

# Optymalne sterowanie hybrydowe układem giroskopowym

Izabela Krzysztofik, Zbigniew Koruba

Politechnika Świętokrzyska, Aleja Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce

**Streszczenie:** W pracy dokonana została analiza doboru optymalnych sterowań (LQR, SMC oraz PD) mechatronicznego układu giroskopowego znajdującego zastosowanie w głowicach skanująco-śledzących obiektów ruchomych takich jak: statki kosmiczne, bezzałogowe pojazdy lądowe, drony latające, czy też samonaprowadzające pociski raketowe. Za kryterium jakości przyjęta została całka z bezwzględnej wartości błędu odchylenia ruchu zadanego od ruchu rzeczywistego obiektu ruchomego oraz całka z kwadratu stanu i sterowania. Przedstawione zostały wyniki badań symulacji komputerowych.

**Słowa kluczowe:** układ giroskopowy, śledzenie celu, sterowanie hybrydowe, regulatory PD, SMC i LQR

## 1. Wprowadzenie

W wielu współczesnych autonomicznych systemach poszukiwania i śledzenia celów oraz samonaprowadzania w obiektach ruchomych, takich jak: sztuczne satelity Ziemi, statki kosmiczne, pojazdy lądowe (pływające, podwodne), drony, pociski raketowe, czy też bomby kierowane – stosowane są giroskopy mechatroniczne [1–4].

W niniejszej pracy rozważania teoretyczne i badania symulacyjne ograniczone zostały do klasycznego giroskopu sterowanego, którego rotor zawieszony jest na przegubie Cardana. Wynika to ze spostrzeżenia, że w dostępnej literaturze stosunkowo niewiele uwagi poświęca się giroskopom sterowanym, pełniącym najczęściej rolę organów wykonawczych w autonomicznych układach skanująco-śledzących posadowionych na pokładzie obiektu ruchomego (statku kosmicznego, bezzałogowego pojazdu lądowego/pływającego, drona latającego, samonaprowadzającego pocisku raketowego). Specyfika tego rodzaju giroskopów polega na utrzymywaniu ich na granicy stabilności – kręt powinien, z jednej strony, być możliwie o jak najmniejszej wartości – ze względu na ograniczenia techniczne momentów sterujących (np. podczas wyszukiwania celu), z drugiej zaś strony, o możliwie największej wartości ze względu na zapewnienie stabilnego utrzymywania zadanego położenia osi giroskopu w przestrzeni (np. śledzenie celu). W efekcie zarówno prędkość kątowa obrotów własnych, jak i sterowanie ruchem osi giroskopu mechanicznego powinny być dobierane w sposób optymalny. Chodzi o taki dobór sterowań, przy których efekty dynamiczne, pojawiające się w procesie przejściowym giro-

skopu, będą zanikały w najkrótszym czasie. Ma to szczególne znaczenie w przypadku poszukiwania i śledzenia wykrytego celu. W takich przypadkach bowiem wymagana jest precyzja w realizacji zadanego ruchu i utrzymywania żądanego kierunku przez osi giroskopu oraz najszybsze tłumienie procesów przejściowych powstających szczególnie przy zmianie programu ruchu osi giroskopu.

Biorąc powyższe pod uwagę, kluczowym zadaniem jest dobór właściwego sterowania optymalnego. Należy podkreślić, że w literaturze przedmiotu przedstawione są wyniki prowadzonych badań giroskopu zarówno symetrycznego, jak i ciężkiego z zastosowaniem różnych metod sterowania, takich jak: fuzzy logic control [5], sliding mode control [6], fuzzy sliding mode control [7] i adaptive fuzzy sliding mode control [8]. W pracach [9–12] zaproponowano regulator PID [9], metodę predykcji [10], sterowanie adaptacyjne [11] oraz backstepping control method do sterowania giroskopem zawieszonym na podwójnym gimbalu. Z kolei autorzy pracy [13] zaproponowali algorytm sterowania giroskopem w zmodyfikowanym optycznym koordynatorze celu samonaprowadzającego pocisku raketowego, który wykorzystuje trajektorie fazowe uchybów sterowania.

W niniejszym artykule przedstawiono sposoby optymalnego sterowania układem giroskopowym za pomocą PD, SMC oraz LQR. Parametry wyznaczano wykorzystując następujące kryteria jakości: IAE (ang. *Integral Absolute Error*) oraz ISSC (ang. *Integral Square State and Control*). Ponadto przeprowadzono analizę efektywności mieszanych sterowań optymalnych, tj. PD + SMC, LQR + SMC, LQR+PD+SMC. Należy podkreślić, że w dostępnej literaturze nie przeprowadzono i nie zbadano wszechstronnie tego rodzaju hybrydowych sterowań optymalnych w giroskopach mechatronicznych.

**Autor korespondujący:**

Zbigniew Koruba, ksmzko@tu.kielce.pl

**Artykuł recenzowany**

nadesłany 17.04.2023 r., przyjęty do druku 27.12.2023 r.

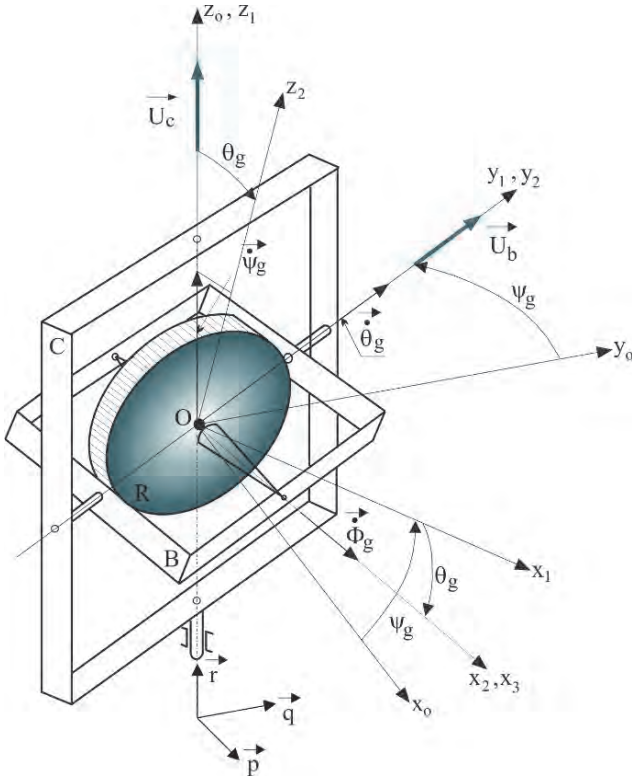


Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 3.0

## 2. Sterowanie układem giroskopowym

### 2.1. Model matematyczny układu giroskopowego

Model matematyczny dynamiki sterowanego układu giroskopowego (UG) wyprowadzono z wykorzystaniem równań Lagran-



