

dr inż. Paweł Fotowicz  
Główny Urząd Miar

## WYRAŻANIE NIEPEWNOŚCI POMIARU W DOKUMENTACH MIĘDZYNARODOWEGO BIURA MIAR

*Omówiono sposób wyrażania niepewności pomiaru przedstawiony w pakiecie dokumentów firmowanych przez Międzynarodowe Biuro Miar. Wspólny Komitet ds. Przewodników Metrologii opracowuje dziewięć dokumentów tworzących podstawowy kanon dotyczący opracowania danych pomiarowych. Dzielom tym towarzyszy nowa terminologia związana z wyrażaniem niepewności pomiaru.*

### EXPRESSION OF MEASUREMENT UNCERTAINTY IN DOCUMENTS OF INTERNATIONAL BUREAU OF WEIGHTS AND MEASURES

*Expression of measurement uncertainty in documents edited by International Bureau of Weights and Measures is discussed. Joint Committee for Guides in Metrology prepares a nine documents created basic canon concerning evaluation of measurement data. The new terminology connecting the measurement uncertainty is associated with this documents.*

#### 1. WSTĘP

W 1997 roku pod egidą Międzynarodowego Biura Miar (BIPM) został powołany Wspólny Komitet ds. Przewodników w Metrologii (JCGM - *Joint Committee for Guides in Metrology*), którego zadaniem jest opracowanie zasad wyrażania niepewności pomiaru i związanej z nimi terminologii. Wynikiem prac jest pakiet dokumentów, którego podstawowe opracowania zostały już upublicznione. Prace Komitetu toczą się w dwóch grupach roboczych. Pierwsza z nich zajmuje się bezpośrednio zagadnieniami związanymi z niepewnością pomiaru, a druga z problematyką terminologiczną. Owocem działania pierwszej grupy jest zestaw trzech dokumentów [1, 2, 3], a owocem pracy drugiej grupy międzynarodowy słownik terminologiczny [4]. Znakiem rozpoznawczym prac pierwszego zespołu jest akronim GUM (*Guide Uncertainty Measurement*) a drugiego akronim VIM (*Vocabulary International Metrology*). Należy dodać, że dokument [1] jest elektroniczną wersją Przewodnika wyrażania niepewności pomiaru, wydrukowanego pierwotnie w 1993 roku. Obecnie trwają prace nad kolejnymi dokumentami powyższego pakietu, które będą sukcesywnie upubliczniane, w postaci wersji elektronicznych, dostępnych na stronie internetowej BIPM.

#### 2. PAKIET DOKUMENTÓW

Podstawowy pakiet dokumentów tworzy zbiór dziewięciu opracowań pod wspólnym tytułem "Evaluation of measurement data":

- 1) Guide to the expression of uncertainty in measurement. GUM 1995 with minor corrections. JCGM 100:2008
- 2) Supplement 1 to the Guide – propagation of distribution using a Monte Carlo method. JCGM 101:2008
- 3) Supplement 2 to the Guide – models with any number of output quantities. JCGM 102
- 4) Supplement 3 to the Guide – modelling. JCGM 103
- 5) An introduction to the Guide and related documents. JCGM 104:2009

- 6) Concepts, principles and methods for the assessment of measurement uncertainty. JCGM 105
- 7) The role of measurement uncertainty in conformity assessment. JCGM 106
- 8) Applications of the least-squares method. JCGM 107
- 9) Bayesian methods

### **2.1. Supplement 1 to the Guide – propagation of distribution using a Monte Carlo method**

Dokument zawiera kluczowe wytyczne do nowego podejścia w dziedzinie wyrażania niepewności pomiaru. Podstawową jego ideą jest zasada propagacji rozkładów realizowana poprzez model matematyczny pomiaru przy użyciu symulacji Monte Carlo. Miarą wyniku pomiaru jest rozkład prawdopodobieństwa związany z wielkością wyjściową, wyznaczany na podstawie rozkładów wielkości wejściowych. Wynik pomiaru przedstawiany jest w postaci parametrów tego rozkładu: wartości oczekiwanej, odchylenia standardowego i kwantyli rozkładu dla określonego prawdopodobieństwa, jako granic przedziału rozszerzenia. Dokument przedstawia zalecaną procedurę Monte Carlo, umożliwiającą obliczanie wszystkich tych parametrów. Wielkość mierzona scharakteryzowana jest przez funkcję gęstości prawdopodobieństwa. Jej wartość oczekiwana traktowana jest jak najlepsza estymata wielkości mierzonej, a odchylenie standardowe jako niepewność standardowa związana z tą estymatą. Przedstawia zalecany algorytm postępowania, umożliwiający osiągnięcie założonej dokładności obliczeniowej przedziału rozszerzenia dla wielkości mierzonej. Przyjmuje dwie koncepcje przedziału rozszerzenia: symetrycznego probabilistycznie i najkrótszego dla założonego prawdopodobieństwa. Ten drugi może być asymetryczny względem wartości oczekiwanej rozkładu związanego z wielkością mierzoną. Dokument przedstawia również przykłady obliczeniowe i procedurę walidacyjną wyznaczania niepewności pomiaru metodami analitycznymi przy użyciu symulacji Monte Carlo. Materiał został opracowany w ostatecznej wersji w 2008 roku.

