

Model matematyczny optymalizacji kosztów w łańcuchu dostaw

Paweł Sitek, Jarosław Wikarek

Katedra Systemów Sterowania i Zarządzania, Politechnika Świętokrzyska

Streszczenie: W artykule przedstawiono autorski model optymalizacji łańcucha dostaw z punktu widzenia operatora logistycznego. Model został sformułowany w postaci zagadnienia programowania liniowego całkowitoliczbowego z funkcją celu określającą koszty dystrybutora, producenta oraz transportu. Przeprowadzono szczegółową dyskusję modelu z omówieniem ograniczeń, parametrów i zmiennych decyzyjnych. Dodatkowo w artykule zaprezentowano aktualny stan outsourcingu usług logistycznych.

Słowa kluczowe: łańcuch dostaw, programowanie całkowitoliczbowe, optymalizacja

1. Wprowadzenie

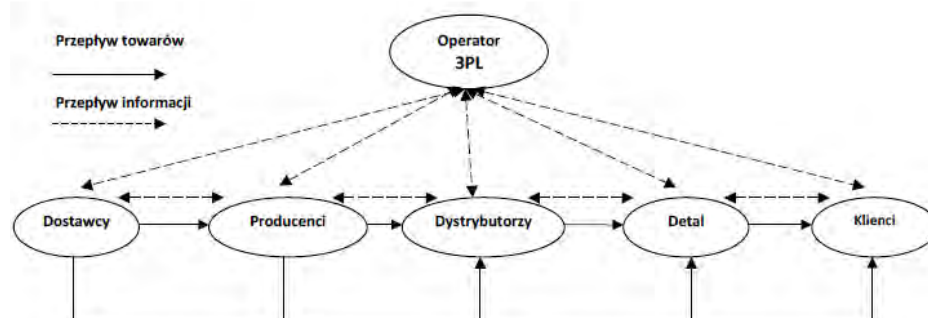
Problematyka łańcucha dostaw to dziedzina nauki i praktyki silnie rozwijana od lat 80. i 90. ubiegłego wieku. Istnieje wiele definicji a nawet modeli referencyjnych łańcucha dostaw [1–3]. Powszechnie uważa się, że łańcuchem dostaw jest zbiór różnego typu firm (surowcowych, produkcyjnych, handlowych, logistycznych itp.) współpracujących ze sobą w celu usprawnienia przepływu produktów, informacji i finansów. Nawiązując bezpośrednio do nazwy, można stwierdzić, że łańcuch to połączenie poszczególnych jego ogniw w procesie dostarczania produktów (materiałnych i usług) na rynek. Sama idea powstania łańcucha dostaw ma swój początek we wczesnych latach 80. ubiegłego wieku jako alternatywny sposób oceny relacji między dostawcami i odbiorcami na rynku, który dotychczas był postrzegany w kategoriach ciągłych antagonizmów, wykorzystywania swojej pozycji na rynku na rzecz współpracy i wykorzystywania efektu synergii. W początkowym okresie łańcuch dostaw miał być jedynie panaceum na redukcję poziomu zapasów w samym przedsiębiorstwie oraz u jego dostawców i odbiorców. W chwili obecnej, poza redukcją zapasów, zwraca się uwagę na problemy integracji i synchronizacji w łańcuchu dostaw oraz jego automatyzację

przez rozwiązania informatyczne. W artykule przedstawiono outsourcingowe modele zarządzania logistycznym łańcuchem dostaw oraz model matematyczny optymalizacji kosztów łańcucha dostaw w postaci zadania programowania liniowego całkowitoliczbowego [5].