Rys. 1. Widok ogólny układu giroskopowego wraz z przyjętymi układami współrzędnych  
Fig. 1. General view of the gyroscope system with adopted coordinate systems

ge'a II rodzaju. Przyjęto, że układ giroskopowy (rys. 1) jest astatyczny oraz pominięto bezwładność ramek.

Równania ruchu przedstawiają się następująco:

$$J_{gk} \ddot{\theta}_g + \eta_b \dot{\theta}_g + J_{gk} \dot{\omega}_{gy_1} + J_{go} n_g \omega_{gz_2} - J_{gk} \omega_{gz_2} \omega_{gx_2} = U_b \quad (1)$$

$$J_{gk} \dot{\omega}_{gx_1} \cos^2 \theta_g + \eta_c \dot{\psi}_g - \frac{1}{2} J_{gk} (\omega_{gz_1} \dot{\theta}_g - \dot{\omega}_{gx_1}) \sin 2\theta_g + J_{gk} \omega_{gx_1} \dot{\theta}_g \cos^2 \theta_g - J_{gk} \omega_{gz_2} \omega_{gy_2} \sin \theta_g - J_{go} n_g \omega_{gy_2} \cos \theta_g + J_{gk} \omega_{gy_2} \omega_{gx_1} = U_c \quad (2)$$

gdzie:

$$\omega_{gx_1} = p \cos \psi_g + q \sin \psi_g$$

$$\omega_{gy_1} = -p \sin \psi_g + q \cos \psi_g$$

$$\omega_{gz_1} = \dot{\psi}_g + r$$

$$\omega_{gx_2} = \omega_{gx_1} \cos \theta_g - \omega_{gz_1} \sin \theta_g$$

$$\omega_{gy_2} = \omega_{gy_1} + \dot{\theta}_g$$

$$\omega_{gz_2} = \omega_{gx_1} \sin \theta_g + \omega_{gz_1} \cos \theta_g$$

$p, q, r$  – składowe wektora prędkości kątowej podstawy;  $\theta_g$  – kąt obrotu ramki wewnętrznej;  $\psi_g$  – kąt obrotu ramki zewnętrznej;  $n_g$  – prędkość kątowa obrotów własnych wirnika;  $U_b$  – moment sił działających na ramkę wewnętrzną;  $U_c$  – moment sił działających na ramkę zewnętrzną;  $\eta_b, \eta_c$  – współczynniki tarcia w łożyskach zawieszenia;  $J_{gk}, J_{go}$  – poprzeczny i podłużny moment bezwładności wirnika układu giroskopowego.

## 2.2. Algorytmy sterowania układem giroskopowym

Spośród znanych metod sterowania w niniejszej pracy zastosowano regulator PD, regulator ślizgowy, regulator optymalny LQR oraz ich odpowiednie połączenia.

Zdefiniujemy następujące wektory:

$$\mathbf{u} = [U_b \ U_c]^T \text{ – wektor sterowań;}$$

$$\mathbf{e} = [e_\theta \ \dot{e}_\theta \ e_\psi \ \dot{e}_\psi]^T = \mathbf{x} - \mathbf{x}_z \text{ – wektor uchybu sterowania;}$$

$$e_\theta = \theta_g - \theta_{gz}; \quad e_\psi = \psi_g - \psi_{gz};$$

$$\mathbf{x} = [\theta_g \ \dot{\theta}_g \ \psi_g \ \dot{\psi}_g]^T \text{ – wektor aktualnych zmiennych stanu;}$$

$$\mathbf{x}_z = [\theta_{gz} \ \dot{\theta}_{gz} \ \psi_{gz} \ \dot{\psi}_{gz}]^T \text{ – wektor zadanych zmiennych stanu.}$$

Prawo sterowania dla regulatora PD sformulowano w postaci:

$$U_b = -k_b e_\theta + k_c e_\psi - h_g \dot{e}_\theta \quad (3)$$

$$U_c = -k_c e_\theta - k_b e_\psi - h_g \dot{e}_\psi \quad (4)$$

Współczynniki regulatora  $k_b, k_c, h_g$  dobrano w sposób optymalny ze względu na minimum uchybu między trajektorią realizowaną a zadaną [14].

Prawo sterowania dla regulatora ślizgowego (SMC) sformulowano w postaci [15]:

$$U_b = -\lambda_b \tanh((c_b e_\theta + \dot{e}_\theta) / \delta) + U_{beq} \quad (5)$$

$$U_c = -\lambda_c \tanh((c_c e_\psi + \dot{e}_\psi) / \delta) + U_{ceq} \quad (6)$$

gdzie:  $U_{beq}, U_{ceq}$  – sterowania równoważne;  $\lambda_b, \lambda_c$  – wzmocnienia ślizgowe;  $c_b, c_c$  – stałe dodatnie;  $\delta$  – grubość warstwy granicznej.

