

dr inż. Andrzej Ruszewski  
 Politechnika Białostocka, Wydział Elektryczny

## STABILIZACJA UKŁADÓW INERCYJNYCH UŁAMKOWEGO RZĘDU Z OPÓŹNIENIEM ZA POMOCĄ UŁAMKOWEGO REGULATORA PID

*W pracy rozpatrzono problem stabilności układów regulacji automatycznej złożonych z regulatora PID ułamkowego rzędu oraz obiektu inercyjnego ułamkowego rzędu z opóźnieniem. Wykorzystując klasyczną metodę podziału D podano proste analityczno-komputerowe metody wyznaczania obszarów stabilności na płaszczyźnie parametrów rozpatrywanego regulatora. Zaproponowane metody zastosowano także do wyznaczania obszarów stabilności dla zadanych zapasów modułu i fazy.*

### STABILIZATION OF FRACTIONAL-ORDER INERTIAL PLANTS WITH TIME DELAY USING FRACTIONAL PID CONTROLLERS

*The paper presents the stability problem of control systems composed of a fractional-order PID controller and a inertial plant of a fractional order with time delay. Using the classical D-partition method, a simple and efficient computational method for determining stability regions in the controller parameters space are given. The presented method is also used for obtaining stability regions for specified gain and phase margins requirements.*

#### 1. WSTĘP

Regulator proporcjonalno-całkująco-różniczkujący (PID) jest nadal podstawowym urządzeniem wykorzystywanym w przemysłowych układach automatyki. Spowodowane jest to między innymi prostotą działania, łatwością instalacji oraz niskim kosztem. Literatura na temat doboru wartości parametrów regulatora zapewniających określone kryteria jakości (syntezy parametrycznej) jest obszerna, np. [1, 7, 14, 15].

W ostatnich latach obserwuje się wzrost zainteresowania układami dynamicznymi opisanymi ułamkowymi równaniami różniczko-całkowymi oraz regulatorem PID ułamkowego rzędu, np. [8, 9, 10, 16]. W regulatorze PID ułamkowego rzędu, określanym jako  $PI^\lambda D^\mu$  [11], rząd całkowania  $\lambda$  oraz różniczkowania  $\mu$  są w ogólnym przypadku dowolnymi nieujemnymi liczbami rzeczywistymi. Problem doboru nastaw regulatorów ułamkowego rzędu dla obiektów regulacji bez opóźnienia transportowego rozpatrywany był między innymi w pracach [4, 6, 10, 17]. Wykazano tam, że zastosowanie regulatora ułamkowego  $PI^\lambda D^\mu$  o pięciu stopniach swobody poprawia wskaźniki jakości regulacji. Badania przeprowadzono dla modeli obiektów regulacji całkowitego i ułamkowego rzędu. W pracy [5] rozpatrzono problem stabilności układów regulacji złożonych z ułamkowego regulatora i obiektów ułamkowego rzędu z opóźnieniem.

W niniejszej pracy rozpatrzony zostanie problem badania stabilności układów regulacji automatycznej złożonych z regulatora  $PI^\lambda D^\mu$  i obiektu inercyjnego ułamkowego rzędu z opóźnieniem. Zostaną podane analityczno-komputerowe metody wyznaczania obszarów stabilności w przestrzeni parametrów regulatora  $PI^\lambda D^\mu$ . Proponowane metody oparte są na klasycznej metodzie podziału D oraz podejściu przedstawionym w pracach [12, 13].

## 2. GŁÓWNY REZULTAT

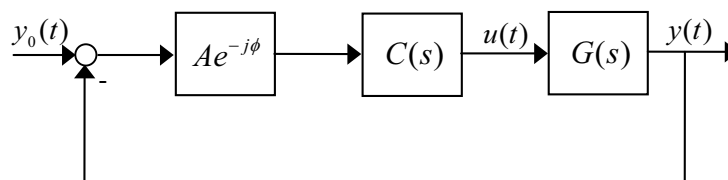
Weźmy pod uwagę układ regulacji automatycznej pokazany na rys. 1. Obiekt regulacji opisany jest transmitancją operatorową w postaci członu inercyjnego ułamkowego rzędu z opóźnieniem

$$G(s) = \frac{Ke^{-sh}}{1+Ts^\alpha}, \quad h \geq 0, \quad K > 0, \quad (1)$$

gdzie  $\alpha$  jest dodatnią liczbą rzeczywistą. Będziemy przyjmować, że  $\alpha \in (0, 1]$ . Przy  $\alpha = 1$  transmitancja (1) opisuje człon inercyjny pierwszego rzędu z opóźnieniem. Regulator jest natomiast ułamkowym regulatorem PID o transmitancji

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} + k_d s^\mu, \quad (2)$$

gdzie  $\lambda$  i  $\mu$  są ułamkowymi rzędami części całkującej i różniczkującej regulatora. W przypadku ogólnym  $\lambda$  i  $\mu$  są dodatnimi liczbami rzeczywistymi, będziemy przyjmować  $\lambda < 2$ ,  $\mu < 2$ . Dla  $\lambda = 1$ ,  $\mu = 1$  otrzymamy transmitancję operatorową klasycznego regulatora PID.