2. Zarządzanie łańcuchem dostaw

Celem zarządzania łańcuchem dostaw (ang. *Supply Chain Management* – SCM) jest zwiększenie sprzedaży, obniżenie kosztów oraz pełne wykorzystanie aktywów przedsiębiorstwa, dzięki usprawnieniu interakcji i komunikacji między wszystkimi podmiotami tworzącymi łańcuch dostaw. Proces zarządzania łańcuchem dostaw to proces decyzyjny, który nie tylko integruje wszystkich jego uczestników ale również koordynuje jego podstawowe przepływy: produkty/usługi, informacje oraz środki finansowe. Zmiany zachodzące w gospodarce światowej oraz coraz powszechniejsza globalizacja prowadzi do powszechnego stosowania narzędzi teleinformatycznych, które umożliwiają ciągłą i prowadzoną w czasie rzeczywistym komunikację między poszczególnymi ogniwami łańcucha dostaw. Jednym z kierunków działań jest optymalizacja działań logistycznych i zlecenie ich wyspecjalizowanym firmom. Kierunek ten przyczynił się do rozwoju działalności outsourcingowych operatorów logistycznych określanych jako 3PL, 4PL czy 5PL. Określenie 3PL (ang. *third-party logistics*) oznacza korzystanie z zewnętrznych firm i organizacji do wypełniania funkcji logistycznych, które mogą dotyczyć całego procesu logistycznego lub tylko wybranych jego funkcji. Firma oferująca usługi typu 3PL wykonuje je przy wykorzystaniu własnych środków transportowych, magazynów, urządzeń i innych koniecznych zasobów oraz występuje jako „trzecia strona” między producentem a klientem. Powstały model łańcucha logistycznego, z wydzielonymi usługami logistycznym do specjalizowanych firm klasy 3PL, przedstawiono na rys.1. Taki rodzaj współpracy często określany jest jako alians logistyczny.

Natomiast 4PL (ang. *fourth-part logistics, supply chain logistics*) jest pewną ewolucją koncepcji 3PL, zapewniającą większą elastyczność i dostosowanie do specyfiki danego klienta. Firmy i organizacje typu 4PL zarządzają i operują na całym łańcuchu dostaw. Przede wszystkim zarządzają informacją w ramach łańcucha dostaw. 4PL to koordynacja realizacji procesów logistycznych występujących wzdłuż całego łańcucha dostaw obsługiwanego



Rys. 1. Schemat łańcucha dostaw z outsourcingiem usług logistycznych przez firmę typu 3PL

Fig. 1. The schema of outsourcing supply chain logistics services by type of 3PL

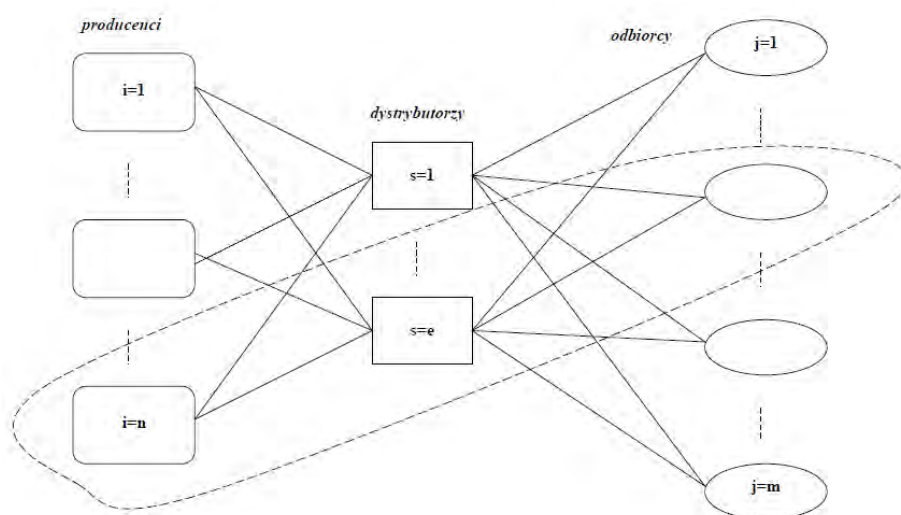
klienta (od surowców aż do końcowych nabywców) a nie tylko dla wybranego odcinka, tak jak w 3PL. Model 4PL umożliwia podniesienie funkcji operatora 3PL do rangi koordynatora i integratora przepływów a nie tylko operatora fizycznego przemieszczenia towarów. Bardzo często jego podwykonawcami są operatorzy 3PL czy nawet 2PL (ang. *second-part logistic*), tzn. firmy transportowe i magazynowe. Firma, która korzysta z usług operatora 4PL ma kontakt tylko z jednym operatorem, który zarządza i integruje wszystkie rodzaje zasobów i nadzoruje wszystkie funkcjonalności w całym łańcuchu dostaw. Operatorzy 4PL mając pełny obraz łańcucha dostaw oraz duże możliwości informatyczne mogą oferować usługi doradcze w zakresie optymalizacji oraz wspomagania decyzji. Dalszy rozwój outsourcingu logistycznego zaowocował powstaniem modelu 5PL (ang. *fifth-part logistics*), czyli dostawcami zintegrowanych usług logistycznych mogących projektować i wdrażać elastyczne i sieciowe łańcuchy dostaw aby zaspokoić wszystkich uczestników (producentów, dostawców, przewoźników i klientów końcowych) [4].

