w odpowiadającym im przedziale.

$$Rz = a_i + \sqrt{r_i^2 - (d_{y5} - b_i)^2} \quad \text{dla } y_i \leq d_{y5} \leq y_{i+1} \quad (2)$$

$$i = 1..6$$

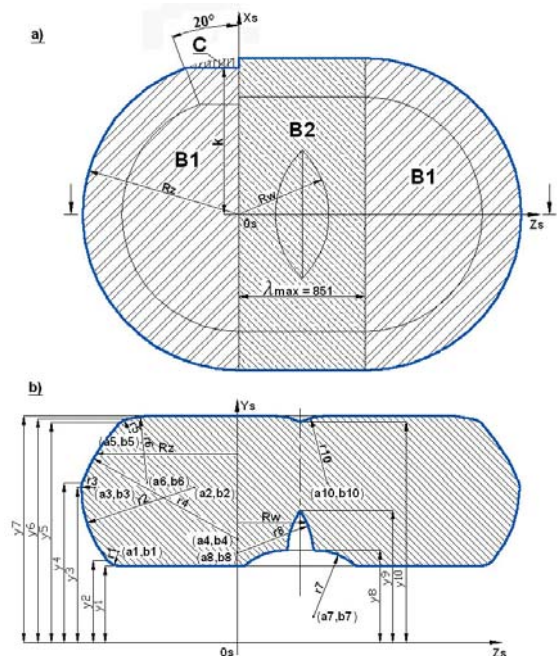
$$\begin{cases} Rw = a_7 + \sqrt{r_7^2 - (d_{y5} - b_7)^2} & \text{dla } y_1 \leq d_{y5} \leq y_8 \\ Rw = a_8 + \sqrt{r_8^2 - (d_{y5} - b_8)^2} & \text{dla } y_8 \leq d_{y5} \leq y_9 \\ Rw = 0 & \text{dla } y_9 \leq d_{y5} \leq y_{10} \\ Rw = a_{10} - \sqrt{r_{10}^2 - (d_{y5} - b_{10})^2} & \text{dla } y_{10} \leq d_{y5} \leq y_7 \end{cases} \quad (3)$$

Kolejnym krokiem jest wyznaczenie nowej współrzędnej d_{z5} – przesuniętej o połowę zakresu ruchu platformy LP-1 ($\lambda_{max}/2 = 0,4255$ m) wg wzoru:

$$d_{z5l} = d_{z5} - i \lambda_{max}/2 \quad (4)$$

Operacja ta ma na celu przemieszczenie osi y_s do osi symetrii wyznaczonej bryły przestrzeni roboczej, a następnie uproszczenie obliczeń. Na podstawie wyliczonych wartości możliwe jest wykreślenie przekroju przestrzeni roboczej wyznaczonej płaszczyzną pionową (rys. 4b). Przekrój ten opisują wzory (2), (3) i (4).

W następnym etapie należy wyznaczyć przekrój płaszczyzną poziomą równoległą do płaszczyzny wyznaczonej przez osie: x_s i z_s (rys. 4a), zaczepionej na wysokości d_{y5} . Przekrój ten jest indywidualny dla każdej wartości d_{y5} . Punkt o współrzędnych d_{z5} , d_{x5} należy do wyznaczonego przekroju, który jest podzielony na 3 główne części: B1, B2 oraz C (rys. 4a), jeżeli spełnia układy nierówno-



Rys. 4. Rzuty przekrojów przestrzeni roboczej płaszczyznami: a) $y_s = y_3$ b) $x_s = 0$

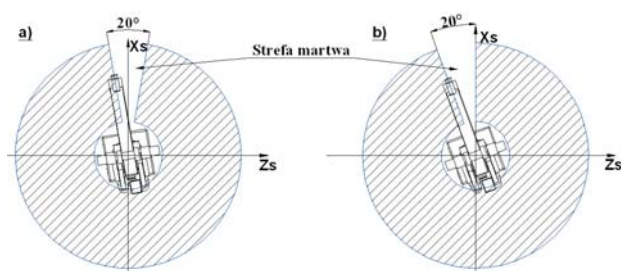
ści: (5), (6) i (7). W celu potwierdzenia przynależności sprawdzanego punktu do obszaru B1 należy zbadać nierówności (5), a do B2 analogiczne nierówności (6). Jeżeli wszystkie nierówności są prawdziwe to sprawdzany punkt należy do odpowiedniego obszaru.

$$\begin{cases} d_{x5}^2 + (|d_{z5l}| - \lambda_{\max}/2)^2 \leq Rz^2 \\ |d_{z5l}| \geq \lambda_{\max}/2 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} d_{x5}^2 + (|d_{z5l}| + \lambda_{\max}/2)^2 \geq Rw^2 \\ |d_{x5}| \leq Rz \\ |d_{z5l}| \leq \lambda_{\max}/2 \end{cases} \quad (6)$$