Rys. 1. Rozpatrywana struktura układu regulacji automatycznej

Na rys. 1 w torze głównym sterowania występuje tzw. tester zapasu modułu i fazy  $A \exp(-j\phi)$ , gdzie  $A$  i  $\phi$  są to odpowiednio zapas modułu i zapas fazy. Tester ten nie występuje w rzeczywistym układzie regulacji, wykorzystywany jest on tylko przy syntezy parametrycznej regulatora. Wartości parametrów regulatora dobiera się tak, aby układ regulacji charakteryzował się określonymi zapasami stabilności modułu i fazy. W typowych układach sterowania zapas fazy wynosi od  $30^\circ$  do  $60^\circ$ , natomiast zapas modułu od 5 dB do 10 dB. Zapasy te związane są ze wskaźnikami jakości określanymi na podstawie odpowiedzi skokowych układu regulacji automatycznej, tj. przeregulowaniem, czasem regulacji. Wielkości te zależą przede wszystkim od zapasu stabilności fazy [18].

Quasi-wielomian charakterystyczny rozpatrywanego układu regulacji ma postać

$$w(s, \mathbf{q}) = A \exp(-j\phi) K (k_p s^\lambda + k_i + k_d s^{\lambda+\mu}) \exp(-sh) + (1 + Ts^\alpha) s^\lambda, \quad (3)$$

gdzie  $\mathbf{q}$  jest wektorem parametrów regulatora, tj.  $\mathbf{q} = [k_p, k_i, k_d, \lambda, \mu]$ .

Podstawowym wymaganiem stawianym układom regulacji automatycznej jest ich stabilność asymptotyczna. W przypadku układów ułamkowego rzędu rozpatrujemy stabilność w sensie ograniczone wejście-ograniczone wyjście, którą dalej będziemy krótko nazywać stabilnością, np. [3]. Rozpatrywany układ regulacji automatycznej jest stabilny, gdy jego quasi-wielomian charakterystyczny ułamkowego stopnia (3) jest stabilny, tzn. wszystkie jego zera mają ujemne części rzeczywiste [5]. Zera quasi-wielomianu charakterystycznego są ciągłymi funkcjami

jego współczynników. Przy ustalonej transmitancji obiektu (1) stabilność quasi-wielomian (3) zależy od wartości parametrów regulatora (2). Wykorzystując klasyczną metodę podziału D [2] możemy wyznaczyć obszary stabilności w przestrzeni parametrów regulatora. Obszary te określają zbiór wartości parametrów regulatora, dla których rozpatrywany układ regulacji automatycznej jest stabilny. Granice stabilności (podziału D) odpowiadają takim wartościom parametrów regulatora, dla których quasi-wielomian charakterystyczny (3) ma przynajmniej jedno zero położone na osi urojonej, w tym w nieskończoności. Może to być zero rzeczywiste, para zer urojonych sprzężonych o skończonej wartości części urojonej lub para zer urojonych sprzężonych o nieskończonej części urojonej. Wobec tego granice podziału D dzielimy na granice: zer rzeczywistych, zer zespolonych i zer w nieskończoności. Granice te wyznaczamy z równania

$$w(j\omega, \mathbf{q}) = A \exp(-j\phi) K [k_p (j\omega)^\lambda + k_i + k_d (j\omega)^{\lambda+\mu}] \exp(-j\omega h) + [1 + T(j\omega)^\alpha] (j\omega)^\lambda = 0, \quad (4)$$

które otrzymuje się przyrównując do zera quasi-wielomian (3) przy  $s = j\omega$ .

Niech  $Q_g = \{\mathbf{q} : w(j\omega, \mathbf{q}) = 0, \omega \geq 0\}$  będzie zbiorem wartości parametrów regulatora, przy których układ regulacji jest na granicy stabilności. Granicom podziału D odpowiada wektor  $\mathbf{q}$  o wartościach leżący na granicy:

- zer rzeczywistych -  $Q_{gr} = \{\mathbf{q} : w(j\omega, \mathbf{q}) = 0, \omega = 0\}$ ,
- zer w nieskończoności -  $Q_{gn} = \{\mathbf{q} : w(j\omega, \mathbf{q}) = 0, \omega = \infty\}$ ,
- zer zespolonych -  $Q_{gz} = \{\mathbf{q} : w(j\omega, \mathbf{q}) = 0, \omega > 0\}$ .

