

Określenie zasady pomiaru dla bezdotykowych optycznych pomiarów średnic wałków

Jerzy Mąkowski

Streszczenie: Przedstawione opracowanie pokazuje możliwość zastosowanie zjawiska dyfrakcji w pomiarach realizowanych w warunkach przemysłowych. Oznacza to uwzględnienie wymiaru źródła rozciągłego oraz średnicy wałka jako przeszkody przestrzennej. Rozwiązanie takie pozwala na przyjęcie zjawiska dyfrakcji jako zasady pomiaru w procesie optycznych bezdotykowych pomiarów średnic wałków. Obecnie pokazano tylko możliwość tego zastosowania. Pełne uzasadnienie podane zostanie w następnym artykule po przedstawieniu modyfikacji wzorów dyfrakcyjnych oraz wykresów rozkładu amplitudy fal geometrycznej, krawędziowej i dyfrakcyjnej w funkcji położenia na płaszczyźnie obserwacji.

Słowa kluczowe: dyfrakcja, fala geometryczna, fala krawędziowa

1. Wstęp

„Analiza wybranych właściwości metrologicznych mikrometrów laserowych” przedstawiona w [1] wykazała brak określenia zasady pomiaru przy obecnie stosowanej optycznej bezdotykowej metodzie pomiarów średnic wałków. Zgodnie z [2] „Zasada pomiaru jest to zjawisko fizyczne stanowiące podstawę pomiaru”. Stosowane mikrometry laserowe korzystają z tzw. metody „cienia”. Rozwiązanie takie nie ma oparcia na konkretnym zjawisku fizycznym. Nie istnieje teoretyczne opracowanie pozwalające na przeprowadzenie symulacji metody. Zadaniem artykułu jest podanie podstawowych informacji o możliwości modyfikacji teorii dyfrakcji do warunków rzeczywistych i zastosowania jej jako zjawiska będącego podstawą optycznych pomiarów bezdotykowych. Na podstawie ściśle zdefiniowanego (dla warunków rzeczywistych) zjawiska dyfrakcji możliwe będzie pełne opracowanie systemu pomiarowego zawierającego trzy elementy [2]:

- zasadę pomiaru – opis zjawiska fizycznego pozwalający na cyfrową symulację pomiaru,
- sposób pomiaru – wykaz kolejnych czynności niezbędnych do wykonania pomiaru,
- metodę pomiaru – określenie sposobu porównania z wartością wzorcową (obliczeniami teoretycznymi).

Nowa – dyfrakcyjna – metoda pomiarowa umożliwi eliminację etapu stosowania wzorca czyli zmniejszy liczbę miejsc powstawania błędów.

2. Teoria dyfrakcji

Znane teorie dyfrakcji opierają się na:

- zastosowaniu punktowego źródła światła,
- przyjęciu przesłony w postaci otworu lub ostrej krawędzi.

Oba wymienione elementy (źródło, przesłona), w rozważaniach teoretycznych, nie mają wymiarów. Przypadek taki umożliwi analizę układów falowych, lecz nie może być zastosowany w rozważaniach teoretycznych dla warunków

rzeczywistych. Teoretyczne podejście do zjawiska dyfrakcji zaproponowane przez W. Rubinowicza w pracach [3, 4] przyjęto jako podstawę do opracowania modyfikacji umożliwiającej przejście z ww. założeń do warunków rzeczywistych. W ramach przedstawionej modyfikacji uwzględniono wymiar źródła światła i średnicę wałka stanowiącego przesłonę powodującą zjawisko dyfrakcji.

2.1. Teoria dyfrakcji Wojciecha Rubinowicza

W obrębie kirchhoffowskiej teorii dyfrakcji uwzględnia się dwie różne interpretacje tego zjawiska:

- Model Younga-Rubinowicza bazujący na tzw. fali krawędziowej, którego pierwotna idea pochodzi od T. Younga i który został rozbudowany i uzasadniony teoretycznie przez W. Rubinowicza.
- Model dyfrakcji A. Fresnela, bazujący na koncepcji stref, który był przez długi okres czasu uważany za jedynie słuszny.

