

dr inż. Paweł Szczepański  
Instytut Systemów Mechatronicznych WAT

## RYZIKO NAPRAWY OBIEKTU

*W pracy ryzyko pojmowane jest jako suma iloczynów prawdopodobieństw poszczególnych awarii przez koszt ich usunięcia. Zauważa się, że najważniejszym czynnikiem jego określenia jest uwzględnienie struktury obiektu – jego rozróżnialnych stanów niezawodnościowych.*

## RISK OF REPAIRING AN OBJECT

*In this article risk is understood as a sum of products of probabilities of individual failures by the cost of their removal. It is noticeable, that its most important defining factor is taking into account the structure of the object - its distinguishable reliability states*

### 1. WPROWADZENIE

Inspiracją tematu pracy stała się potrzeba określenia wysokości ryczałtu na rzecz serwisu obsługującego działalność przedsiębiorstwa gospodarczego. Za najważniejsze w tym określeniu uważa się wyznaczenie ryzyka, wynikającego z prawdopodobieństwa wystąpienia awarii. W dotychczasowej praktyce prawdopodobieństwo to jest określane z wykorzystaniem chwytów wiążących wzór Bayesa z właściwościami tzw. *szeregowej struktury niezawodnościowej* [9, 13, 14]. Tu natomiast wykorzystuje się właściwości obiektu wynikające głównie ze struktury połączeń jego elementów składowych [7, 12].

### 2. MATEMATYCZNY OPIS STRUKTURY

Nieodzownym atrybutem opisu struktury są binarne macierze: przejść **P** i osiągalności **D** [2]. Pierwsza z nich jest odwzorowaniem *struktury funkcjonalnej* [8], natomiast druga – będąca pochodną tej pierwszej – punktem wyjścia wyznaczenia charakterystyk probabilistycznych obiektu [7].

W niniejszej pracy wyraża się pogląd, że o ryzyku poniesienia określonych kosztów obsługi – oprócz niezawodności elementów – decyduje także struktura ich wzajemnych połączeń. Pogląd ten ma silne uzasadnienie w pryncypiach diagnostyki technicznej, zgodnie z którymi:

- po pierwsze** - element obiektu uważany jest za niezdatny jeżeli wszystkie jego sygnały wejściowe są dopuszczalne a sygnał wyjściowy – niedopuszczalny, i
- po drugie** - chociażby jeden niedopuszczalny sygnał wejściowy elementu prowadzi do powstania na jego wyjściu sygnału niedopuszczalnego.

Aby nadmiernie nie komplikować zagadnienia aparatem matematycznym, rozważone zostaną jedynie jego elementarne formy w odniesieniu do dwóch bardzo prostych (lecz diametralnie różnych) przykładów obiektów trójelementowych o strukturach przedstawionych odpowiednio na rysunkach w kolumnach *a* i *b* tabeli (tab. 1.). W każdym przypadku elementami składowymi są trzy linie przesyłowe:  $e_1, e_2, e_3$  o kosztach odnowy  $k_1, k_2, k_3$  oraz prawdopodobieństwach zdatności i niezdatności odpowiednio równych:  $p_1, p_2, p_3$  i  $q_1, q_2, q_3$  przy  $p_i + q_i = 1; i \in \{1, 2, 3\}$ .

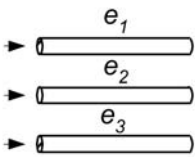
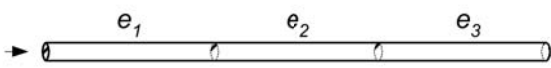

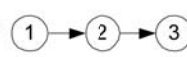
Jedynki „1” w macierzach  $P$  i  $D$  określają w swoich wierszach i kolumnach odpowiednio następniki i poprzedniki oraz zamknięcia tranzytywne i antytranzytywne<sup>1</sup>:  $F(e_i)$  i  $F'(e_i)$  poszczególnych elementów. Znakowi „X” przypisano element diagonalnej w macierzy  $D$  – z algebraicznego punktu widzenia mający to samo znaczenie co „1”, jednakże już z diagnostycznego – z uwagi na jego współrzędną pionową - numer niezdatnego elementu.

Macierz  $P$  jest najprostszą formą matematycznego opisu funkcjonalnej struktury obiektu – daje się opracować na podstawie „ręcznej” analizy schematów dowolnego typu. Istotnym warunkiem poprawności tego opracowania staje się jednak bardzo dobra znajomość przedmiotu tej analizy. Można powiedzieć, że bezbłędna, ostateczna postać macierzy  $P$  jest zasadniczym elementem dalszych analiz, w których udział człowieka może być zastąpiony pracą elektronicznej techniki obliczeniowej. Już w przypadku, gdy liczebność elementów obiektu jest większa od 30 wskazanym staje się wyznaczenie macierzy osiągalności  $D$  według następującej zależności:

$$D(G) = \sum_{k=0}^{n-1} P^k(G) \quad (1)$$

gdzie działania sumy i mnożenia oznaczają odpowiednio działania alternatywy i koniunkcji.