Dowolnemu punktowi na granicy zer rzeczywistych odpowiada quasi-wielomian (3), który ma zero  $s = 0$ . Z równania (4) dla  $\omega = 0$  otrzymamy opis granicy zer rzeczywistych  $k_i = 0$ .

Granica zer w nieskończoności zależy od postaci członu dominującego quasi-wielomianu (3), który jest wielomianem zmiennej  $\exp(-sh)$ , (patrz np. [2, 12]). W quasi-wielomianie (3) człon o największych potęgach  $s$  ma postać

$$K k_d s^{\lambda+\mu} \exp(-sh) + T s^{\lambda+\alpha}. \quad (5)$$

W zależności od rzędu  $\mu$  i  $\alpha$  quasi-wielomian (3) może być typu neutralnego ( $\mu = \alpha$ ), wyprzedzonego ( $\mu > \alpha$ ) lub opóźnionego ( $\mu < \alpha$ ). Jeżeli quasi-wielomian (3) jest typu wyprzedzonego to jest on zawsze niestabilny przy  $k_d \neq 0$ . Łatwo zauważyć, że jeżeli quasi-wielomian (3) jest typu opóźnionego to granica zer w nieskończoności nie istnieje. Granica ta istnieje tylko dla quasi-wielomianów typu neutralnego i ma ona postać  $k_d = \pm T / K$ .

Granice zer zespolonych wyznacza się rozwiązując względem parametrów regulatora równanie (4) dla  $\omega > 0$ . Równanie zespolone (4) jest spełnione, gdy odpowiednio jego części rzeczywiste i urojone są równe 0, tj.

$$\operatorname{Re}[w(j\omega, \mathbf{q})] = 0, \quad (6)$$

$$\operatorname{Im}[w(j\omega, \mathbf{q})] = 0. \quad (7)$$

Rozwiązując układ równań (6), (7) względem dwóch wybranych parametrów, przyjmując pozostałe jako zadane, otrzymamy opis parametryczny krzywej na płaszczyźnie parametrów. Rozwiązując układ równań względem  $k_p$  i  $k_i$  odpowiednio otrzymamy

$$k_p = \frac{-1}{AK \sin\left(\frac{\pi}{2}\lambda\right)} \left[ T\omega^\alpha \sin\left(\frac{\pi}{2}(\lambda + \alpha) + \omega h + \phi\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}\lambda + \omega h + \phi\right) + AKk_d \omega^\mu \sin\left(\frac{\pi}{2}(\lambda + \mu)\right) \right], \quad (8)$$

$$k_i = \frac{1}{AK \sin\left(\frac{\pi}{2}\lambda\right)} \left[ T\omega^{\lambda+\alpha} \sin\left(\frac{\pi}{2}\alpha + \omega h + \phi\right) + \omega^\lambda \sin(\omega h) + AKk_d \omega^{\lambda+\mu} \sin\left(\frac{\pi}{2}\mu\right) \right]. \quad (9)$$

Linia krzywa o opisie parametrycznym (8), (9), wykreślona w funkcji  $\omega$ , przy zadanych wartościach  $k_d$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$  wyznacza na płaszczyźnie  $(k_p, k_i)$  granicę zer zespolonych quasi-wielomianu (3).

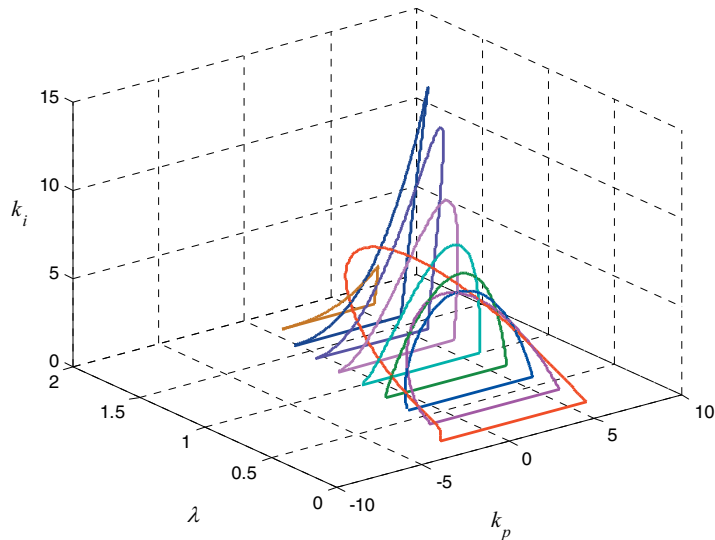
Otrzymane granice podziału  $D$  dzielą przestrzeń parametrów regulatora na obszary  $D(k)$  o skończonej liczbie zer quasi-wielomianu (3) o dodatniej części rzeczywistej. Dowolny punkt w  $D(k)$  odpowiada takim wartościom parametrów regulatora, dla których quasi-wielomian (3) ma dokładnie  $k$  zer o dodatniej części rzeczywistej. Jeżeli obszar  $D(0)$  istnieje (nie jest pusty), to jest on obszarem stabilności rozpatrywanego układu regulacji automatycznej. W celu sprawdzenia, czy dany obszar jest obszarem stabilności należy zbadać stabilność quasi-wielomianu (3) dla jednego punktu z tego obszaru, stosując np. uogólnione na przypadek quasi-wielomianów ułamkowego stopnia kryterium Michajłowa [3].