Young interpretował zjawiska dyfrakcji jako wynik superpozycji fali, jaka rozprzestrzeniła się w przestrzeni swobodnej z falą, która pojawia się w obecności przesłony i może być interpretowana jako fala odbita od krawędzi przesłony uginającej. Rubinowicz wykazał matematycznie, że istnieje możliwość rozdziału pola dyfrakcyjnego Kirchhoffa na dwa składniki. Jeden ma charakter fali przechodzącej przez otwór w przysłonie, a drugi reprezentuje falę, o powstaniu której decyduje oddziaływanie pola padającego z krawędzią otworu dyfrakcyjnego. Oddziaływanie to ma charakter odbicia.

Wówczas całka Kirchhoffa [4, 5] redukuje się w obszarze niezawierającym źródeł do postaci

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ U(Q) \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{ikr}}{r} \frac{\partial}{\partial n} U(Q) \right\} df \quad (1)$$

Rubinowicz zauważył, że wyrażenie podcałkowe w całce (1) można zapisać w postaci iloczynu

$$\vec{n} \cdot \vec{V}(P, Q) \quad \vec{V}(P, Q) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{e^{ikr}}{r} \text{grad}_Q U(Q) - U(Q) \text{grad}_Q \frac{e^{ikr}}{r} \right\} \quad (2)$$

gdzie \vec{n} jest wektorem prostopadłym do rozważanego elementu df powierzchni całkowania, a r jest odległością punktu całkowania Q na powierzchni od rozważanego punktu obserwacji P (rys. 1). Ponieważ $\text{div}_Q \vec{V}(P, Q) = 0$ jest więc widoczne, że pole wektorowe $\vec{V}(P, Q)$, jako funkcja punktu Q , jest polem bezźródłowym i jako takie daje się przedstawić w postaci rotacji jakiegoś innego pola wektorowego, tj. $\vec{V} = \text{rot}_Q \vec{W}(P, Q)$

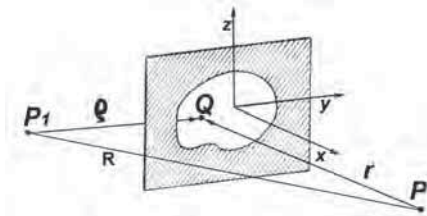
To pozwala zapisać całkę dyfrakcyjną (2) po powierzchni otworu uginającego w postaci

$$U_K(P) = \oint_K \vec{W}(P, Q) \cdot d\vec{s} + \sum_j \oint_{(C_j)} \vec{W}(P, Q) \cdot d\vec{s} \quad (3)$$

Pierwsza z całek krzywoliniowych jest liczona wzdłuż krawędzi uginającej K , a pozostałe – po krzywych wokół miejsc osobliwych pola $\vec{W}(P, Q)$, leżących na powierzchni całkowania. To, że pole $\vec{W}(P, Q)$ musi rzeczywiście mieć punkty osobliwe, wynika z tego, że całka (1) po powierzchni zamkniętej, obejmującej rozważany punkt P , przy braku punktów osobliwych wyrażenia podcałkowego byłaby tożsamościowo zerem, co jest sprzeczne z twierdzeniem całkowym Helmholtza-Kirchhoffa. Aby wyjaśnić charakter punktów osobliwych wystarczy rozważyć szczególny przypadek, gdy fala padająca na przesłonę jest izotropową falą kulistą. Okazuje się wtedy [5], że dla takiej fali funkcja wektorowa $\vec{W}(P, Q)$ (którą nazywa się potencjałem) przyjmuje postać:

$$\vec{W}(P, Q) = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{ik(r+\rho)}}{r\rho} \frac{(\vec{r} \times \vec{\rho})}{r\rho + \vec{r} \cdot \vec{\rho}}. \quad (4)$$

Oznaczenia występujące we wzorze (4) są zgodne z rys. 1 ($P1$ – źródło światła, Q – punkt na powierzchni otworu, P – punkt obserwacji, ρ – odległość punktu źródła od punktu na otworze, r – odległość punktu obserwacji od punktu na otworze, R – odległość punktu źródła $P1$ od punktu obserwacji P .)



Rys. 1. Schemat dyfrakcji Younga-Rubinowicza
Fig. 1. Young-Rubinowicz model of diffraction

Ze wzoru (4) widać, że gdy wektory \vec{r} i $\vec{\rho}$ leżą na prostej, wówczas mianownik i licznik znikają. Okazuje się jednak, że można zapisać

$$\frac{|\vec{r} \times \vec{\rho}|}{|r\rho + \vec{r} \cdot \vec{\rho}|} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \tan \frac{\alpha}{2} \quad (5)$$

gdzie α jest kątem między wektorami \vec{r} i $\vec{\rho}$.