Prawo sterowania optymalnego dla układu giroskopowego ma postać:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_z) \quad (7)$$

Macierz wzmocnień  $\mathbf{K}$  wyznaczamy korzystając z funkcji środowiska obliczeniowego MATLAB [16]:

$$\mathbf{K} = \text{lqr}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}) \quad (8)$$

Macierze stanu i sterowań układu giroskopowego mają postać:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\eta_b / J_{gk} & 0 & J_{go} n_g / J_{gk} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & J_{go} n_g / J_{gk} & 0 & -\eta_c / J_{gk} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 / J_{gk} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 / J_{gk} \end{bmatrix}.$$

$\mathbf{Q}$  i  $\mathbf{R}$  – macierze wag.

### 3. Badania symulacyjne

#### 3.1. Przykład liczbowy

W celu zbadania jakości opisanych wyżej metod sterowania przeprowadzono szereg badań symulacyjnych, dla następujących parametrów i warunków początkowych:

- prędkość i położenie początkowe celu  
 $V_c = 100$  m/s,  $X_c = 1000$  m,  
 $Y_c = 1000$  m,  $Z_c = 500$  m;

- parametry układu giroskopowego  
 $J_{gk} = 2,5 \cdot 10^{-4}$  kgm<sup>2</sup>,  
 $J_{go} = 5 \cdot 10^{-4}$  kgm<sup>2</sup>,  
 $n_g = 600$  rad/s,  
 $\eta_b = \eta_c = 0,05$  Nm/s;

- warunki początkowe dla układu giroskopowego  
 $\theta = \theta_{gz} + 10$  deg,  
 $\psi_g = \psi_{gz} - 10$  deg,  
 $\dot{\theta}_g = 0,0$ ,  $\dot{\psi}_g = 0,0$ ;

- współczynniki wzmacnień regulatora PD  
 $k_b = 100$ ,  $k_c = 0,5\sqrt{2+4k_b}$ ,  $h_g = \sqrt{2+4k_b}$ ;

- współczynniki regulatora SMC  
 $c_b = 5$ ,  $c_c = 50$ ,  $\lambda_b = 0,5$ ,  $\lambda_c = 3,0$ ,  $\delta = 0,2$ ;

- macierze wag

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 50000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0,25 & 0 \\ 0 & 0,25 \end{bmatrix}.$$

Wymuszenia kinematyczne oddziałujące na układ giroskopowy przyjęto w postaci harmonicznnej:

$$p = p_o \sin(vt);$$

$$q = q_o \cos(vt);$$

$$r = r_o \sin(vt);$$

gdzie:  $p_o = 6,5$  rad/s,  $q_o = 6,5$  rad/s,  $r_o = 6,5$  rad/s,  
 $v = 20$  rad/s.

Do oceny jakości sterowania wykorzystano następujące wskaźniki jakości:

a) wskaźnik jakości IAE:

$$IAE_1 = \int_0^{\infty} |e_{\theta}| dt; \quad IAE_2 = \int_0^{\infty} |e_{\psi}| dt \quad (9)$$

b) wskaźnik jakości ISSC:

$$ISSC = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{u}) dt \quad (10)$$

Badania przeprowadzono w środowisku MATLAB/Simulink z krokiem całkowania  $dt = 0,00001$  [17].

Analizę efektywności sterowania giroskopem wykonano na przykładzie śledzenia manewrującego celu powietrznego. W takim systemie kąty położenia linii obserwacji celu  $\chi_{LOC}$ ,

$\gamma_{LOC}$  są kątami zadanymi dla układu sterowania. Wyznaczamy je z następującego układu równań:

$$\frac{d\rho}{dt} = V_c \left[ \cos(\chi_c) \cos(\chi_{LOC}) \cos(\gamma_{LOC} - \gamma_c) + \sin(\chi_c) \sin(\chi_{LOC}) \right] \quad (11)$$

$$\frac{d\gamma_{LOC}}{dt} = - \frac{V_c \cos(\chi_c) \sin(\gamma_{LOC} - \gamma_c)}{\rho \cos(\chi_{LOC})} \quad (12)$$

$$\frac{d\chi_{LOC}}{dt} = -V_c \frac{\left[ \cos(\chi_c) \sin(\chi_{LOC}) \cos(\gamma_{LOC} - \gamma_c) - \sin(\chi_c) \cos(\chi_{LOC}) \right]}{\rho} \quad (13)$$

gdzie:  $\rho$  – odległość między układem giroskopowym i celem.

Kąty odchylenia i pochylenia wektora prędkości celu zmieniły się wg zależności:

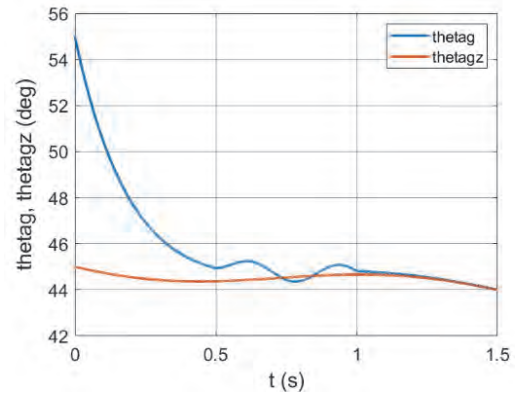
$$\gamma_c = \gamma_{c0} + \Omega_{c1}; \quad \chi_c = \chi_{c0} + \Omega_{c2} \quad (14)$$

gdzie:  $\Omega_{c1} = 1,75$  rad / s;  $\Omega_{c2} = 1,55$  rad / s.

#### 3.2. Wyniki badań

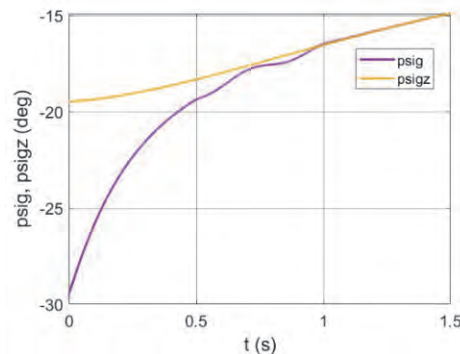
Poniżej przedstawiono w graficznej postaci wyniki symulacji przy zastosowaniu poszczególnych regulatorów.