Przyjmując  $k_d = 0$  w (8), (9) otrzymamy opis parametryczny granicy zer zespolonych dla przypadku układu regulacji z regulatorem PI. W pracy [13] przeanalizowano wpływ ułamkowego rzędu modelu obiektu  $\alpha$  oraz ułamkowego rzędu członu całkującego regulatora  $\lambda$  na obszary stabilności. Otrzymano, że przy ułamkowym rzędzie  $\alpha$  obszary stabilności są większe niż przy całkowitym rzędzie  $\alpha$ . Wpływ wartości  $\alpha$  na obszary stabilności dla przypadku z regulatorem PID jest taki sam jak z regulatorem PI, dlatego też w niniejszej pracy przyjęto do obliczeń  $\alpha = 1$  oraz pozostałe wartości parametrów obiektu jako  $K = 1$ ,  $h = 0.5$ ,  $T = 2$ .

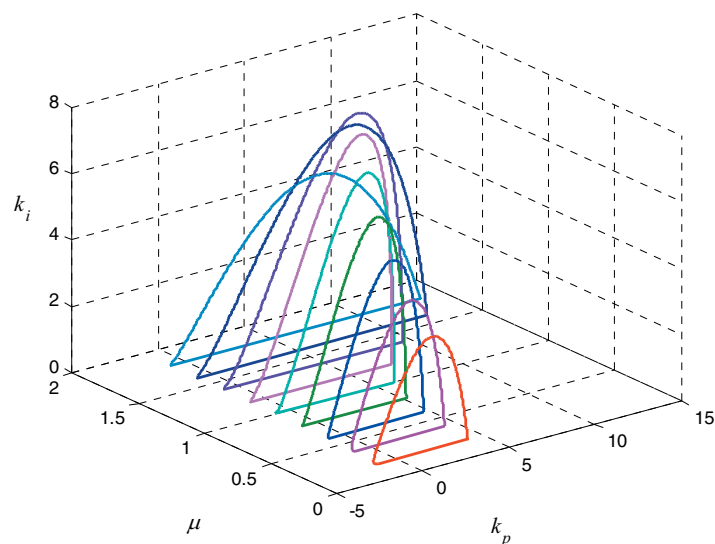
Obszary stabilności quasi-wielomianu (3) w przypadku ułamkowego rzędu części całkującej regulatora pokazane są na rys. 2. Obszary stabilności zostały wyznaczone przy  $A = 1$ ,  $\phi = 0^\circ$ ,  $k_d = 1$ ,  $\mu = 1$  dla wartości  $\lambda$  zmieniających się od 0,2 do 2 z krokiem 0,2 (regulator  $PI^\lambda D$ ). Z rys. 2 wynika, że dla  $\lambda < 1$  obszar stabilności jest większy niż dla  $\lambda = 1$ . Zwiększanie  $\lambda$  powyżej jedynki początkowo powoduje również powiększenie obszaru stabilności, po czym zaczyna on maleć, aż w końcu przy  $\lambda = 2$  przestaje istnieć.

Obszary stabilności quasi-wielomianu (3) wyznaczone przy  $A = 1$ ,  $\phi = 0^\circ$ ,  $k_d = 1$ ,  $\lambda = 1$  dla wartości  $\mu$  zmieniających się od 0.2 do 2 z krokiem 0.2 (regulator  $PID^\mu$ ) pokazane są na rys. 3. Z rys. 3 wynika, że dla  $\mu < 1$  obszar stabilności jest mniejszy niż dla  $\mu = 1$ . Zwiększanie  $\mu$  powyżej jedynki początkowo powoduje powiększenie obszaru stabilności, po czym zaczyna on się zmniejszać.