### **2.2. Supplement 2 to the Guide – models with any number of output quantities**

Dokument dotyczy modelu pomiaru, w którym występuje więcej niż jedna wielkość wyjściowa (np. amplituda i faza; parametry krzywej wzorcowania; parametry opisujące geometrię powierzchni artefaktu). Przedstawia prawo propagacji niepewności w postaci macierzowej. Opisuje symulacje Monte Carlo dla modeli wielowymiarowych, w celu wyznaczenia dla nich odpowiedniego wielowymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa. Na jego podstawie można wyznaczyć odpowiednik przedziału rozszerzenia, jak dla wielkości jednowymiarowych, w postaci obszaru rozszerzenia. Obszar ten w ogólnym przypadku powinien być najmniejszym dla określonego prawdopodobieństwa. W przypadku wielowymiarowej funkcji Gaussa, jako rozkładu wielkości wyjściowej, przybiera postać hiperelipsoidy, a w innych przypadkach może przyjmować postać hiperprostokąta. Materiał ten obecnie znajduje się w fazie ostatecznych uzgodnień merytorycznych.

### **2.3. Supplement 3 to the Guide – modelling**

Dokument dotyczy trzech głównych zagadnień: tworzenia modelu pomiaru, klasyfikacji modeli oraz ich obliczeń. Pierwsze z zagadnień omawia, jak przy znajomości zjawisk fizycznych i praktyki pomiarowej powiązać wielkości wejściowe z wielkościami wyjściowymi. Uwzględnia się tu oddziaływanie wielkości wpływających na wynik pomiaru. Mogą być nimi zarówno oddziaływania przypadkowe jak i systematyczne. Klasyfikacja modeli dotyczy matematycznego opisu pomiaru bezpośredniego i pośredniego wielkości jedno i wielowymiarowej, w tym wektorowych, ze szczególnym odniesieniem do wielkości z dziedziny metrolo-

gii elektrycznej, akustycznej i optycznej. Obliczenia natomiast związane są z wyznaczaniem estymat powyższych wielkości i powiązanych z nimi niepewności z uwzględnieniem ich korelacji. Przedstawiono liczne przykłady obliczeniowe dotyczące różnych dziedzin pomiarowych. Materiał ten obecnie również znajduje się w fazie ostatecznych uzgodnień merytorycznych.

#### **2.4. The role of measurement uncertainty in conformity assessment**

Dokument dotyczy oceny zgodności wielkości mierzonej z określonymi wymaganiami. Wymagania definiują granice zgodności w postaci przedziału rozszerzenia dla zbioru możliwych wartości dla wielkości mierzonej. Przedział ten powinien obejmować wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe rozkładu związanego z wielkością mierzoną. Przedstawiono przykład obliczeniowy, w którym do obliczeń zastosowano zasadę propagacji rozkładów przy użyciu symulacji Monte Carlo. Rozważono przypadek przedziału dwustronnego z określonymi górną i dolną granicą oraz przypadek przedziału jednostronnego z określoną tylko górną granicą i zerową dolną wartością graniczną. Materiał ten obecnie również znajduje się w fazie ostatecznych uzgodnień merytorycznych.

#### **2.5. Applications of the least-squares method**

Dokument dotyczy zagadnienia wykorzystania metody najmniejszych kwadratów przy wzorcowaniu i adiustowaniu. Metoda umożliwia wyznaczenie funkcji określającej relację pomiędzy wartością zadawaną wielkości mierzonej, a wartością odpowiedzi wzorowanego lub adiustowanego urządzenia pomiarowego. Jej wynikiem jest określenie parametrów adjustacji lub dopasowanie krzywej kalibracji. W procesie kalibracji typowymi wielkościami zadawanymi są wartości certyfikowanych wzorców odniesienia. Dopasowanie powinno uwzględniać fakt niepewności pomiarowych związanych z tymi wartościami. Może mieć postać liniowej lub nieliniowej krzywej kalibracji, przy wyznaczaniu której uwzględnia się wiedzę na temat zjawisk fizycznych związanych z wykonywanym pomiarem. Materiał ten znajduje się w fazie wstępnych uzgodnień merytorycznych.