Na rysunkach 2–5 pokazano wyniki badań przy zastosowaniu regulatora PD. Początkowe wartości zarówno kątów odchylenia,



Rys. 2. Kąty pochylenia osi UG (rzeczywisty i zadany) w funkcji czasu – regulator PD

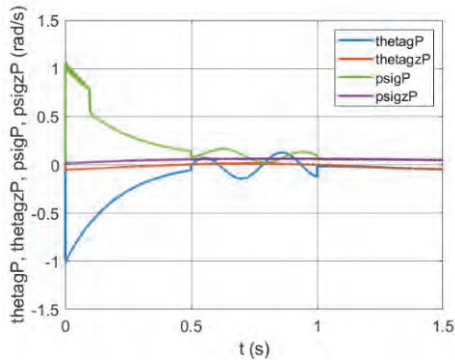
Fig. 2. Inclination angles of the GS axis (real and desired) as a function of time – controller PD



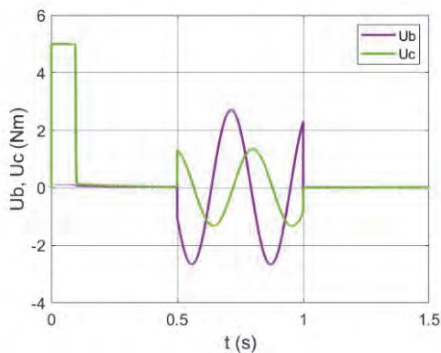
Rys. 3. Kąty odchylenia osi UG (rzeczywisty i zadany) w funkcji czasu – regulator PD

Fig. 3. Deflection angles of the GS axis (real and desired) as a function of time – controller PD

jak i pochylenia (rys. 2 i 3) osi giroskopu znacząco różnią się od ich wartości zadanych, tj. kątów wyznaczających położenie linii obserwacji celu. Różnice te wynoszą  $10^\circ$ . Po upływie 1 s, procesy przejściowe zanikają, a przebiegi kątów realizowanych i zadanych pokrywają się. Na rys. 4 obserwujemy prędkości zmiany tych samych kątów w funkcji czasu, przy czym w przedziale czasu  $< 0,5 \text{ s}; 1,0 \text{ s} >$  oddziałuje na układ giroskopowy kinematyczne zakłócenie. Rysunek 5 pozwala śledzić zmiany momentów sterujących w czasie, co umożliwia stwierdzić, czy nie przekraczają one dopuszczalnych wartości (dla rozważanego układu giroskopowego przyjęto 5 Nm).

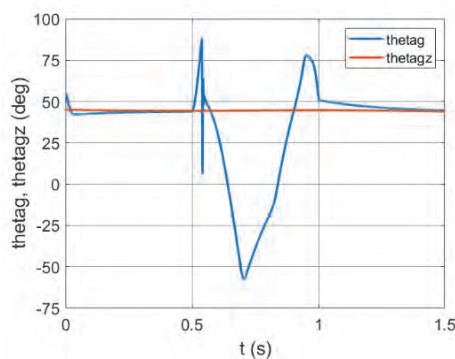


**Rys. 4. Prędkości kątowe osi UG (rzeczywiste i zadane) w funkcji czasu – regulator PD**  
 Fig. 4. Angular velocities of the GS axis (real and desired) as a function of time – controller PD

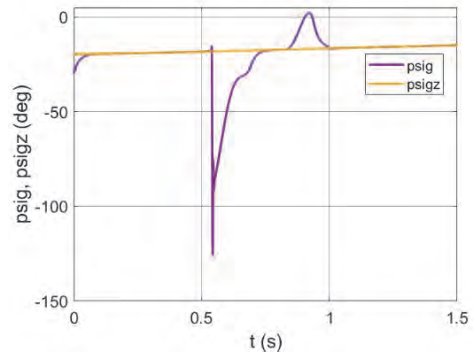


**Rys. 5. Momenty sterujące w funkcji czasu (regulator PD)**  
 Fig. 5. Control moments as a function of time (regulator PD)

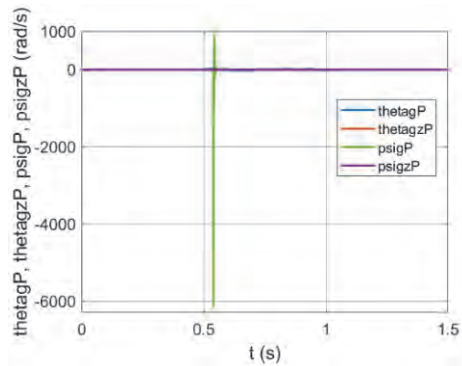
Na kolejnych rysunkach przedstawiono wyniki badań w analogiczny sposób jak na rys. 2–5, lecz przy zastosowaniu innych, opisanych w pracy, regulatorów. Zatem na rysunkach 6–9 pokazano wyniki dla regulatora SMC.



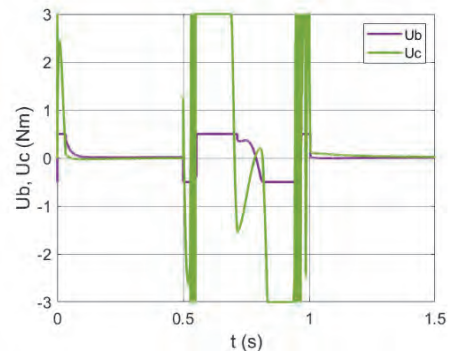
**Rys. 6. Kąty pochylenia osi UG (rzeczywiste i zadane) w funkcji czasu – regulator SMC**  
 Fig. 6. Inclination angles of the GS axis (real and desired) as a function of time – controller SMC



**Rys. 7. Kąty odchylenia osi UG (rzeczywiste i zadane) w funkcji czasu – regulator SMC**  
 Fig. 7. Deflection angles of the GS axis (real and desired) as a function of time – controller SMC