Zauważmy, że różnym wartościom  $\lambda$ ,  $\mu$  odpowiadają różne obszary stabilności. Zastosowanie regulatora  $PI^\lambda D^\mu$  pozwala na zwiększenie obszarów stabilności poprzez odpowiedni dobór ułamkowego rzędu części całkującej i różniczkującej regulatora.



Rys. 2. Obszary stabilności quasi-wielomianu (3) wyznaczone przy  $A = 1$ ,  $\phi = 0^\circ$ ,  $k_d = 1$ ,  $\mu = 1$  dla wartości  $\lambda$  zmieniających się od 0,2 do 2 z krokiem 0,2 (regulator  $PI^\lambda D$ )

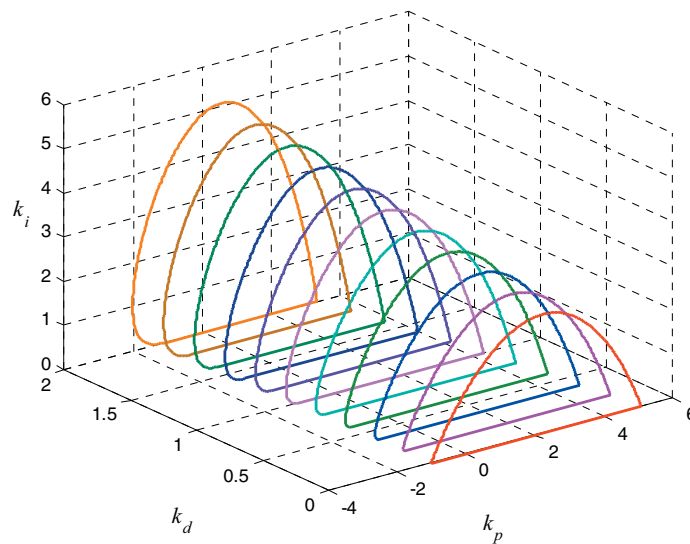


Rys. 3. Obszary stabilności quasi-wielomianu (3) wyznaczone przy  $A = 1$ ,  $\phi = 0^\circ$ ,  $k_d = 1$ ,  $\lambda = 1$  dla wartości  $\mu$  zmieniających się od 0,2 do 2 z krokiem 0,2 (regulator  $PID^\mu$ )

Podstawowym zadaniem regulatora jest zapewnienie stabilności układu regulacji oraz określonych celów regulacji. Wartości parametrów regulatora wyznacza się na przykład z uwzględnieniem zadanych zapasów stabilności modułu i fazy.

Otrzymane opisy granic stabilności (podziału D) umożliwiają wyznaczenie obszarów stabilności dla zadanych zapasów modułu i fazy. Przy wyznaczaniu obszarów stabilności dla określonego zapasu modułu  $A$  należy przyjąć  $\phi = 0$ , natomiast dla określonego zapasu fazy  $\phi$  należy przyjąć  $A = 1$ . Większe znaczenie ma zapas fazy, gdyż jest on związany z oscylacyjnością odpowiedzi skokowej układu regulacji [18].

Na rys. 4 pokazano obszary stabilności rozpatrywanego układu regulacji z regulatorem  $PI^{0.8}D^{0.4}$  wyznaczone dla  $\phi = 30^\circ$ ,  $A = 1$ , przy  $k_d$  zmieniającym się od 0 do 2 z krokiem 0,2. Dowolny punkt z wyznaczonego obszaru zapewnia zapas fazy większy niż  $\phi = 30^\circ$ . Przypadek  $k_d = 0$  odpowiada układowi regulacji z obiektem (1) i regulatorem  $PI^{0.8}$ . Z rysunku wynika, że występowanie części różniczkującej regulatora  $k_d$  powoduje zwiększenie obszarów stabilności dla przyjętego zakresu zmian  $k_d$ .