3. Model matematyczny

Dla modelu sieciowego łańcucha dostaw (rys. 2) z punktu widzenia operatora logistycznego 4PL/5PL został zaproponowany model optymalizacyjny. Model matematyczny optymalizacji został sformułowany w postaci zadania programowania liniowego całkowitoliczbowego [5, 6] z minimalizacją kosztów (1)–(15). Indeksy, parametry oraz zmienne decyzyjne modelu umieszczono wraz z opisem w tab. 1. Zaproponowany model optymalizacyjny to model kosztowy, który uwzględnia jeszcze dwa typy parametrów, tzn. parametry przestrzenne (przestrzeń/objętość zajmowana przez produkt, dysponowana przez dystrybutora) oraz czasowe (czasy dostaw, obsługi u dystrybutora itd.). Umieszczenie poszczególnych parametrów na tle kolejnych ogniw łańcucha dostaw przedstawiono na rys. 3. Funkcja celu (1) określa sumaryczne koszty całego łańcucha i składa się z czterech elementów. Pierwszy to koszty stałe związane z funkcjonowaniem dystrybutora (np. centrum dystrybucyjnego, magazynu itd.) biorącego udział w realizacji dostaw. Drugi składnik określa koszt dostaw od producenta do dystrybutora. Kolejny składnik odpowiada za koszty dostaw od dystrybutora do końcowego odbiorcy (sklepu, klienta indywidualnego itd.). Ostatni ze składników funkcji

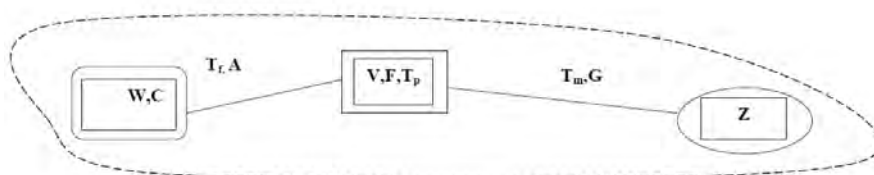
celu określa koszty wytworzenia danego produktu u konkretnego producenta.