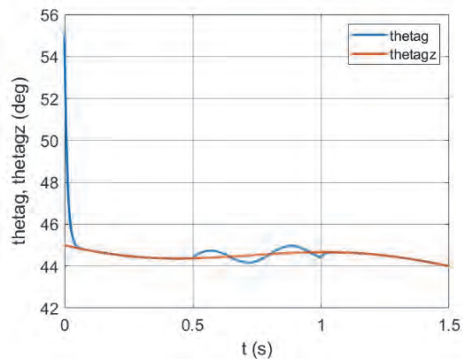


**Rys. 8. Prędkości kątowe osi UG (rzeczywiste i zadane) w funkcji czasu – regulator SMC**  
 Fig. 8. Angular velocities of the GS axis (real and desired) as a function of time – controller SMC



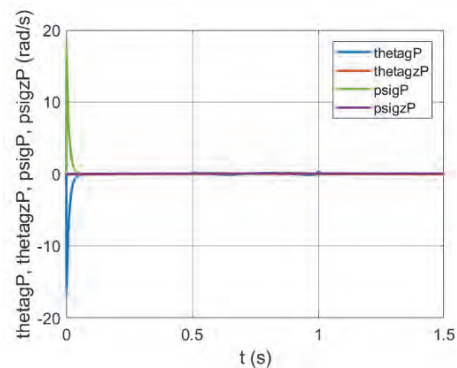
**Rys. 9. Momenty sterujące w funkcji czasu (regulator SMC)**  
 Fig. 9. Control moments as a function of time (regulator SMC)

Na rysunkach 10–13 pokazano wyniki badań przy zastosowaniu regulatora LQR.



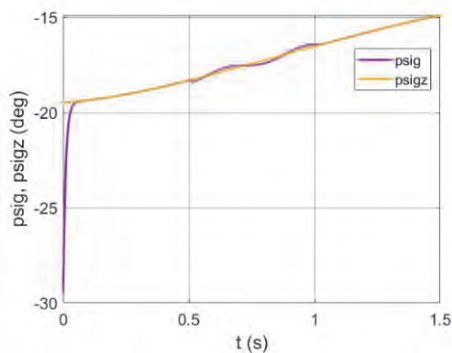
Rys. 10. Kąty pochylenia osi UG (rzeczywisty i zadany) w funkcji czasu – regulator LQR

Fig. 10. Inclination angles of the GS axis (real and desired) as a function of time – controller LQR



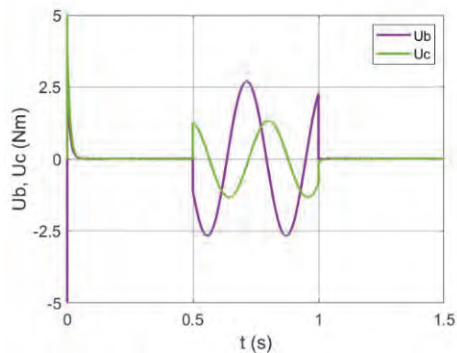
Rys. 12. Prędkości kątowe osi UG (rzeczywiste i zadane) w funkcji czasu – regulator LQR

Fig. 12. Angular velocities of the GS axis (real and desired) as a function of time – controller LQR



Rys. 11. Kąty odchylenia osi UG (rzeczywisty i zadany) w funkcji czasu – regulator LQR

Fig. 11. Deflection angles of the GS axis (real and desired) as a function of time – controller LQR



Rys. 13. Momenty sterujące w funkcji czasu (regulator LQR)

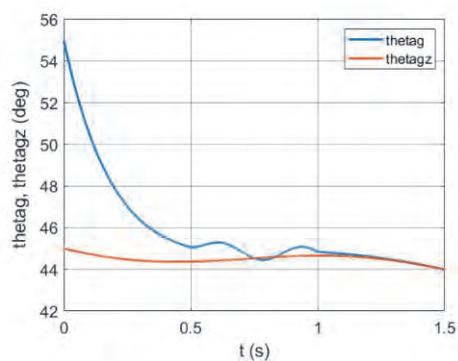
Fig. 13. Control moments as a function of time (regulator LQR)

W tabeli 1 porównano wyznaczone wartości wskaźników jakości dla różnych sposobów sterowania.

Tabela 1. Wskaźniki jakości dla pojedynczych regulatorów  
Table 1. Quality indicators for individual controllers

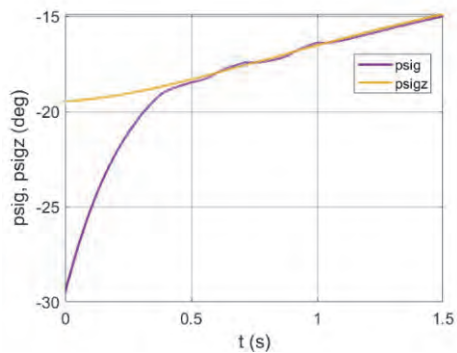
Typ regulatora	Wskaźnik ISSC	Wskaźnik $IAE_1$	Wskaźnik $IAE_2$
regulator PD	$5,5093 \times 10^{11}$	331,5272	388,0881
regulator SMC	$3,6713 \times 10^{11}$	$3,9074 \times 10^3$	$1,1272 \times 10^3$
regulator LQR	$5,1578 \times 10^{11}$	37,6930	27,2000

Na kolejnych wykresach przedstawiono wyniki symulacji przy zastosowaniu sterowania hybrydowego. Na rysunkach 14–17 pokazano wyniki dla regulatora hybrydowego PD+SMC.