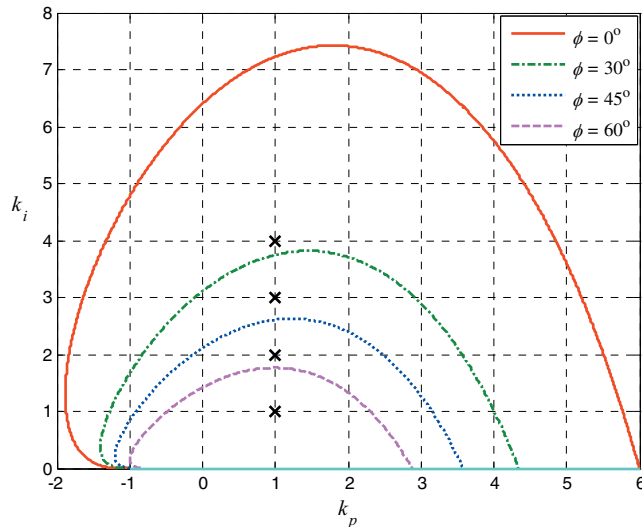


Rys. 4. Obszary stabilności quasi-wielomianu (3) wyznaczone przy  $A = 1$ ,  $\phi = 30^\circ$ ,  $\lambda = 0.8$ ,  $\mu = 0.4$  dla wartości  $k_d$  zmieniających się od 0 do 2 z krokiem 0.2 (regulator  $PI^{0.8}D^{0.4}$ )

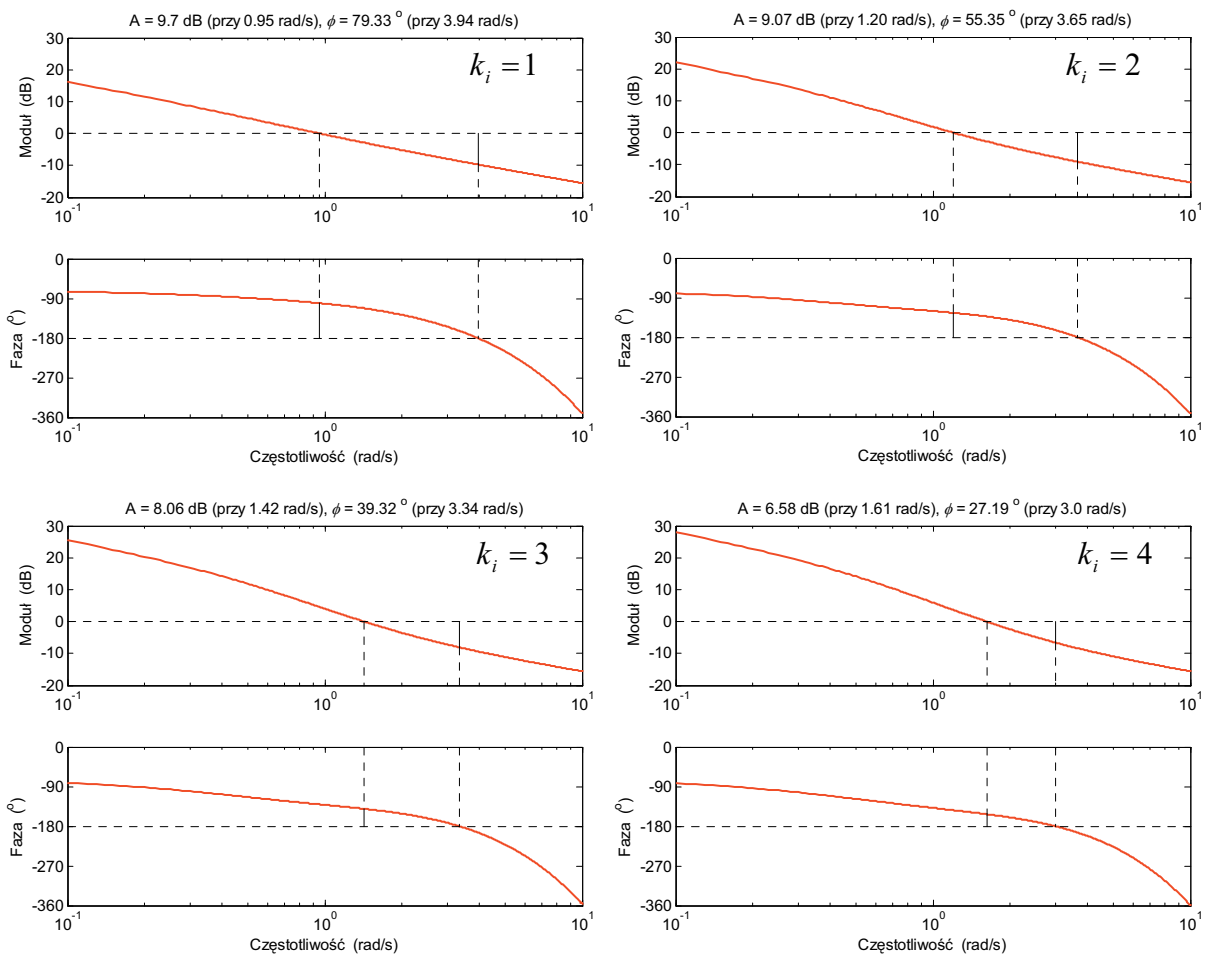
Na rys. 5 pokazano obszary stabilności quasi-wielomianu (3) z regulatorem  $PI^{0.8}D^{0.4}$  wyznaczone dla kilku wartości  $\phi$  przy  $A = 1$ ,  $k_d = 1$ . Wybierając punkt z obszaru ograniczonego linią krzywą wyznaczoną dla zadanej wartości  $\phi$  i linią prostą  $k_i = 0$  otrzymamy wartości nastaw regulatora, przy których układ regulacji ma zapas stabilności fazy większy niż wartość  $\phi$  przyjęta do wyznaczenia granicy zer zespolonych. Na rysunku oznaczono znakami  $\times$  punkty z czterech obszarów odpowiadające wartościom nastaw regulatora  $k_p = 1$ ,  $k_i = 1, 2, 3, 4$ . Dla tych punktów obliczono zapasy stabilności i zestawiono je w tab. 1. Z tabeli wynika, że wszystkie układy regulacji charakteryzują się większym zapasem fazy od tego jaki przyjęto do wyznaczenia granic zer zespolonych.