Jeżeli $\alpha \rightarrow \pi$ to $\tan(\alpha/2) \rightarrow \infty$, co potwierdza występowanie osobliwości.

Można więc stwierdzić, że w przypadku padającej na przesłonę pierwotnej fali kulistej, potencjał $\vec{W}(P, Q)$ ma punkt osobliwy i że jest on umiejscowiony w punkcie przecięcia powierzchni całkowania z prostą łączącą punktowe źródło $P1$ z punktem obserwacji P . Obliczenie całki krzywoliniowej z $\vec{W}(P, Q)$ wokół punktu osobliwego daje w punkcie P wyrażenie

$$U_G = \oint_{(C)} \vec{W}_0(P, Q) \cdot d\vec{s} = \frac{\delta e^{ikr}}{R}, \quad (6)$$

gdzie: $\delta = 1$ dla punktów obserwacji w stożku świetlnym, $\delta = 0$ dla punktów obserwacji w obszarze cienia, R jest odległością punktu źródła $P1$ od punktu obserwacji P .

Fala (6) jest zaburzeniem, jakie dochodzi do punktu obserwacji P w przypadku braku jakiegokolwiek przesłony, jeśli leży on w tzw. stożku świetlnym, i jest zerem, jeżeli znajduje się on w obszarze geometrycznego cienia. Nosi ona nazwę **fali geometrycznej**. Zgodnie z modelem Rubinowicza kirchhoffowskie pole dyfrakcyjne opisuje ruch falowy,

który jest ciągły wszędzie w przestrzeni poza źródłem światła i na podstawie wzoru (3) daje się przedstawić w postaci

$$U_K(P) = U_G(P) + U_B(P), \quad (7)$$

gdzie: $U_K(P)$ – kirchhoffowska fala dyfrakcyjna w punkcie obserwacji, $U_G(P)$ – fala geometryczna w punkcie obserwacji (fala niezakłócona), $U_B(P)$ – fala krawędziowa w punkcie obserwacji.

$U_B(P) = \oint_H \vec{W} \cdot \vec{\tau} dl$ jest falą krawędziową odbitą od krawędzi H , $\vec{\tau}$ – jest wektorem stycznym do elementu łuku jej krawędzi dl . Zgodnie z [4] wzór na falę krawędziową, po przekształceniach przyjmuje postać

$$U_B(P) = \frac{e^{ikr \pm \frac{\pi}{4}}}{r\sqrt{2}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\frac{\pi v^2}{2}} dv$$

gdzie

$$v = \sqrt{\frac{2k(r + \rho - R)}{\pi}} \quad (8)$$

W literaturze model dyfrakcji zaproponowany przez Rubinowicza i oparty na założeniach Younga nosi nazwę modelu Younga-Rubinowicza. Szczegółowe rozważania Rubinowicza dotyczące tego zjawiska znajdują się w pracach [3, 4].

Przedstawione wzory reprezentują gęstość energii pola elektrycznego. Wynikiem obliczeń ma być natężenie wypadkowe fali dyfrakcyjnej w punkcie obserwacji obliczone wg wzoru (9)

$$I = |U_G|^2 + |U_B|^2 + 2|U_G||U_B| \cos(\varphi_G - \varphi_B). \quad (9)$$

Ważnym składnikiem wzoru (9) jest element zawierający różnicę faz. Pojawiająca się fala krawędziowa jest wynikiem oddziaływania fali geometrycznej z krawędzią. Źródłem obu fal występujących w punkcie obserwacji jest przyjęte na wstępie **jedno źródło punktowe emitujące fale o stałej fazie**. Różnica faz w punkcie obserwacji wynika wówczas z różnicy dróg optycznych oraz teorii dyfrakcji Rubinowicza.

3. Modyfikacja teorii Younga-Rubinowicza

Pełna modyfikacja teorii Younga-Rubinowicza obejmuje:

- zastosowania nieskończonej liczby ostrych krawędzi, których suma stanowi powierzchnię wałka,
- zastosowanie nieskończonej liczby źródeł punktowych emitujących fale w zgodnej fazie i zlokalizowanych na jednej linii (o ściśle określonej długości) równoległej do płaszczyzny obserwacji,
- przekształcenie równań Rubinowicza, dotyczących fal geometrycznej i krawędziowej, do postaci zawierającej wprowadzone parametry geometrii układu dyfrakcyjnego.

