

Rozszerzony algorytm PID dla przemysłowego regulatora temperatury z samostrojeniem

Zbigniew Świder, Leszek Trybus

Katedra Informatyki i Automatyki, Politechnika Rzeszowska

Streszczenie: Regulator PID z ważoną wielkością zadaną pozwala w pewnym zakresie zmniejszyć przeregulowanie na skokową zmianę wielkości zadanej, jednocześnie nie zmieniając odpowiedzi na zakłócenie (sprowadzone na wejście obiektu). Uzyskuje się to poprzez wprowadzenie „wagi” β w różnicy $\beta W - Y$, co ogranicza wpływ wielkości zadanej w torze P regulatora (W oznacza wielkość zadaną a Y wyjście obiektu). Zmniejszając wartość współczynnika β można ograniczyć lub też całkowicie wyeliminować przeregulowanie w odpowiedzi na skokową zmianę wielkości zadanej W . Jednak dla nastaw regulatora otrzymanych w wyniku samostrojenia przekąźnikowego przy typowym zapasie wzmocnienia i fazy, przeregulowanie występuje nawet dla $\beta=0$. W artykule przedstawiono propozycję rozszerzenia algorytmu PID z ważoną wielkością zadaną o filtr pozwalający całkowicie wyeliminować to przeregulowanie.

Keywords: algorytm PID, samostrojenie przekąźnikowe, ważona wielkość zadana

1. Wprowadzenie

Automatyczne strojenie, czyli samostrojenie (self-tuning), jest zwykle przeprowadzane metodami odpowiedzi skokowej lub cyklu przekąźnikowego [1]. Odpowiedź skokową stosuje się zwykle wtedy, gdy w procesie występuje powtarzalny stan ustalony. Samostrojenie przekąźnikowe, wprowadzone przez Åströma i Hägglunda [2, 3], jest metodą automatyzującą znany eksperyment Zieglera-Nicholsa, który pozwala określić nastawy regulatora PID na podstawie parametrów cyklu granicznego powstającego w pętli z regulatorem P o dostatecznie dużym wzmocnieniu.

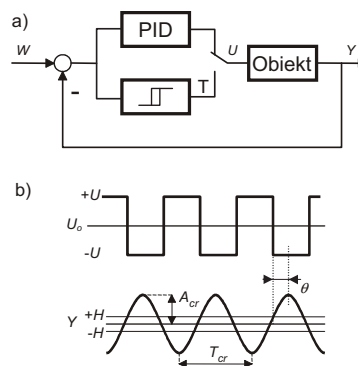
W wielu przemysłach, szczególnie do zastosowań ciepłowniczych (regulacja temperatury), dla doboru nastaw stosowane jest strojenie przekąźnikowe. Z reguły wymaga się, aby samostrojenie przeprowadzane było bez wstępnego ustawiania wartości wielu parametrów - regulator ma je dobrać automatycznie, po naciśnięciu przycisku na panelu urządzenia. Zwykle dodatkowym kryterium jest to, aby przebieg wyjściowy w odpowiedzi na skokową zmianę wartości zadanej był aperiodyczny (bez przeregulowania) z możliwie małym czasem regulacji dla szerokiej klasy obiektów.

2. Samostrojenie przekąźnikowe

W roku 1943 Ziegler i Nichols przedstawili metodę cyklu granicznego dla eksperymentalnego doboru nastaw regula-

torów polegającą na doprowadzeniu układu z regulatorem P do granicy stabilności. Należy wtedy odczytać wzmocnienie krytyczne k_{cr} i okres drgań T_{cr} , a następnie według reguł podanych np. w [4, 5] obliczyć nastawy regulatora.

Klasyczny eksperyment Zieglera-Nicholsa nie jest jednak wygodny ze względu na ręczne ustawianie wzmocnienia. Stąd zainteresowanie, jakie 25 lat temu wzbudził oryginalny pomysł Åströma i Hägglunda [2], w którym zaproponowano automatyzację eksperymentu Zieglera-Nicholsa poprzez sterowanie przekąźnikowe w układzie z rys. 1a. Po przełączeniu na T (Tune) obiekt jest sterowany przez przekąźnik dwupołożeniowy z histerezą. Amplituda zmian sterowania wynosi U , a histereza H (rys. 1b). W układzie powstają drgania ustalone, z których należy odczytać amplitudę A_{cr} i okres T_{cr} , a następnie korzystając z funkcji opisującej przekąźnika [1, 3], albo reguł Zieglera-Nicholsa, bądź ich modyfikacji, obliczyć nastawy.