Model został opracowany przy ograniczeniach (2)–(15). Ograniczenie (1) określa, że wszystkie dostawy produktu k wytworzone przez producenta i , realizowane do wszystkich dystrybutorów s , nie przekraczają zdolności produkcyjnych producenta i . Ograniczenie (2) zapewnia pokrycie wszystkich zapotrzebowań klientów j na towar k (Z_{jk}) przez realizację dostaw przez dystrybutorów s (wartości zmiennych decyzyjnych X_{isk}). Ograniczenie zostało tak skonstruowane, że dodatkowo uwzględnia specyfikę poszczególnych dystrybutorów (tzn. czy dystrybutor s może dostarczać produkt k czy nie). Za zbilansowanie każdego dystrybutora s odpowiada ograniczenie (3). Możliwość zrealizowania dostaw, ze względu na posiadane możliwości techniczne (w tym modelu chodzi o pojemność/przestrzeń jaką dysponuje dystrybutor s) określa ograniczenie (4). Terminowość realizacji zapotrzebowań jest zapewniona przez ograniczenie (5). Pozostałe ograniczenia, tzn. (6)–(15) wynikają z charakteru modelu, zakwalifikowanego jako MILP (ang. *Mixed Integer Linear Programming*). Przy czym ograniczenia (8), (9), (11), (12) wymuszają binarność zmiennych decyzyjnych X_{isk} , Y_{bsjk} na podstawie wartości zmiennych decyzyjnych X_{isk} , Y_{bsjk} .



Rys. 2. Fragment sieciowego łańcucha dostaw z naniesionymi indeksami poszczególnych jego uczestników (ogniw). Linia przerywaną zaznaczono jedną z możliwych ścieżek realizacji dostawy

Fig. 2. The part of the supply chain network with marked indices of individual participants (elements). Dashed line marked one of the possible routes of delivery



Rys. 3. Wybrana ścieżka łańcucha dostaw wraz z parametrami opisującymi jej poszczególne ogniw a i zależności

Fig. 3. The selected path of the supply chain along with the parameters that describe the individual elements and its dependencies

Tab. 1. Zestawienie indeksów, parametrów oraz zmiennych decyzyjnych modelu matematycznego optymalizacji**Tab. 1.** Summary indices, parameters and decision variables of the mathematical model optimization

Symbol	Opis
<i>Indeksy modelu</i>	
k	indeks produktu (k=1..O)
j	indeks odbiorcy (punktu dostawy, klienta, sklepu) (j=1..M)
i	indeks producenta (fabryki) (i=1..N)
s	indeks dystrybutora (centrum dystrybucji, magazyn logistyczny) (s=1..E)
N	liczba producentów
M	liczba odbiorców
E	liczba dystrybutorów
O	liczba produktów
<i>Parametry modelu</i>	
F_s	koszt stały dystrybutora s (s=1..E)
P_k	przebieżność/objętość zajmowana przez produkt k (k=1..O)
V_s	maksymalna pojemność/objętość/przebieżność dystrybutora s (s=1..E)
W_{ik}	zdolności produkcyjne fabryki i dla produktu k (i=1..N). (k=1..O)
C_{ik}	koszt wytworzenia produktu k w fabryce i (i=1..N). (k=1..O)
R_{sk}	jeśli dystrybutor s (s=1..E) może dostarczać produkt k (k=1..O) to $R_{sk}=1$ w przeciwnym przypadku $R_{sk}=0$
$T_{p_{sk}}$	czas potrzebny na przygotowanie wysyłki przez dystrybutora s (s=1..E) produktu k (k=1..O)
$T_{c_{jk}}$	nieprzekraczalny czas realizacji dostawy do odbiorcy j (j=1..M) produktu k (k=1..O)
Z_{jk}	zapotrzebowanie odbiorcy j (j=1..M) na produkt k (k=1..O)
$T_{f_{is}}$	czas dostawy od producenta i do dystrybutora s (i=1..N) (s=1..E)
A_{isk}	koszt dostawy od producenta i do dystrybutora s produktu k (i=1..N) (s=1..E) (k=1..O)
$T_{m_{sj}}$	czas dostawy od dystrybutora s do odbiorcy j (s=1..E) (j=1..M)
G_{sjk}	koszt dostawy od dystrybutora s do odbiorcy j produktu k (s=1..E) (j=1..M) (k=1..O)
<i>Zmienne decyzyjne</i>	
X_{isk}	wielkość dostawy od producenta i do dystrybutora s produktu k
$X_{b_{isk}}$	jeśli od producenta i do dystrybutora s jest dostarczany produkt k to $X_{b_{isk}}=1$ w przeciwnym przypadku $X_{b_{isk}}=0$
Y_{sjk}	wielkość dostawy od dystrybutora s do odbiorcy j produktu k
$Y_{b_{sjk}}$	jeśli od dystrybutora s do odbiorcy j jest dostarczany produkt k to $Y_{b_{sjk}}=1$ w przeciwnym przypadku $Y_{b_{sjk}}=0$
T_s	jeśli dystrybutor s bierze udział w dostawach to $T_s=1$ jeśli nie to $T_s=0$
W	Dowolnie duża stała