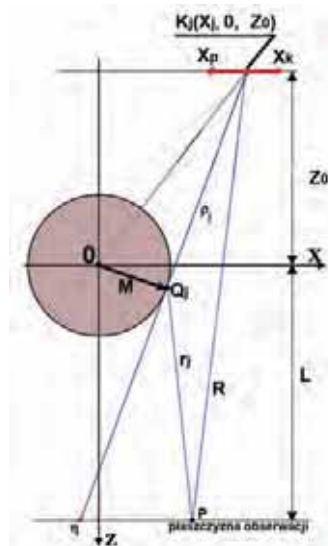
Schemat układu dyfrakcyjnego dla źródła punktowego i ostrej krawędzi przedstawia rys. 2. Zaznaczono tam możliwość obrotu przesłony $0Q$ (posiadającej ostrą krawędź Q) wokół punktu 0 . Otrzymamy wówczas nieskończoną liczbę ostrych krawędzi. Fale emitowane przez źródło punktowe K_j wytworzą wiele fal krawędziowych od różnych ostrych krawędzi. W punkcie obserwacji np. P otrzymamy wypadkowy efekt dyfrakcyjny od wielu ostrych krawędzi. Przytoczone rozważanie stanowi pierwszy etap modyfikacji teorii Rubinowicza.

W przedstawionym rozwiązaniu zastosowano wiele przesłon (ostrych krawędzi) umieszczonych na obwodzie wałka



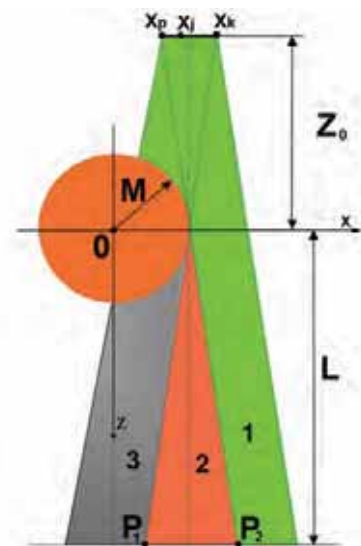
Rys. 2. Układ dyfrakcyjny dla przypadku źródła punktowego i ostrej krawędzi

Fig. 2. Diffraction pattern (setting) for the case of spot source and sharp edge



Rys. 3. Schemat analizy zjawiska dyfrakcji dla przypadku rzeczywistego

Fig. 3. Diagram of the analysis of the diffraction phenomenon for real case



Rys. 4. Określenie obszarów obserwacji

Fig. 4. Specifying the area of observation

ka. Pozostaje problem źródła światła. Jako źródło światła przyjęto wiązkę laserową. Mamy wówczas do czynienia z:

- średnicą wiązki,
- zbieżnością wiązki,
- zmianą promienia frontu falowego wzdłuż osi,
- rozkładem intensywności.

Wzór (9) uwzględnia różnicę faz fal geometrycznej i krawędziowej. Uzyskanie kontrolowanej informacji o różnicy faz w punktach obserwacji jest możliwe tylko w przypadku, gdy wszystkie źródła punktowe zawarte w źródle rozciągniętym będą promieniowały w tej samej fazie. Różnicę faz fal (geometrycznej i krawędziowej) padających na płaszczyznę obserwacji można będzie wówczas obliczyć na podstawie teorii Rubinowicza i po uwzględnieniu superpozycji wielu źródeł i wielu krawędzi. **Jedynym przypadkiem pozwalającym na uzyskanie źródła światła o żądanej właściwości jest uznanie przewężenia wiązki światła laserowego jako źródła użytego w procesie dyfrakcji.** Zgodnie z [6] „faza w całej płaszczyźnie $z = 0$ jest stała i równa zero, co oznacza, że w tej płaszczyźnie istnieje płaskie czoło falowe, ale ze zmiennym rozkładem amplitudy”. Płaszczyzna $z = 0$ oznacza przewężenie wiązki laserowej. Prowadząc płaszczyznę styczną do osi wiązki światła i prostopadłą do osi wałka, stanowiącego przesłonę dyfrakcyjną, uzyskujemy **rozciągnięte źródło światła (średnica przewężenia leżąca na przyjętej płaszczyźnie) złożone z nieograniczonej liczby źródeł punktowych,**