### **3. ZAGADNIENIA TERMINOLOGICZNE**

Zagadnienia niepewności pomiaru znajdują odbicie w kształtowaniu się terminologii związanej z jej wyrażaniem. Świadczyć o tym może fakt, że w nowym słowniku metrologicznym, już trzeciej edycji VIM [4] (*International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms*), znalazło się aż kilkanaście zdefiniowanych terminów dotyczących niepewności pomiaru, a wśród nich takie jak: niepewność definicyjna, niepewność docelowa, niepewność przyrządowa, niepewność rozszerzona, niepewność standardowa czy przedział rozszerzenia.

We wstępie do tego dzieła autorzy podkreślają dwa podejścia w dziedzinie wyrażania niepewności. Jedno związane jest z tradycyjną koncepcją opartą na statystycznej analizie błędu pomiaru (*Error Approach, Traditional Approach* lub *True Value Approach*), a drugie związane jest z teorią niepewności opartą na probabilistycznej metodzie propagacji rozkładów (*Uncertainty Approach*).

Oba podejścia przyjmują założenie o wyznaczaniu niepewności pomiaru na podstawie rozkładu związanego z wynikiem pomiaru, lecz w pierwszym jest to rozkład o charakterze statystycznym, a w drugim o charakterze probabilistycznym. Różnica pomiędzy tymi rozkładami polega na tym, iż w przypadku rozkładu statystycznego jego parametry są zmiennymi losowymi, a w przypadku rozkładu probabilistycznego parametry są liczbami stałymi. W pierwszym wypadku mamy do czynienia z zagadnieniem zmienności tych parametrów,

w drugim przypadku taka sytuacja jest wyeliminowana, ponieważ wyznaczone parametry pozbawione są wewnętrznej niepewności. Aby odróżnić oba podejścia zaproponowano zróżnicowanie terminologiczne dotyczące wyrażania niepewności w obu sytuacjach. Szczególnie dotyczy to takich pojęć jak *przedział ufności* (*confidence interval*) i *przedział rozszerzenia* (*coverage interval*) oraz *poziom ufności* (*confidence level*) i *prawdopodobieństwo rozszerzenia* (*coverage probability*). Terminy *przedział ufności* i *poziom ufności* związane są z rozkładem statystycznym (otrzymanym na podstawie serii obserwacji), a pojęcia: *przedział rozszerzenia* i *prawdopodobieństwo rozszerzenia* z rozkładem probabilistycznym (otrzymanym metodą propagacji rozkładów wielkości wejściowych poprzez model matematyczny pomiaru wielkości wyjściowej). O ile pojęcia związane z rozkładem statystycznym (zmienną losową zawiązaną z ograniczoną liczebnie serią obserwacji) są dobrze znane w krajowej literaturze naukowej, o tyle pojęcia związane z rozkładem probabilistycznym (zmienną losową ciągłą lub dyskretną zawiązaną z populacją) są nowymi pojęciami. Językowo nawiązują do terminu *współczynnik rozszerzenia* (*coverage factor*), z założeniem translacyjnym, że w tym kontekście słowo *coverage* można tłumaczyć jako *rozszerzenie*.

W pierwszym podejściu zakłada się istnienie hipotetycznej, pojedynczej lecz niepoznawalnej wartości prawdziwej związanej z wielkością mierzoną. Celem analizy jest wyznaczenie przedziału ufności zawierającego z określonym prawdopodobieństwem tą hipotetyczną wartość. Przedział buduje się wokół wartości średniej otrzymanej na podstawie serii obserwacji. Zakłada się przy tym, że wszystkie obserwacje wywodzą się z populacji o rozkładzie normalnym.

Drugie podejście (Uncertainty Approach) nie przyjmuje założenia o istnieniu hipotetycznej, pojedynczej wartości prawdziwej, ale traktuje każdą wartość, którą można przypisać wielkości mierzonej jako jej wartość prawdziwą. W związku z powyższym każdej wielkości można przypisać określony zbiór możliwych wartości. Zbiór taki można wyznaczyć i przedstawić w postaci rozkładu prawdopodobieństwa. Obliczenia wykonuje się metodą propagacji rozkładów przypisanych wielkościom wejściowym poprzez model matematyczny wielkości wyjściowej. Propagację można realizować metodą Monte Carlo, a w przypadku modeli linowych (na ogół dla pomiarów bezpośrednich lub pośrednich linearyzowanych) również przy użyciu operacji splotu matematycznego. Miarą niepewności pomiaru jest długość przedziału rozszerzenia rozkładu wyjściowego obliczana dla określonego prawdopodobieństwa rozszerzenia, na ogół równego 95 %.