Rys. 1. Strojenie przekąźnikowe: (a) układ; (b) typowe przebiegi
Fig. 1. Relay self-tuning: (a) diagram; (b) typical transients

Rozważmy typowy obiekt inercyjny z opóźnieniem, tj. $k_0 e^{-\tau s} / (Ts + 1)$. Miarą jego dynamiki jest względne opóźnienie τ/T . Częstotliwość sterowania przekąźnikowego określa wzór $\tau\omega_{cr} + \arctan(T\omega_{cr}) = \phi$. Widać więc, że stosunek θ/T_{cr} (zastępcze opóźnienie do okresu cyklu oscylacji) będący funkcją τ/T i ϕ może służyć do oceny dynamiki obiektu. ϕ nie ma jednak większego znaczenia, bo przy znacznych amplitudach sterowania przyjmuje ono wartości w wąskim przedziale ($155^\circ \dots 175^\circ$). Opóźnienie θ można odczytać wprost z przebiegów jako odstęp czasu pomiędzy momentem zmiany sterowania, a najbliższym maksimum lub minimum wyjścia. Przeprowadzone badania obiektu $k_0 e^{-\tau s} / (Ts + 1)$ dla $\tau/T \in (0, 0,5, 2)$, a także obiektów wieloinercyjnych $k_0 / (Ts + 1)^n$ pokazały, że stosunek θ/T_{cr} mieści się w przedziale od nieco poniżej 0,1

przy znikomym opóźnieniu, do prawie 0,3, gdy opóźnienie dominuje lub gdy n jest znaczne. Tak więc eksperymentalnie określony stosunek θ/T_{cr} pozwala wnioskować o tym, z jakim obiektem mamy do czynienia.

Niech R oraz I określają wartości bezwzględne części rzeczywistej i urojonej transmitancji obiektu dla częstotliwości $\omega_{cr} = 2\pi/T_{cr}$, tzn.

$$G_o(j\omega_{cr}) = -R - jI. \quad (1)$$

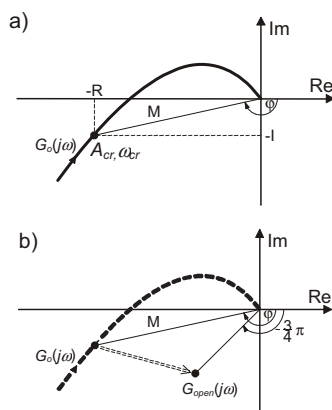
Z warunku Nyquista określającego cykl graniczny przy sterowaniu przekątnikowym otrzymuje się

$$R = \frac{\pi}{4U} \sqrt{A_{cr}^2 - H^2}, \quad I = \frac{\pi H}{4U}. \quad (2)$$

Mamy w ten sposób jeden punkt charakterystyki amplitudowo-fazowej obiektu, jak to pokazano na rys. 2a, gdzie

$$M = \sqrt{R^2 + I^2}, \quad \phi = \pi - \arctan \frac{I}{R}. \quad (3)$$

Jest to jednak zaledwie jeden punkt co powoduje, że na dobre nastrojenie regulatora nie ma raczej co liczyć.



Rys. 2. Charakterystyka amplitudowo-fazowa: (a) obiekt; (b) układ otwarty dla warunku Åströma-Hägglunda

Fig. 2. Nyquist plots: (a) plant; (b) open-loop for (4)

W pracy Hägglunda i Åströma [3] do wyznaczenia nastaw jest stosowany warunek

$$G_o(j\omega_{cr})G_{PID}(j\omega_{cr}) = 0.5e^{-j\frac{3}{4}\pi} \quad (4)$$

stanowiący kombinację 2-krotnego zapasu modułu i zapasu fazy równego 45° . Czułość regulatora będzie więc mniejsza niż w przypadku nastawienia wg reguł Zieglera-Nicholsa. Na rys. 2b pokazano, jaki skutek wywiera warunek (4) na transmitancję układu otwartego (open) dla częstotliwości ω_{cr} . Daje to następujące wzory na obliczenie nastaw regulatora ($T_d = T_i/4$):

$$T_i = \frac{2}{\omega_{cr}} \operatorname{tg} \frac{1}{2} \phi - \frac{\pi}{4}, \quad k_p = \frac{2}{M} \frac{\omega_{cr} T_i}{(\omega_{cr} T_i)^2 + 4}. \quad (5)$$