Dysponując tak wyznaczonym rozciągniętym źródłem światła oraz przesłoną o określonej matematycznie geometrii (wałek), tj. posiadającą nieograniczoną liczbę krawędzi można przystąpić do modyfikacji wzorów dyfrakcyjnych opracowanych przez W. Rubinowicza. Przyjęte rozwiązanie stanowi bazę umożliwiającą dalsze prace nad obliczeniem efektu dyfrakcyjnego dla różnych średnic wałków oraz zastosowanie tych obliczeń w procesie pomiarowym. Zastosowanie przewężenia wiązki światła laserowego jako źródła i prowadzenie rozważań zjawiska dyfrakcji na tej podstawie stano-

wi nowość i umożliwia przejście z dotychczas znanych teorii dyfrakcji do teorii uwzględniającej warunki rzeczywiste. Rozwiązanie takie przyjęto w dalszych rozważaniach i w procesie cyfrowej symulacji zjawiska dyfrakcji. Geometrię przedstawionego rozwiązania omówiono na podstawie rys. 3.

Oznaczenia na rys. 3: K – źródło rozciągnięte zawarte między punktami x_p i x_k , M – promień wałka, Z_0 – odległość źródła od osi x , L – odległość płaszczyzny obserwacji od osi x , K_j – aktualnie rozpatrywany punkt źródła, ρ_j – odległość punktu K_j od punktu styczności z wałkiem Q_p , r_j – odległość punktu Q_j od punktu obserwacji P , R – odległość punktu K_j od punktu obserwacji P , η – punkt obserwacji leżący na stycznej do wałka wychodzącej z aktualnie rozpatrywanego punktu źródła.

W przyjętym na rys. 3 układzie współrzędnych osi y pokrywa się z osią wałka. Dla każdego źródła punktowego K_j otrzymano punkt granicy cienia η oraz odległości r , ρ i R zależne od Z_0 , L i położenia punktu obserwacji P . Przyjęte parametry zostaną wykorzystane w obliczeniach dyfrakcji. Rozpatrując geometrię przedstawionego przypadku sporządzono rys. 4. Wyznaczono tam granice cienia dla skrajnych źródeł punktowych źródła rozciągniętego K . Dla uproszczenia procesu analizy, lecz bez strat dla analizowanego procesu, wyznaczono skrajne linie ograniczające wiązkę laserową. Praktycznie światło rozchodzi się poza teoretycznymi granicami wiązki. Zjawisko to nie ma wpływu na efekt dyfrakcyjny.

Na rys. 4 oznaczono dodatkowo punkty: P_1 – punkt obserwacji leżący na przecięciu stycznej do wałka wychodzącej z punktu x_k z płaszczyzną obserwacji, P_2 – punkt obserwacji leżący na przecięciu stycznej do wałka wychodzącej z punktu x_p z płaszczyzną obserwacji, x_j – aktualnie rozpatrywane źródło punktowe. Pozostałe oznaczenia są zgodne z rys. 3.

Na płaszczyźnie obserwacji otrzymano trzy obszary.

1. Obszar światła wspólny dla wszystkich punktów źródła rozciągniętego.
2. Obszar zawarty między granicami cienia dla skrajnych źródeł punktowych źródła rozciągniętego. W tym obszarze

poszczególne źródła punktowe leżące między punktami skrajnymi mają swoje granice cienia.

3. Obszar, w którym występuje cień dla wszystkich źródeł punktowych.

Występujące pola falowe na lewo od granicy obszaru 3 oraz na prawo od granicy obszaru 1 nie mają żadnego znaczenia dla przeprowadzanych rozważań. Wypadkowa fala dyfrakcyjna generowana przez rozciągłe źródło na przesłonie walcowej, zgodnie z teorią Rubinowicza, zachowuje się różnie w każdym obszarze obserwacji.

W obszarze 1 wszystkie składowe fale krawędziowe są w fazie przeciwnej do poszczególnych fal geometrycznych a wypadkowa fala geometryczna jest sumą wszystkich fal geometrycznych generowanych przez poszczególne źródła punktowe.

W obszarze 2 na wypadkową falę dyfrakcyjną składają się zarówno występujące tu fale geometryczne od widocznych źródeł punktowych jak i generowane przez wszystkie źródła fale krawędziowe. Należy więc brać pod uwagę pełne pole dyfrakcyjne dla poszczególnego źródła punktowego.