Funkcja celu – minimalizacja kosztów

$$\sum_{s=1}^E F_s * T_s + \sum_{i=1}^N \sum_{s=1}^E \sum_{k=1}^O A_{i,s,k} * X_{i,s,k} + \sum_{s=1}^E \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^O G_{s,j,k} * Y_{s,j,k} + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^O (C_{ik} * \sum_{s=1}^E X_{i,s,k}) \quad (1)$$

Ograniczenia

$$\sum_{s=1}^E X_{i,s,k} \leq W_{i,k} \text{ dla } i=1..N \text{ dla } k=1..O \quad (2)$$

$$\sum_{s=1}^E Y_{s,j,k} * R_{s,k} \geq Z_{j,k} \text{ dla } j=1..M \text{ dla } k=1..O \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N X_{i,s,k} = \sum_{j=1}^M Y_{s,j,k} \text{ dla } s=1..E \text{ dla } k=1..O \quad (4)$$

$$\sum_k (P_k * \sum_{i=1}^N X_{i,s,k}) \leq T_s * V_s \text{ dla } s=1..E \quad (5)$$

$$X_{b_{i,s,k}} * T_{f_{is}} + X_{b_{i,s,k}} * T_{p_{s,k}} + Y_{b_{s,j,k}} * T_{m_{s,j}} \leq T_{c_{j,k}} \text{ dla } j=1..M \text{ dla } k=1..O \text{ dla } s=1..E \text{ dla } i=1..N \quad (6)$$

$$T_s \in \{0,1\} \text{ dla } s=1..E \quad (7)$$

$$X_{i,s,k} \geq 0 \text{ dla } i=1..N \text{ oraz } s=1..E \text{ dla } k=1..O \quad (8)$$

$$X_{i,s,k} \leq X_{b_{i,s,k}} * W \text{ dla } i=1..N \text{ oraz } s=1..E \text{ dla } k=1..O \quad (9)$$

$$X_{i,s,k} \geq X_{b_{i,s,k}} \text{ dla } i=1..N \text{ oraz } s=1..E \text{ dla } k=1..O \quad (10)$$

$$Y_{s,j,k} \geq 0 \text{ dla } s=1..E \text{ oraz } j=1..M \text{ dla } k=1..O \quad (11)$$

$$Y_{s,j,k} \leq Y_{b_{s,j,k}} * W \text{ dla } s=1..E \text{ oraz } j=1..M \text{ dla } k=1..O \quad (12)$$

$$Y_{s,j,k} \geq Y_{b_{s,j,k}} \text{ dla } s=1..E \text{ oraz } j=1..M \text{ dla } k=1..O \quad (13)$$

$$X_{b_{i,s,k}} \in \{0,1\} \text{ dla } i=1..N \text{ oraz } s=1..E \text{ dla } k=1..O \quad (14)$$

$$Y_{b_{s,j,k}} \in \{0,1\} \text{ dla } s=1..E \text{ oraz } j=1..M \text{ dla } k=1..O \quad (15)$$

4. Wnioski

W pracy przedstawiono model optymalizacji kosztów łańcucha dostaw. Model sformułowano jako model MILP co niewątpliwie ułatwia jego rozwiązanie przy wykorzystaniu dostępnych narzędzi programowania matematycznego jak pakiet „LINGO” [7], „CPLEX” [8] itd. Oczywiście model należy zaimplementować w wybranym środowisku pakietu. Implementacja modelu w środowisku pakietu „LINGO”¹ wraz z eksperymentami obliczeniowymi zostanie przedstawiona w kolejnym artykule. Ujęcie optymalizacji z punktu widzenia operatora logistycznego, który ma dostęp do wszystkich