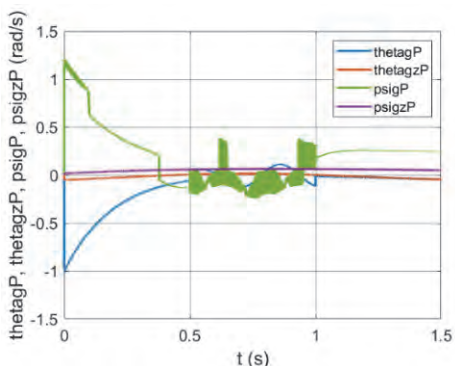
Rys. 14. Kąty pochylenia osi UG (rzeczywisty i zadany) w funkcji czasu – regulator PD+SMC

Fig. 14. Inclination angles of the GS axis (real and desired) as a function of time – controller PD+SMC

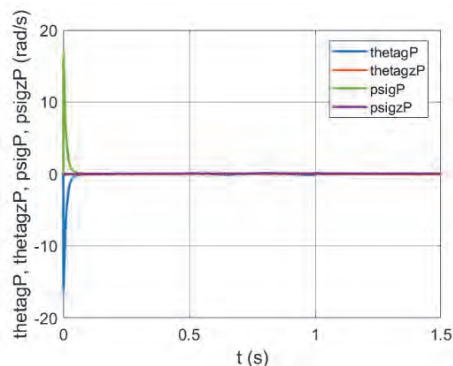


Rys. 15. Kąty odchylenia osi UG (rzeczywisty i zadany) w funkcji czasu – regulator PD+SMC

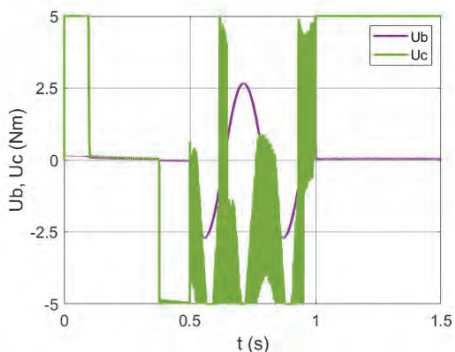
Fig. 15. Deflection angles of the GS axis (real and desired) as a function of time – controller PD+SMC



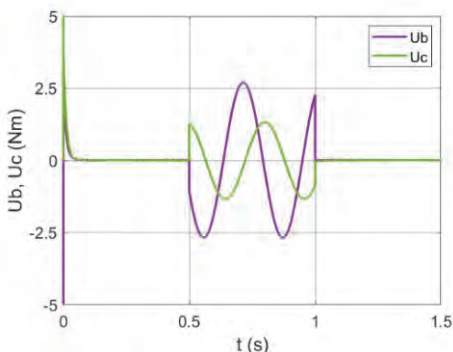
Rys. 16. Prędkości kątowe osi UG (rzeczywiste i zadane) w funkcji czasu – regulator PD+SMC  
 Fig. 16. Angular velocities of the GS axis (real and desired) as a function of time – controller PD+SMC



Rys. 20. Prędkości kątowe osi UG (rzeczywiste i zadane) w funkcji czasu – regulator LQR+SMC  
 Fig. 20. Angular velocities of the GS axis (real and desired) as a function of time – controller LQR+SMC



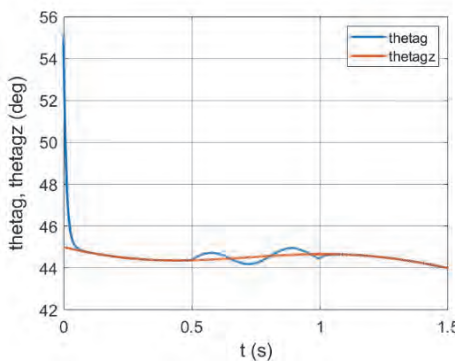
Rys. 17. Momenty sterujące w funkcji czasu (regulator PD+SMC)  
 Fig. 17. Control moments as a function of time (regulator PD+SMC)



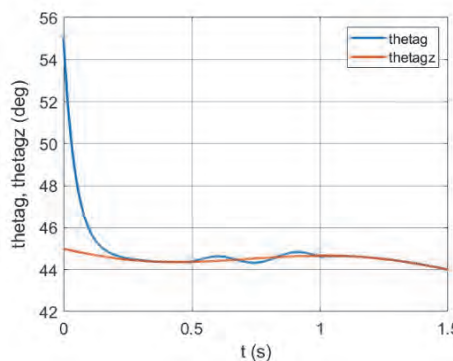
Rys. 21. Momenty sterujące w funkcji czasu (regulator LQR+SMC)  
 Fig. 21. Control moments as a function of time (regulator LQR+SMC)

Na rysunkach 18–21 pokazano wyniki badań przy zastosowaniu regulatora hybrydowego LQR+SMC.

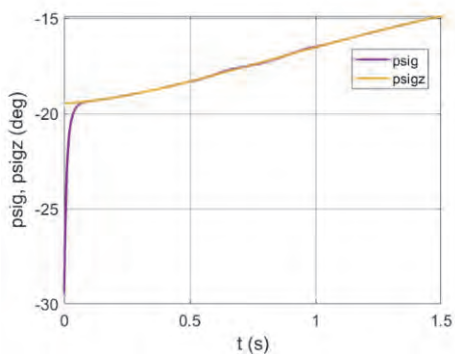
Natomiast na rysunkach 22–25 pokazano wyniki badań przy zastosowaniu regulatora hybrydowego LQR+PD+SMC.



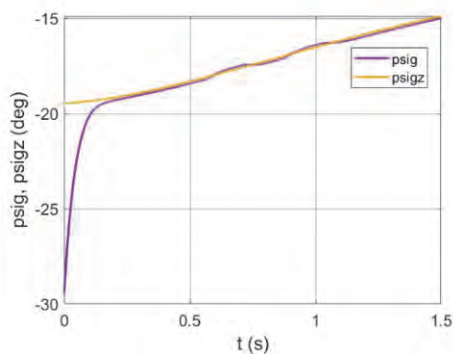
Rys. 18. Kąty pochylenia osi UG (rzeczywisty i zadany) w funkcji czasu – regulator LQR+SMC  
 Fig. 18. Inclination angles of the GS axis (real and desired) as a function of time – controller LQR+SMC