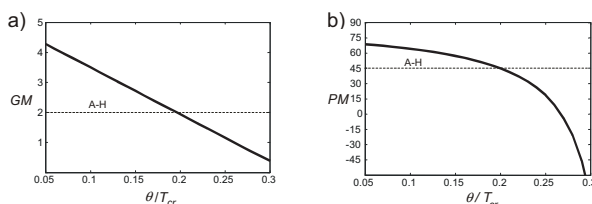
Dokładniejsze wyniki można jednak uzyskać uzależniając kombinację zapasu modułu GM (gain margin) i zapasu fazy PM (phase margin) od θ/T_{cr} , czyli biorąc warunek projektowy w postaci

$$G_o(j\omega_{cr})G_{PID}(j\omega_{cr}) = \frac{1}{GM} e^{-j(\pi-PM)}. \quad (6)$$

Teraz zamiast zależności (5) mamy trochę zmodyfikowane wzory w postaci

$$T_i = \frac{2}{\omega_{cr}} \operatorname{tg} \frac{1}{2} \phi - \frac{\pi}{2} + PM, \quad k_p = \frac{GM}{M} \frac{\omega_{cr} T_i}{(\omega_{cr} T_i)^2 + 4}. \quad (7)$$

Nomogramy uzależniające GM i PM od θ/T_{cr} , które przyjęto do projektowania, są pokazane na rys. 3a,b. Dla θ/T_{cr} bliskiego 0,2 mamy $GM = 2$ i $PM = \pi/4$, czyli tak jak w (4) (linia A-H). Pozostałe wartości wybrano tak, aby kształt odpowiedzi pętli nie zależał istotnie od tego, z jakim obiektem mamy do czynienia, ale zachowywał możliwie małe przeregulowanie.

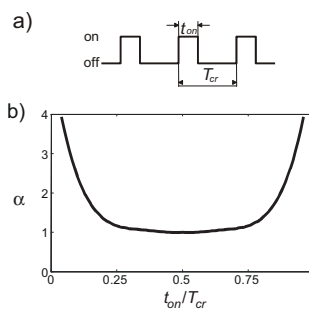


Rys. 3. Nomogramy kombinacji zapasów projektowych: a) modułu GM , b) fazy PM

Fig. 3. Nomograms of design margins: a) gain GM , b) phase PM

3. Modyfikacje samostrojzenia

W metodzie Åströma-Hägglunda zakłada się, że sterowanie przekątnikowe jest symetryczne, tzn. sterowanie zmienia się o wartości $+U$ lub $-U$ wokół pewnego punktu pracy (rys. 1b). Wymaga to odpowiedniego dopasowania ograniczeń sterowania przed rozpoczęciem samostrojzenia. Z reguły nie można na to jednak liczyć, jeżeli samostrojzenie ma być bezobsługowe. Symetria sterowania przekątnikowego dla przyjętej wielkości zadanej W jest zachowana tylko dla $W = 0,5$ (dla zakresu 0...1) i obiektu liniowego o wzmacnieniu $k_o = 1$. Wszelkie odstępstwa powodują asymetrię (rys. 4a), a więc wydłużenie okresu T_{cr} i zmianę kształtu przebiegów. Dlatego na podstawie przebiegu sterowania przekątnikowego określany jest dodatkowo czas włączenia t_{on} oraz stosunek t_{on}/T_{cr} reprezentujący stopień asymetrii, a następnie dla otrzymanego stosunku t_{on}/T_{cr} , z wykresu na rys. 4b, wyznaczana jest wartość dzielnika korygującego α .