¹ Oprogramowanie sfinansowane z projektu MOLAB Program Operacyjny Innowacyjna Gospodarka (OŚ 2. Działanie 2.2).

danych oraz wszystkich uczestników stanowiących kolejne ogniwa łańcucha, jest bardzo interesująca. Bowierny wynik takiej optymalizacji powoduje optymalizację kosztów dla całego łańcucha przy konkretnym zbiorze zapotrzebowań (zamówień Z_{jk}) odbiorców, co przekłada się na odpowiednie wartości zmiennych decyzyjnych (wielkości X_{isk} , Y_{sjk}) czyli optymalną realizację przepływów między poszczególnymi uczestnikami łańcucha (producent, dystrybutor, odbiorca). Model nadaje się również przez analizę wrażliwości poszczególnych jego parametrów, na wspomaganie decyzji zarządzania łańcuchem, np. co do liczby i pojemności centrów dystrybucyjnych, sposobie wykorzystania i/lub powiększenia zdolności produkcyjnych, skrócenia czasów dostaw itd.

Bibliografia

1. Ciesielski M. (red.): *Instrumenty zarządzania łańcuchami dostaw*, PWE, Warszawa 2009.
2. Simchi-Levi D., Kaminsky P., Simchi-Levi E.: *Designing and Managing the Supply Chain: Concepts, Strategies, and Case Studies*. McGraw-Hill, ISBN 978-0-07-119896-7, New York 2003.
3. Shapiro J.F.: *Modeling the Supply Chain*, ISBN 978-0-534-37741, Duxbury Press 2001.
4. Koźlak A.: *Innowacyjne modele biznesowe w prowadzeniu działalności logistycznej*, „Logistyka” nr 3, 2009.
5. Schrijver A.: *Theory of Linear and Integer Programming*. ISBN 0-471-98232-6, John Wiley & sons. 1998.
6. Wagner H.: *Badania Operacyjne*, PWE, Warszawa 1980.
7. [www.lindo.com].
8. [www.ibm.com]. ■

Mathematical model of optimization in supply chain

Abstract: The article presents the author's model of supply chain optimization in terms of logistics operator. The model was formulated as an integer linear programming problem with objective function specifies the cost of a distributor, manufacturer, and transportation. A detailed discussion of the discussion of model

constraints, parameters and decision variables. In addition, the article presents the current state of logistics outsourcing.

Keywords: optimization, supply chain, mixed integer linear programming

dr inż. Paweł Sitek

Ukończył studia na Wydziale Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Świętokrzyskiej w 1991 r. W 2000 r. uzyskał stopień doktora na Wydziale Automatyki, Elektroniki i Informatyki Politechniki Śląskiej w Gliwicach. Jest autorem lub współautorem ponad 90 artykułów. Głównie kierunki badań obejmują optymalizację oraz wspomaganie decyzji dla procesów produkcji, logistyki i dystrybucji przy wykorzystaniu klasycznych MIP (Mixed Integer Programming) oraz deklaracyjnych CLP (Constraint Logic Programming) środowisk programowania.

e-mail: sitek@tu.kielce.pl



dr inż. Jarosław Wikarek

Ukończył studia na Wydziale Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Świętokrzyskiej w 1994 r. W 2002 r. uzyskał stopień doktora na Wydziale Automatyki, Elektroniki i Informatyki Politechniki Śląskiej w Gliwicach. Jest autorem lub współautorem około 70 artykułów. Głównie kierunki badań obejmują optymalizację oraz wspomaganie decyzji dla procesów produkcji, logistyki i dystrybucji przy wykorzystaniu klasycznych MIP (Mixed Integer Programming) oraz deklaracyjnych CLP (Constraint Logic Programming) środowisk programowania.

e-mail: i.wikarek@tu.kielce.pl