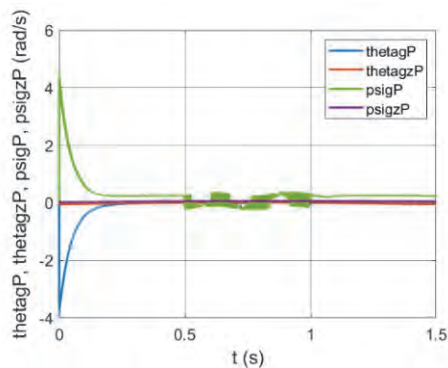
Rys. 22. Kąty pochylenia osi UG (rzeczywisty i zadany) w funkcji czasu – regulator LQR+PD+SMC  
 Fig. 22. Inclination angles of the GS axis (real and desired) as a function of time – controller LQR+PD+SMC



Rys. 19. Kąty odchylenia osi UG (rzeczywisty i zadany) w funkcji czasu – regulator LQR+SMC  
 Fig. 19. Deflection angles of the GS axis (real and desired) as a function of time – controller LQR+SMC



Rys. 23. Kąty odchylenia osi UG (rzeczywisty i zadany) w funkcji czasu – regulator LQR+PD+SMC  
 Fig. 23. Deflection angles of the GS axis (real and desired) as a function of time – controller LQR+PD+SMC



Rys. 24. Prędkości kątowe osi UG (rzeczywiste i zadane) w funkcji czasu – regulator LQR+PD+SMC

Fig. 24. Angular velocities of the GS axis (real and desired) as a function of time – controller LQR+PD+SMC

W tabeli 2 z kolei, pokazano wyznaczone wartości poszczególnych wskaźników jakości.

Tabela 2. Wskaźniki jakości dla regulatorów hybrydowych

Table 2. Quality indicators for hybrid controllers

Typ regulatora	Wskaźnik ISSC	Wskaźnik IAE <sub>1</sub>	Wskaźnik IAE <sub>2</sub>
regulator PD+SMC	$5,4845 \times 10^{11}$	341,2583	282,8357
regulator LQR+SMC	$5,1596 \times 10^{11}$	37,6295	23,9018
regulator LQR+PD+SMC	$5,2559 \times 10^{11}$	93,8311	95,0128

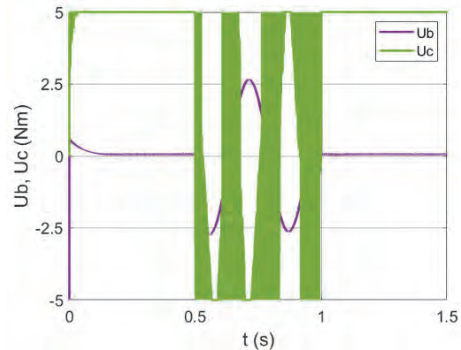
## 4. Podsumowanie

Rozważania teoretyczne wyniki analizy symulacji numerycznej różnych sposobów sterowania układem giroskopowym w systemie śledzenia manewrującego celu powietrznego najwyższą skuteczność wykazał regulator hybrydowy LQR + SMC. Radzi on sobie nawet przy dużych niezgodnościach warunków początkowych i oddziaływaniu zakłóceń kinematycznych ze strony podłoża na którym układ giroskopowy jest posadowiony. Potwierdzają to wykresy na rys. 18–21 oraz wartości wskaźników jakości pokazane w tabeli 2. Należy podkreślić, że ma to kluczowe znaczenie dla autonomicznych systemów mających za zadanie precyzyjne wyznaczenie położenia a następnie śledzenie i zniszczenie celu, niezależnie od występujących zakłóceń zarówno kinematycznych, jak i losowych.

Dalsze prace badawcze wymagają testów w warunkach poligonowych w celu potwierdzenia wyników symulacyjnych otrzymanych w niniejszej pracy.

## Bibliografia

- Zarchan P., *Tactical and Strategic Missile Guidance*. AiAA Inc., 2012.
- Krzysztofik I., Takosoglu J., Koruba Z., *Selected methods of control of the scanning and tracking gyroscope system mounted on a combat vehicle*. "Annual Reviews in Control", Vol. 44, 2017, 173–182, DOI: 10.1016/j.arcontrol.2016.10.003.
- Krzysztofik I., Koruba Z., *Application of an optimal control algorithm for a gyroscope system of a homing air-to-air missile*. "Aviation", Vol. 25, No. 1, 2021, 41–49, DOI: 10.3846/aviation.2021.13899.
- Krzysztofik I., Koruba Z., *Study on the Sensitivity of a Gyroscope System Homing a Quadcopter onto a Moving Ground Target under the Action of External Disturbance*, "Energies", Vol. 14, No. 6, 2021, DOI: 10.3390/en14061696.
- Sargolzaei M., Yaghoobi M., Yazdi Rajab Asgharian Ghanad, *Modeling and synchronization of chaotic gyroscopes using TS fuzzy approach*. "Advance in Electronic and Electric Engineering", Vol. 3, No. 3, 2013, 339–346.
- Wang C.-C., Yau H.-T., *Nonlinear dynamic analysis and sliding mode control for a gyroscope system*. "Nonlinear Dynamics", Vol. 66, 2011, 53–65, DOI: 10.1007/s11071-010-9910-4.
- Chen S.-C., Kuo C.-L., Lin C.-H., Hsu C.-H., Tsui C.-K., *Applications of fuzzy sliding mode control for a gyroscope system*. "Abstract and Applied Analysis", 2013, DOI: 10.1155/2013/931285.
- Roopaei M., Jahromi M.Z., John R., Lin T.-C., *Unknown nonlinear chaotic gyros synchronization using adaptive fuzzy sliding mode control with unknown dead-zone input*, "Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation", Vol. 15, No. 9, 2010, 2536–2545, DOI: 10.1016/j.cnsns.2009.09.022.
- Polo M.P., Albertos P., Galiano J.A.B., *Tuning of a PID controlled gyro by using the bifurcation theory*. "Systems & Control Letters", Vol. 57, No. 1, 2008, 10–17, DOI: 10.1016/j.sysconle.2007.06.007.
- Kojima H., Nakamura R., Keshtkar S., *Model predictive steering control law for double gimbal scissored-pair control moment gyros*. "Acta Astronautica", Vol. 183, 2021, 273–285, DOI: 10.1016/j.actaastro.2021.03.023.
- Montoya-Chairez J., Santibanez V., Moreno-Valenzuela J., *Adaptive control schemes applied to a control moment gyro*