Rys. 4. Asymetria przekątnika: (a) sterowanie; (b) dzielnik korygujący okres

Fig. 4. Relay asymmetry: (a) control signal; (b) ratio coefficient

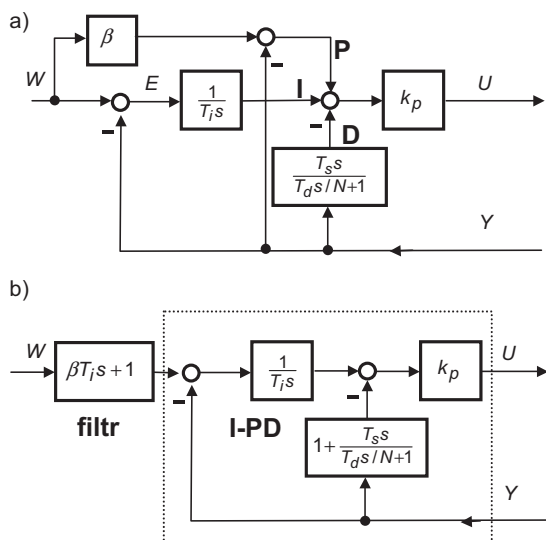
Dla nomogramów GM , PM (rys. 3a,b), oraz do obliczenia nastaw, przyjmowany jest skorygowany okres

$$T_{cr}^* = T_{cr} / \alpha. \quad (8)$$

Jeżeli przebieg jest symetryczny, czyli $\alpha = 1$ (dla $t_{on}/T_{cr} = 0,5$), to $T_{cr}^* = T_{cr}$. W pozostałych sytuacjach $T_{cr}^* < T_{cr}$, a więc wydłużenie cyklu spowodowane asymetrią zostaje częściowo skompensowane (lepiej lub gorzej). Wykres na rys. 4b reprezentuje taką korektę T_{cr} , że nastawy otrzymane dla dowolnego W są niemal takie same, jak dla $W = 0,5$. Dotyczy to także wzmocnienia $k_o \neq 1$.

4. Modyfikacje algorytmu PID

Wszystkie tory w klasycznym algorytmie PID, tzn. proporcjonalny P, całkujący I oraz różniczkujący D, otrzymują na wejściu sygnał uchybu E . Jednakże wtedy skokowa zmiana wielkości zadanej W skutkuje zwykle przeregulowaniem na wyjściu Y . Można to wyeliminować ograniczając wejście toru D do sygnału Y (wyjścia obiektu), a nie uchybu $E = W - Y$. Taka struktura, nazywana 'PI-D', zmniejsza przeregulowanie związane ze skokową zmianą wielkości zadanej, jednocześnie pozostawiając niezmienną odpowiedź układu na skokowe zakłócenie (sprowadzone na wejście obiektu). Dalszą redukcję (lub całkowitą eliminację) przeregulowania można uzyskać stosując strukturę 'I-PD', w której na wejście toru I podawany jest sygnał uchybu E , a na wejścia torów P oraz D sygnał Y (wyjście obiektu). Niestety powoduje to zwykle znaczne zwiększenie czasu regulacji w odpowiedzi na skok wielkości zadanej, co jest niekorzystnym zjawiskiem.



Rys. 5. Regulator PID z ważoną wielkością zadaną: (a) implementacja, (b) przekształcony schemat

Fig. 5. PID controller with set-point weighting: (a) implementation, (b) rearranged diagram

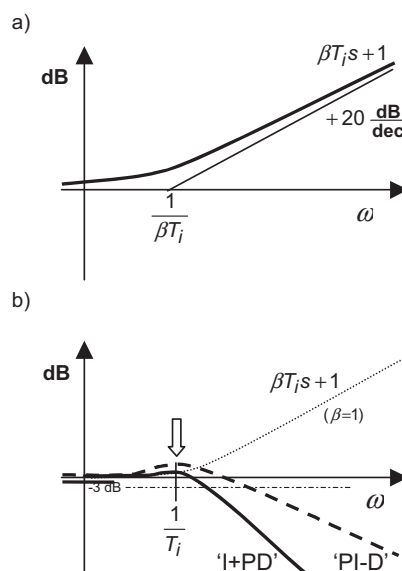
Pewnym kompromisem pomiędzy strukturami 'PI-D' a 'I-PD' jest tak zwany regulator z ważoną wielkością zadaną (*weighted set-point controller*), w którym na wejście toru P podawana jest różnica $\beta W - Y$, gdzie $\beta \in (0, 1)$ (rys. 5a), tak więc dla $\beta = 1$ otrzymujemy strukturę 'PI-D', natomiast dla $\beta = 0$ strukturę 'I-PD'. Dobierając odpowiednio współczynnik β można uzyskać odpowiedź pomiędzy 'PI-D' (mniejsze czas regulacji)

a 'I-PD' (mniejsze przeregulowanie) bez oddziaływania na kształt odpowiedzi zakłóceńowej.