Ostatnim etapem jest sprawdzenie, czy punkt nie należy do uskoku powstałego przez obrót manipulatora, oznaczonego jako C (rys. 4a). W tym celu należy wyznaczyć parametr $k = Rz \cdot \cos(20^\circ)$, a następnie rozwiązać układ nierówności (7). Kąt 20° stanowi zasięg strefy martwej współrzędnej naturalnej θ_1 (opisującej obrót kolumny robota o zakresie 340°) od osi x_s , po obrocie robota o 10° (rys. 5b).

$$\begin{cases} d_{x5}^2 + (d_{z5l} + \lambda_{\max}/2)^2 \leq Rz^2 \\ d_{x5} > k \\ d_{z5l} < -\lambda_{\max}/2 \end{cases} \quad (7)$$



Rys. 5. Zakres zmian kąta θ_1 : a) wyjściowy, b) po obrocie o 10°

Ostatecznie, jeżeli sprawdzany punkt spełnia układ warunków (8), to należy do przestrzeni roboczej manipulatora i może być osiągnięty przez robota eksperymentalnego w trakcie realizacji zadanej trajektorii. Podczas rozwiązywania układów nierówności (5)–(8) pamiętać należy, że są one prawdziwe tylko w przypadku spełnienia wszystkich zależności wchodzących w skład danego układu.

$$\begin{cases} y_1 \leq d_{y5} \leq y_7 \\ P(d_{z5l}, d_{x5}) \subset (B1 \cup B2) \\ P(d_{z5l}, d_{x5}) \not\subset C \end{cases} \quad (8)$$

Program sprawdzania przynależności punktu do przestrzeni roboczej

Przedstawiony analityczny opis przestrzeni roboczej został wykorzystany do napisania w środowisku Matlab programu sprawdzającego przynależność zadanego punktu do przestrzeni roboczej. Skrypt składa się z 4 głównych

modułów. Pierwszy odpowiada za wprowadzenie i transformację danych wejściowych zgodnie ze wzorem (1). Zawarte są w nim również stałe parametry konstrukcyjne. Kolejny etap polega na sprawdzeniu współrzędnej d_{y5} (pierwsza nierówność układu (8)) oraz wyznaczeniu promieni Rw i Rz . W następnej części analizie podlega przekrój przestrzeni wyznaczoną płaszczyzną poziomą zgodnie z nierównościami: (5), (6) i (7). Końcowy moduł odpowiada za sprawdzenie dwóch ostatnich zależności układu (8) oraz podanie informacji o przynależności lub nie, badanego punktu do przestrzeni roboczej.

Program ten stanowi podstawę do napisania aplikacji w środowisku programowym sterownika robota eksperymentalnego.

Podsumowanie

W pracach [2] i [3] skupiono się na badaniu przestrzeni roboczej pod kątem wyznaczania współrzędnej naturalnej λ_0 , aby nie ułożyć jej na granicy przekroju przestrzeni roboczej. W artykule opisano algorytm badania zasięgu pracy robota niezależny od współrzędnych naturalnych. Wyznaczanie współrzędnych naturalnych w celu osiągnięcia pożądanego punktu jest kolejnym etapem pracy. Opisana tu przestrzeń robocza ma dodatkowe ograniczenia wynikłe ze skróconego zakresu pracy toru jezdny. W pracach [2] i [3] długość toru jezdny wynosiła 1500 mm. W niniejszej pracy długość toru jest krótsza i wynosi 851 mm. Układy nierówności (5), (6), (7), (8) można w prosty sposób edytować dostosowując do zmian przestrzeni wynikającej np. z modyfikacji łańcucha kinematycznego.

Zaprezentowana tu metodyka opisu analitycznego przestrzeni roboczej właściwej położeń może być z powodzeniem zastosowana do innych robotów, nie tylko o strukturze antropomorficznej. Jedynym ograniczeniem jest skomplikowanie bryły przestrzeni roboczej, indywidualnie opisywanej dla każdego przypadku. Wykonanie takiego oprogramowania wymagane jest do stosowania automatycznego generatora trajektorii, współpracującego z systemem wizyjnym robota eksperymentalnego.

Bibliografia

1. Szkodny T.: Modelowanie i symulacja ruchu manipulatorów robotów przemysłowych. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2004.
2. Szkodny T.: Przestrzeń robocza robota eksperymentalnego. Materiały Konferencji Nauk-Techn. AUTOMATION '97, Warszawa 1997, t. 1, s. 165–172.
3. Szkodny T.: Przestrzeń robocza manipulatora IRb6 na torze jezdny LP-1. PAR 9/97, s. 9–11.
4. Giergiel J., Buratowski T.: Podstawy robotyki. Wydawnictwo AGH, Kraków 2004.
5. Kozak P., Miller L., Pachuta M., Rudnicki Z., Socha A.: Szkolenie wdrożeniowe w zakresie robotów IRB. SIMP, Warszawa 1981.
6. Jezierski E.: Dynamika robotów. WNT, Warszawa 2006. ■