Rys. 25. Momenty sterujące w funkcji czasu (regulator LQR+PD+SMC)

Fig. 25. Control moments as a function of time (regulator LQR+PD+SMC)

- scope of 2 degrees of freedom. "Mechatronics", Vol. 57, 2019, 73–85, DOI: 10.1016/j.mechatronics.2018.11.011.
12. Lungu M., *Control of double gimbal control moment gyro systems using the backstepping control method and a non-linear disturbance observer*, "Acta Astronautica", Vol. 180, 2021, 639–649, DOI: 10.1016/j.actaastro.2020.10.040.
  13. Gapiński D., Stefański K., *A Control of Modified Optical Scanning And Tracking Head To Detection And Tracking Air Targets*, "Solid State Phenomena", Vol. 210, 2014, 145–155, DOI: 10.4028/www.scientific.net/SSP.210.145.
  14. Awrejcewicz J., Koruba Z., *Classical Mechanics: Applied Mechanics and Mechatronics*, "Advances in Mechanics and Mathematics", Vol. 30, 2012, Springer, DOI: 10.1007/978-1-4614-3978-3.
  15. Utkin V.I., *Sliding Mode Control: Mathematical Tools, Design and Applications*. [In:] *Nonlinear and Optimal Control Theory*, Vol. 1932, 2008, 289–347, Springer, DOI: 10.1007/978-3-540-77653-6\_5
  16. Tewari A., *Modern Control Design with MATLAB and Simulink*, 2002. John Wiley & Sons.
  17. Baranowski L., *Effect of the mathematical model and integration step on the accuracy of the results of computation of artillery projectile flight parameters*. "Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences", Vol. 61, No. 2, 2013, 475–484, DOI: 10.2478/bpasts-2013-0047.

## Optimal Hybrid Control of a Gyroscope System

**Abstract:** The paper analyses the selection of optimal controllers (LQR, SMC and PD) for a mechatronic gyroscope system used in scanning-tracking heads of mobile objects such as spacecrafts, unmanned land vehicles, flying drones or self-guided missiles. The integral of the absolute value of the deviation error of the set motion from the real moving object and the integral of the square of the state and control have been taken as the quality criterion. The results of computer simulation studies are presented.

**Keywords:** gyroscope system, target tracking, hybrid control, PD, SMC and LQR regulators

### dr hab. inż. Izabela Krzysztofik

pssik@tu.kielce.pl

ORCID: 0000-0002-1188-6228



Absolwentka Wydziału Mechanicznego Politechniki Świętokrzyskiej. W 1996 r. uzyskała tytuł magistra inżyniera mechanika, w 2005 r. stopień doktora nauk technicznych, a w 2017 r. stopień doktora habilitowanego w dyscyplinie mechanika. Obecnie pracuje w Katedrze Mechatroniki i Uzbrojenia Politechniki Świętokrzyskiej. Jej działalność naukowa koncentruje się na wokół następujących zagadnień: dynamika i sterowanie pocisków raketowych oraz bezzałogowych pojazdów latających (wielowirnikowców), giroskopowe układy do obserwacji, poszukiwania i śledzenia obiektów oraz algorytmy sterowania i symulacje w środowisku MATLAB/Simulink. Publikuje w renomowanych czasopismach naukowych, m.in.: Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Bulletin of The Polish Academy of Sciences-Technical Sciences, Journal of Multi-Body Dynamics, Mechanical Systems and Signal Processing, Annual Reviews in Control, Journal of Applied Mathematics and Mechanics, Energies, Aviation, Communications, Sensors. Recenzent w krajowych i zagranicznych czasopismach.

### prof. dr hab. inż. Zbigniew Koruba

ksmzko@tu.kielce.pl

ORCID: 0000-0003-0715-593X



Absolwent Wydziału Mechanicznego Kijowskiego Instytutu Inżynierów Lotnictwa Cywilnego w Kijowie. W 1982 r. uzyskał tytuł magistra inżyniera, w 1990 r. stopień doktora, a w 2001 r. stopień doktora habilitowanego nauk technicznych. W 2010 r. otrzymał z rąk Prezydenta RP tytuł profesora nauk technicznych. Od 1984 r. pracuje w Politechnice Świętokrzyskiej, kolejno na stanowiskach asystenta, adiunkta, profesora uczelni i profesora zwyczajnego. Od 2006 r. pełni funkcję kierownika Katedry Technik Komputerowych i Uzbrojenia (obecnie Katedry Mechatroniki i Uzbrojenia). Jego zainteresowania naukowe obejmują problemy dynamiki i sterowania układów giroskopowych, obiektów latających, w szczególności samonaprowadzających pocisków raketowych bliskiego zasięgu, lotniczych bomb kierowanych oraz bezzałogowych aparatów latających. Autor/współautor ponad 300 publikacji dotyczących ww. tematów, w tym 28 artykułów z listy JCR, pięciu monografii, sześciu podręczników i skryptów. Promotor ośmiu zamkniętych przewodów doktorskich. Recenzent dziewięciu postępowań o nadanie tytułu naukowego profesora oraz 19 o nadanie stopnia doktora habilitowanego i 27 rozpraw doktorskich. Przewodniczący Polskiego Towarzystwa Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej Oddziału Kielckiego, do 2014 r. członek Kielckiego Towarzystwa Naukowego, ekspert ds. mechatroniki w Państwowej Komisji Akredytacyjnej, członek Sekcji Dynamiki Układów Komitetu Mechaniki PAN w latach 2003–2012. Członek licznych komitetów naukowych konferencji międzynarodowych, zagranicznych i krajowych. Członek wielu towarzystw, komitetów i organizacji naukowych, w tym PTMTS.