Sterowanie U na wyjściu regulatora PID z ważoną wielkością zadaną dane jest wzorem

$$U = k_p \left((\beta W - y) + \frac{1}{T_i s} E - \frac{T_d s}{T_d s / N + 1} Y \right). \quad (9)$$

Schemat blokowy takiego regulatora przedstawiono na rys. 5a. Przekształcając odpowiednio ten schemat otrzymujemy strukturę jak na rys. 5b, w której jawnie wydzielono filtr wielkości zadanej przed blok 'I-PD'.



Rys. 6. Charakterystyki częstotliwościowe: (a) filtru $\beta T_i s + 1$, (b) układu z regulatorem 'I-PD' oraz 'PI-D'

Fig. 6. Bode plots: (a) filter $\beta T_i s + 1$, (b) 'I-PD' and 'PI-D'

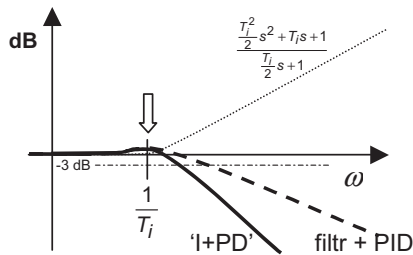
Charakterystyki częstotliwościowe filtru $\beta T_i s + 1$ pokazano na rys. 6a. Przyjmijmy, że dla pewnych nastaw regulatora k_p , T_i , T_d (otrzymanych np. z samostrojenia przekątnikowego i nastaw według Hägglunda i Åströma [3]) otrzymujemy poprawne tłumienie zakłóceń (z dopuszczalnym przeregulowaniem), ale nawet dla $\beta = 0$ (czyli dla struktury 'I-PD') nadal występuje pewne przeregulowanie przy skokowej zmianie wielkości zadanej. Oznacza to, że charakterystyka amplitudowa posiada pewne maksimum („podbicie”) w okolicach pulsacji $1/T_i$ (jak pokazano na rys. 6b). Ponieważ charakterystyka amplitudowa bloku $\beta T_i s + 1$ przyjmuje tylko dodatnie wartości, więc wypadkowa charakterystyka częstotliwościowa układu 'filtr + I-PD' (a więc także 'PI-D') ma również maksimum i to nie mniejsze niż dla 'I-PD'. Wybierając odpowiednio współczynnik β można „przesunąć” charakterystykę filtru w prawo, a więc w ograniczonym zakresie kształtować maksimum charakterystyki amplitudowej (a więc zwiększyć przeregulowanie) oraz pasmo przenoszenia układu zamkniętego (a więc zmniejszyć czas regulacji).

Rozważmy teraz (w miejsce bloku $\beta T_i s + 1$) filtr wielkości zadanej o transmitancji

$$\left(\frac{T_i^2}{2} s^2 + T_i s + 1 \right) / \left(\frac{T_i}{2} s + 1 \right). \quad (10)$$

Jego charakterystykę amplitudową pokazano na rys. 7 (linia przerywana). W porównaniu z filtrem $T_i s + 1$, pro-

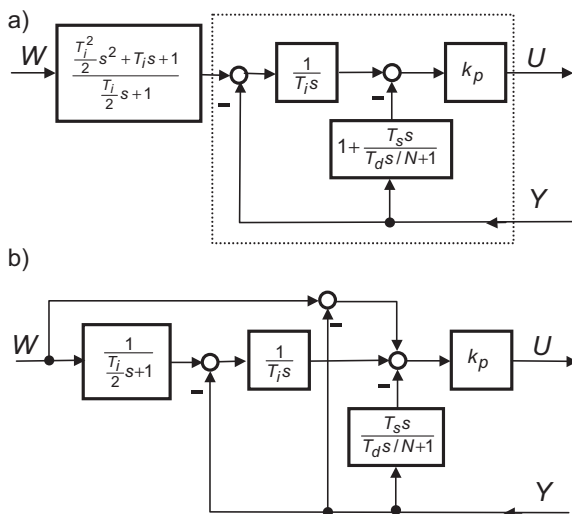
ponowany filtr II rzędu ma bardziej „płaską” charakterystykę w okolicach pulsacji $1/T_i$, a więc nie zwiększa przebiegu dla skokowej zmiany wielkości zadanej, a poszerza pasmo przenoszenia układu zamkniętego, a więc czas regulacji ulega zmniejszeniu w porównaniu do ‘I-PD’.