Tab. 1. Zapasy modułu i fazy

Nastawy regulatora $PI^{0.8}D^{0.4}$	Zapas modułu $A$ [dB]	Zapas fazy $\phi$ [°]
$k_p = 1, k_d = 1, k_i = 1$	9.70	79.33
$k_p = 1, k_d = 1, k_i = 2$	9.07	55.35
$k_p = 1, k_d = 1, k_i = 3$	8.06	39.32
$k_p = 1, k_d = 1, k_i = 4$	6.58	27.19



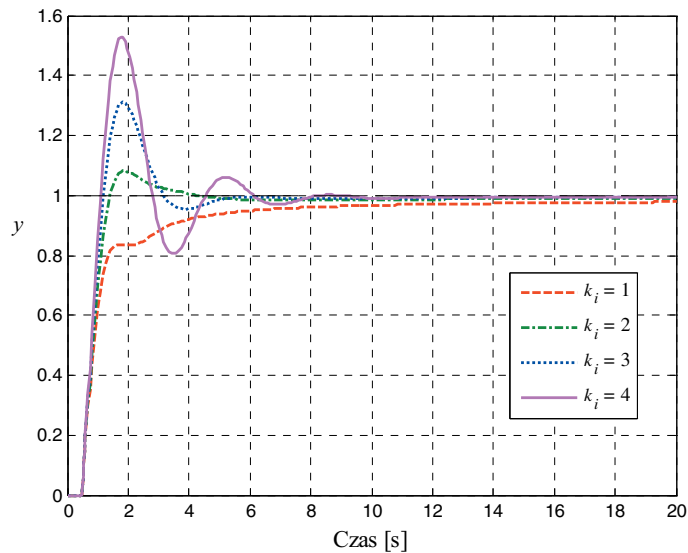
Rys. 5. Obszary stabilności quasi-wielomianu (3) wyznaczone dla kilku wartości  $\phi$  przy  $A = 1, k_d = 1$  (regulator  $PI^{0.8}D^{0.4}$ )



Rys. 6. Logarytmiczne charakterystyki częstotliwościowe modułu i fazy wyznaczone przy  $k_p = 1, k_d = 1, k_i = 1, 2, 3, 4$  (regulator  $PI^{0.8}D^{0.4}$ )

Na rys. 6 pokazano logarytmiczne charakterystyki częstotliwościowe modułu i fazy wraz z zaznaczonymi zapasami stabilności. Tab. 1 i rys. 6 potwierdzają rezultat otrzymany wcześniej na podstawie metody podziału D, że punkt z wyznaczonego obszaru stabilności zapewnia określone wartości zapasu fazy.

Na rys. 7 pokazano charakterystyki skokowe układu regulacji wyznaczone dla otrzymanych wartości nastaw regulatora (punktów z obszarów stabilności). Z rysunku wynika, że dla większego zapasu fazy  $\phi$  występuje mniejsze przeregulowanie.



Rys. 7. Odpowiedzi skokowe układu regulacji wyznaczone dla kilku wartości  $k_i$  przy  $k_p = 1$ ,  $k_d = 1$  (regulator  $PI^{0.8}D^{0.4}$ )

### 3. UWAGI KOŃCOWE

W pracy rozpatrzono problem badania stabilności układów regulacji automatycznej złożonych z ułamkowego regulatora  $PI^\lambda D^\mu$  i obiektu inercyjnego ułamkowego rzędu z opóźnieniem. Wykorzystując metodę podziału D podano analityczno-komputerową metodę wyznaczania obszarów stabilności w przestrzeni parametrów ułamkowego regulatora  $PI^\lambda D^\mu$ . Dowolny punkt z wyznaczonego obszaru odpowiada takim wartościom parametrów regulatora, dla których układ regulacji jest stabilny, tj. jego bieguny leżą w otwartej lewej półpłaszczyźnie. Zaproponowaną metodę zastosowano także do wyznaczania obszarów stabilności dla zadanych zapasów modułu i fazy, wówczas dowolny punkt z obszaru odpowiada takim wartościom parametrów regulatora, dla których układ regulacji charakteryzuje się zapasem stabilności nie mniejszym od zadanego.