#### **4. ROLA PRAWDOPODOBIEŃSTWA WARUNKOWEGO**

Obok koncepcji Uncertainty Approach brana jest pod uwagę również metodyka bayesianowska opracowania danych pomiarowych. Podejście to opiera się na twierdzeniu Thomasa Bayesa o prawdopodobieństwie warunkowym. Teoria prawdopodobieństwa warunkowego pozwala na łączenie informacji o wielkości mierzonej pochodzącej spoza pomiaru z danymi pomiarowymi. Wiedza o wielkości mierzonej nigdy nie jest kompletna, ale można ją jedynie przybliżyć łącząc ze sobą informacje różnej natury. Koncepcja powyższa sprowadza się do tezy, że rozkład prawdopodobieństwa wielkości mierzonej, w postaci zbioru możliwych dla niej wartości, powstały w oparciu o dostępną wiedzę, aktualizowany jest na podstawie informacji dostarczonych przez dane pomiarowe. Informacje te przedstawiane są w postaci funkcji gęstości prawdopodobieństwa. Funkcja tworzona jest na podstawie dostępnej informacji (*state of knowledge*) o wielkości mierzonej, która nigdy nie jest pełna i kompletna. Dostępna wiedza o niej jedynie charakteryzuje stopień wiary (*degree of belief*), że wielkość można wyrazić poprzez rozkład możliwych dla niej wartości. Przyjmuje się, że zbiór tych

wartości opisuje wielkość mierzona, wyrażaną poprzez jego parametry probabilistyczne w postaci wartości oczekiwanej, odchylenia standardowego i przedziału rozszerzenia. Wartość oczekiwana jest miarą estymaty wielkości, a odchylenie standardowe miarą niepewności standardowej.

Przyjmuje się, że wiedzę o wielkości mierzonej można czerpać bezpośrednio z pomiaru, na podstawie danych pomiarowych oraz spoza pomiaru, na podstawie informacji o procesie pomiarowym. Na podstawie analizy powyższej wiedzy powstają dwa zbiory informacji. Zbiór określony na podstawie wiedzy o samym pomiarze stanowi informację pierwotną (*prior information*) o wielkości mierzonej. Probabilistyczne parametry tego zbioru wyznaczone są na ogół przed wykonaniem pomiaru. W trakcie pomiaru natomiast pozyskiwane są dane, które służą do określenia drugiego zbioru, którego parametry określane są metodą statystyczną. Dane te aktualizują zbiór pierwotny tworząc nowy zbiór wynikowy (*posterior information*). Zbiór ten także charakteryzowany jest parametrami probabilistycznymi.

Podejście powyższe stosuje się w praktyce przy ocenie wyników pomiarów porównawczych, gdy wielkość mierzona w postaci np. wzorca bada się w różnych laboratoriach pragnąc uzyskać wynik wartości odniesienia. Wykorzystuje się je przy ocenie wartości odniesienia w porównaniach kluczowych do oceny realizacji wartości jednostki miary SI, poprzez wyznaczenie wartości odniesienia porównań kluczowych. Przyjmuje się ją jako najbliższą realizację jednostki miary SI.

Teoria prawdopodobieństwa warunkowego dobrze sprawdza się przy opracowaniu wyników porównań międzylaboratoryjnych. Podstawowym, stawianym tu problemem jest pytanie, jaka jest wartość i niepewność wielkości mierzonej, gdy wyniki pomiaru uzyskiwane są w różnych laboratoriach pomiarowych, z których każde wyznacza jej inną wartość wraz z niepewnością. Uzyskiwane wartości wielkości mierzonej są w rozsądny sposób uśredniane wagowo, a rolę tych wag pełnią niepewności pomiaru.

Zagadnienia powyższe zostaną szerzej przedstawione w ostatnim z wymienionych dokumentów.

## 5. PODSUMOWANIE

Opracowywane i wdrażane do praktyki metrologicznej dokumenty mają na celu ujednoczenie sposobu wyrażania i obliczania niepewności pomiaru, niezależnie od dziedziny naukowej. Dokumenty te wyznaczają podstawowy kanon opracowania danych pomiarowych, mogący mieć zastosowanie we wszystkich obszarach nauk przyrodniczych i technicznych. Kanon ten w przyszłości może się stać wiodącą metodyką postępowania przy analizie wyniku eksperymentu.

## BIBLIOGRAFIA

1. Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement. JCGM 100:2008.
2. Evaluation of measurement data – Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Propagation of distributions using a Monte Carlo method. JCGM 101:2008.
3. Evaluation of measurement data – An introduction to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” and related documents. JCGM 104:2009.
4. International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms. JCGM 200:2008.