Rys. 7. Charakterystyki częstotliwościowe układu z regulatorem ‘I-PD’ oraz z filtrem II rzędu dla wielkości zadanej

Fig. 7. Bode plots of ‘I-PD’ controller and 2nd order filter

Na rys. 8a przedstawiono schemat blokowy układu z filtrem wielkości zadanej i regulatorem ‘I-PD’, a na rys. 8b przekształcony (praktyczny) schemat bloku PID w regulatorze przemysłowym. Zastosowano go w nowym regulatorze temperatury RE-91 firmy LUMEL S.A.



Rys. 8. Schemat blokowy: a) układu z regulatorem ‘filtr + I-PD’, b) przekształcony blok regulatora

Fig. 8. Diagrams: a) ‘filter + I-PD’, b) rearranged controller block

5. Podsumowanie

Przedstawiono rozszerzenie algorytmu PID i samostrojzenia przekąźnikowego, aby odpowiedź na skokową zmianę wielkości zadanej nie odbiegała od aperiodycznej krytycznej, pozostawiając jednocześnie oscylacyjną odpowiedź zakłóceń. Wymagało to uzależnienia nastaw od dynamiki obiektu wyrażonej przez stosunek zastępczego opóźnienia do okresu oscylacji przekąźnikowych. Sterowanie przekąźnikowe może być niesymetryczne – jest to korygowane automatycznie. Modyfikacji uległa również struktura samego bloku PID, w którym to dodano filtr

wielkości zadanej w torze całkowania. Proponowany algorytm został zaimplementowany w przemysłowym regulatorze temperatury RE-91.

Bibliografia

1. Åström K.J., Hägglund T., Hang C.C., Ho W.K., *Automatic tuning and adaptation for PID controllers – a survey*, „Control Engineering Practice”, 1.4/1993, 699–714.
2. Åström K.J., Hägglund T., *Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins*, „Automatica”, 20/1974, 645–651.
3. Hägglund T., Åström K.J., *Industrial adaptive controllers based on frequency response techniques*, „Automatica”, 27/1991, 599–609.
4. Ożadowicz A., *Automatyczny dobór nastaw regulatorów PID metodą Zieglera-Nicholsa*, „Control Engineering Polska”, 3/2007, 60–64.
5. Trybus L., *A set of PID tuning rules*, „Archives of Control Sciences”, 14/2005, 5–17.

Extended PID algorithm for industrial temperature controller with self-tuning

Abstract: PID controller with set-point weighting allows to correct set-point response without affecting disturbance response. This is done by means of a factor β in the difference $\beta W - Y$ which determines proportional action of the controller (W denotes set-point and Y , plant output). By decreasing β one can reduce or even eliminate overshoot of set-point response. It turns out however, that for relay tuning with typical gain and phase margins the overshoot may remain even for $\beta=0$. So the paper presents an extension to the set-point weighting approach to eliminate the overshoot completely. Here, in addition to the original modification of proportional action, also the integral action is determined not by the error E but by the difference $W_t - W$, with W_t generated by a lead-lag filter.

Keywords: PID control, set-point weighting, relay self-tuning

dr hab. inż. Zbigniew Świder

Absolwent Wydziału Elektrycznego Politechniki Rzeszowskiej. Stopień doktora nauk technicznych (1992) oraz doktora habilitowanego (2004) uzyskał na Politechnice Śląskiej w Gliwicach. Od początku pracy zawodowej zajmuje się sterownikami mikroprocesorowymi i metodami automatycznego doboru nastaw przemysłowych regulatorów PID.

e-mail: swiderzb@prz-rzeszow.pl



prof. dr hab. inż. Leszek Trybus

Kierownik Katedry Informatyki i Automatyki Politechniki Rzeszowskiej. Ukończył AGH Kraków (1970), gdzie również uzyskał doktorat, habilitację i tytuł. Od ukończenia studiów pracuje w Politechnice Rzeszowskiej. Autor około 150 publikacji. Zajmuje się regulatorami mikroprocesorowymi, rozproszonymi systemami sterowania i zastosowaniami informatyki.

e-mail: ltrybus@prz-rzeszow.pl