W obszarze 3 występuje tylko wypadkowa fala będąca sumą fal krawędziowych generowanych przez poszczególne źródła punktowe. Wypadkowa fala geometryczna jest zerowa. Faza wypadkowej fali krawędziowej jest w obszarze 3 zgodna z fazą wypadkowej fali geometrycznej w obszarze 1

Podany opis układów falowych w poszczególnych obszarach wskazuje na celowość szczególnego zainteresowania obszarem 2. Obecnie właściwości tego obszaru nie będą omawiane.

Na podstawie wprowadzonych założeń dokonano modyfikacji wzorów na fale: geometryczną i krawędziową.

$$U_G = \int_{x_j}^{x_k} \frac{e^{ikR}}{R} dx \quad (10)$$

$$U_B = \int_{x_p}^{x_j} \frac{e^{i(kR \pm \frac{\pi}{4})}}{R\sqrt{2}} \int_{+\infty}^{\sqrt{\frac{2k}{\pi}(r+\rho-R)}} e^{\frac{i\pi v^2}{2}} dv dx ,$$

gdzie

$$v = \sqrt{\frac{2k(r+\rho-R)}{\pi}} \quad (11)$$

Obliczenie podanych wzorów oraz obliczenie natężenia wypadkowej fali dyfrakcyjnej zgodnie z (9) zostanie omówione w kolejnym artykule. Porównanie uzyskanych wyników teoretycznych z eksperymentem umożliwi przedstawienie dyfrakcyjnej metody bezdotykowych optycznych pomiarów średnic wałków.

4. Podsumowanie

Modyfikacja teorii dyfrakcji opracowanej przez Rubinowicza do warunków eksperymentu możliwa jest po wprowadzeniu niżej wymienionych założeń:

- analizę zjawiska dyfrakcji należy prowadzić dla rozciągłego źródła światła,
- wszystkie źródła punktowe składające się na źródło rozciągłe mają posiadać stałą fazę co możliwe jest tylko w przypadku przyjęcia średnicy przewężenia wiązki światła laserowego jako źródła rozciągłego,
- przyjęcie powierzchni wałka jako zbioru ostrych krawędzi.

Zastosowanie podanych założeń pozwala na prowadzenie rozważań dla wielu źródeł punktowych o stałej fazie i amplitudach posiadających gaussowski rozkład na długości źródła.

Przyjęcie wielu ostrych krawędzi o ściśle określonym położeniu w stosunku do poszczególnych źródeł umożliwi zastosowanie parametrów geometrycznych występujących we wzorach dyfrakcyjnych. Obliczenie efektów dyfrakcyjnych metodą superpozycji pozwoli na ich porównanie z eksperymentem i na przyjęcie zmodyfikowanej teorii dyfrakcji Rubinowicza jako **zasady optycznych pomiarów bezdotykowych**.

Bibliografia

1. Mąkowski J., *Analiza wybranych właściwości metrologicznych mikrometrów laserowych*, „Pomiary Automatyka Robotyka”, 1/2013, 68–72.
2. Dusza J., Gortat G., Leśniewski A., *Podstawy miernictwa*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2002.
3. Rubinowicz A., *Die Beugungswelle in der Kirchhoffschen Theorie der Beugung*, PWN, 1966
4. Rubinowicz W., *Teoria dyfrakcji Kirchhoffa i jej interpretacja na podstawie poglądów Younga*, Ossolineum, 1972.
5. Petykiewicz J., *Optyka falowa*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1986.
6. Józwicki R., *Optyka laserów*, Wydawnictwa Naukowo Techniczne, 1981. ■

Definition of the principle of measuring for touchless optical measurements of cylinder diameters

Abstract: Presented study shows possibility of applying the phenomenon of diffraction to real conditions. It means taking into consideration the dimension of extensive source as well as the dimension of cylinder as spatial obstacle. This kind of solution enables assuming the phenomenon of diffraction as the principle of measuring in the process of optical touchless measuring of cylinders' diameters. At present the possibility of this application has only been shown. Full justification will be given in the next article after presentation of modifications of diffraction patterns and diagrams of distribution of the amplitude of geometric, edge and diffraction waves in the function of position on the observation plane.

Keywords: diffraction, geometric wave, edge wave

mgr inż. Jerzy Mąkowski

Absolwent Politechniki Warszawskiej Wydziału Mechaniki Precyzyjnej (obecnie Mechatroniki), projektant systemów zarządzania w przemyśle. Obecnie bada bezdotykowe optyczne metody pomiarowe w Instytucie Metrologii i Systemów Biomedycznych Politechniki Warszawskiej.

e-mail: jurek.mako@wp.pl