Z przeprowadzonych badań wynika, że zastosowanie regulatora  $PI^\lambda D^\mu$  pozwala na zwiększenie obszarów stabilności poprzez odpowiedni dobór ułamkowego rzędu części całkującej i różniczkującej regulatora.

Pracę wykonano w ramach projektu badawczego N N514 1939 33 finansowanego przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.



#### 4. LITERATURA

1. Astrom K. J., Hagglund T.: *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. 2nd ed. Research Triangle Park, NC: Instrument Society of America, 1995.
2. Busłowicz M.: *Odporna stabilność układów dynamicznych liniowych stacjonarnych z opóźnieniami*. Seria: Mon. Komitetu Automatyki i Robotyki PAN, Tom 1, Dział Wydawnictw i Poligrafii Politechniki Białostockiej, Warszawa-Białystok, 2000.
3. Busłowicz M.: *Frequency domain method for stability analysis of linear continuous-time fractional systems*, In: K. Malinowski and L. Rutkowski (Eds.): *Recent Advances in Control and Automation*, Academic Publishing House EXIT, pp. 83-92, Warsaw 2008.
4. Chen Y.Q., Dou H., Vinagre B. M., Monje C.A.: *A Robust Tuning Method for Fractional Order PI Controllers*, The Second IFAC Symposium on Fractional Derivatives and Applications, Porto, Portugal 2006.
5. Hamamci S. E.: *An Algorithm for Stabilization of Fractional-Order Time Delay Systems Using Fractional-Order PID Controllers*, IEEE Trans. on Automatic Control, 2007, Vol. 52, pp. 1964-1969.
6. Monje C.A., Vinagre B.M., Chen Y.Q., Feliu V., Lanusse P., Sabatier J.: *Proposals for Fractional  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  Tuning*, The First IFAC Symposium on Fractional Differentiation and its Applications, Bordeaux, France 2004.
7. O'Dwyer A.: *Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules*. Imperial College Press, World Scientific, New Jersey, London, Singapore, Hong Kong, 2003.
8. Ortiguera M.D.: *Introduction to fractional linear systems*, IEE Proc.-Vis. Image Signal Process., Vol. 147, No. 1, February 2000.
9. Ostalczyk P.: *Zarys rachunku różniczkowo-całkowego ułamkowych rzędów. Teoria i zastosowania w automatyce*. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 2008.
10. Podlubny, I.: *Fractional Differential Equations*, Academic Press, San Diego, California, 1999.
11. Podlubny I.: *Fractional-order systems and  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  -controllers*, IEEE Trans. on Automatic Control, 1999, Vol. 44, pp. 208-214.
12. Ruszewski A.: *Synteza parametryczna regulatorów dla określonej klasy obiektów o niepewnych parametrach*, Praca doktorska, Politechnika Białostocka, Białystok, 2008.
13. Ruszewski A., Sidorowicz A.: *Stabilizacja układów inercyjnych ułamkowego rzędu z opóźnieniem za pomocą ułamkowego regulatora PI*. PAR, nr 2 (2008), CD-ROM - Mat. XII Konferencji Naukowo-Technicznej Automation, Warszawa 2008.
14. Silva G. J., Datta A., Bhattacharyya S. P.: *PID Controllers for Time-Delay Systems*, Birkhauser, Boston, 2005.
15. Soylemez M.T., Munro N., Baki H.: *Fast calculation of stabilizing PID controllers*, Automatica, 2003, Vol. 39, pp. 121-126.
16. Valerio D.: *Fractional robust system control*, PhD Dissertation, Tech. Univ. of Lisbona, 2005.
17. Zhao C., Xue D., Chen Y.Q.: *A Fractional Order PID Tuning Algorithm for A Class of Fractional Order Plants*, in Proc. of the IEEE International Conference on Mechatronics & Automation, pp. 216-221, Niagara Falls, Canada 2005.
18. Żuchowski A.: *Metoda doboru nastaw regulatora PID uwzględniająca postulowany zapas stabilności modułu i fazy*. Pomiary Automatyka Kontrola, Nr 1, 2004, str. 11-13.