Tab. 1. Ilustracja etapów analizy ryzyka wezwania serwisu dla dwóch diametralnie różnych struktur obiektu

Obiekt $a$	Obiekt $b$
$a$	$b$
	
$G_a$ 	$G_b$ 
$P(G_a) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \end{matrix}$ $D(G_a) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{matrix} X & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & X \end{matrix} \end{matrix}$	$P(G_b) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \end{matrix}$ $D(G_b) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{matrix} X & 1 & 1 \\ 0 & X & 1 \\ 0 & 0 & X \end{matrix} \end{matrix}$

Macierz  $D$  może stanowić swoimi wierszami wzory niezdatności pojedynczych elementów obiektu – wystarczy uznać, że numeracja kolumn oznacza numerację sprawdzeń, natomiast zera „0”, ikсы „X” i jedynki „1” – odpowiednio pozytywne i negatywne wyniki tychże sprawdzeń. Górnotrójkątna<sup>2</sup> forma macierzy  $D$  pozwala – po przeliczeniu zer nad jej diagonalną – określić liczebność rozróżnialnych stanów wynikających z niezdatności dwóch elementów [15]. Poszczególne wzory niezdatności określa się wtedy poprzez alternatywę znaków wierszy, których numeracja określona jest współrzędnymi zera, tzn. numerami niezdatnej pary elementów.

<sup>1</sup> Dla obiektu technicznego (przedsiębiorstwa), zamknięcia te oznaczają odpowiednio: zbiory wszystkich elementów, na które ma, i które mają wpływ na element  $e_i$ . W każdym przypadku element ten jest częścią wspólną obu tych zbiorów.

<sup>2</sup> Dla analizowanych obiektów, górnotrójkątne postacie macierzy  $D$  powstały niejako samoistnie - głównie dzięki przyjęciu stosownej numeracji elementów. W rzeczywistości zagadnienie to jest bardziej skomplikowane.

### 3. PRAWDOPODOBIEŃSTWA STANÓW

Punktem wyjścia dla wyznaczenia prawdopodobieństw  $r$  rozróżnialnych stanów zawodnościowego obiektu staje się uzupełnienie wierszy macierzy  $D$  o wzory wynikające z niezdatności mnogich. Tu, po uwzględnieniu współrzędnych pionowych, wystarczy znakom: „0<sub>j</sub>” i „X<sub>j</sub>” przypisać wartości  $p_i$  i  $q_i$ , po czym - po prostu - przemnożyć je. Jedynki „1” zachowują własne wartości, zatem przy przemnażaniu stają się one wielkościami neutralnymi.

Suma tak wyznaczonych prawdopodobieństw jest równa różnicy:  $1 - p_1p_2p_3$ , gdzie iloczyn:  $p_1p_2p_3$  jest, prawdopodobieństwem zdatności zarówno jednego jak i drugiego obiektu.

Ciąg dalszy tab. 1., część 2

$a$	$b$
$D(G_a) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1,2 \\ 1,3 \\ 2,3 \\ 1,2,3 \end{matrix} & \begin{matrix} X & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & X \\ X & X & 0 \\ 0 & X & 0 \\ 0 & X & X \\ X & X & X \end{matrix} \end{matrix}$ $\begin{matrix} r_1 & = & q_1p_2p_3 \\ r_2 & = & p_1q_2p_3 \\ r_3 & = & p_1p_2q_3 \\ r_{1,2} & = & q_1q_2p_3 \\ r_{1,3} & = & q_1p_2q_3 \\ r_{2,3} & = & p_1q_2q_3 \\ r_{1,2,3} & = & q_1q_2q_3 \end{matrix}$	$D(G_b) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{matrix} X & 1 & 1 \\ 0 & X & 1 \\ 0 & 0 & X \end{matrix} \end{matrix}$ $\begin{matrix} r_1 & = & q_1 \\ r_2 & = & p_1q_2 \\ r_3 & = & p_1p_2q_3 \end{matrix}$
$\begin{aligned} & p_1q_2p_3 + p_1q_2q_3 + p_1p_2q_3 + \\ & + q_1q_2p_3 + q_1p_2q_3 + q_1p_2p_3 + q_1q_2q_3 = \\ & = p_1(q_2p_3 + q_2q_3 + p_2q_3) + \\ & + q_1(q_2p_3 + p_2q_3 + p_2p_3 + q_2q_3) = \\ & = p_1(q_2(p_3 + q_3) + p_2q_3) + \\ & + q_1(q_2(p_3 + p_3) + p_2(p_3 + q_3)) = \\ & = p_1(q_2 + p_2q_3) + q_1(q_2 + p_2) = \\ & = p_1(q_2 + p_2q_3) + 1 - p_1 = \\ & = p_1(1 - p_2 + p_2(1 - p_3)) + 1 - p_1 = \\ & = p_1(1 - p_2 + p_2 - p_2p_3) + 1 - p_1 = \\ & = p_1 - p_1p_2p_3 + 1 - p_1 = \\ & = 1 - p_1p_2p_3 \end{aligned}$	$\begin{aligned} & q_1 + p_1q_2 + p_1p_2q_3 = \\ & = 1 - q_1 + p_1(1 - p_2) + p_1p_2(1 - p_3) = \\ & = 1 - p_1 + p_1 - p_1p_2 + p_1p_2 - p_1p_2p_3 = \\ & = 1 - p_1p_2p_3 \end{aligned}$

W ogólnym przypadku, o różnicy:  $1 - p_1p_2p_3$  można powiedzieć, że jest prawdopodobieństwem wezwania serwisu w celu usunięcia jakiejś awarii. Jest ono tym mniejsze, im większa jest niezawodność elementów składowych obiektu.

### 4. POJĘCIE RYZYKA

Potencjalna wielkość strat spowodowanych wezwaniem serwisu jest określana ryzykiem -  $R$  - sumą prawdopodobieństw wystąpienia rozróżnialnych stanów zawodnościowych przemnożonych przez koszty ich usunięcia.

Ciąg dalszy tab. 1, część 3

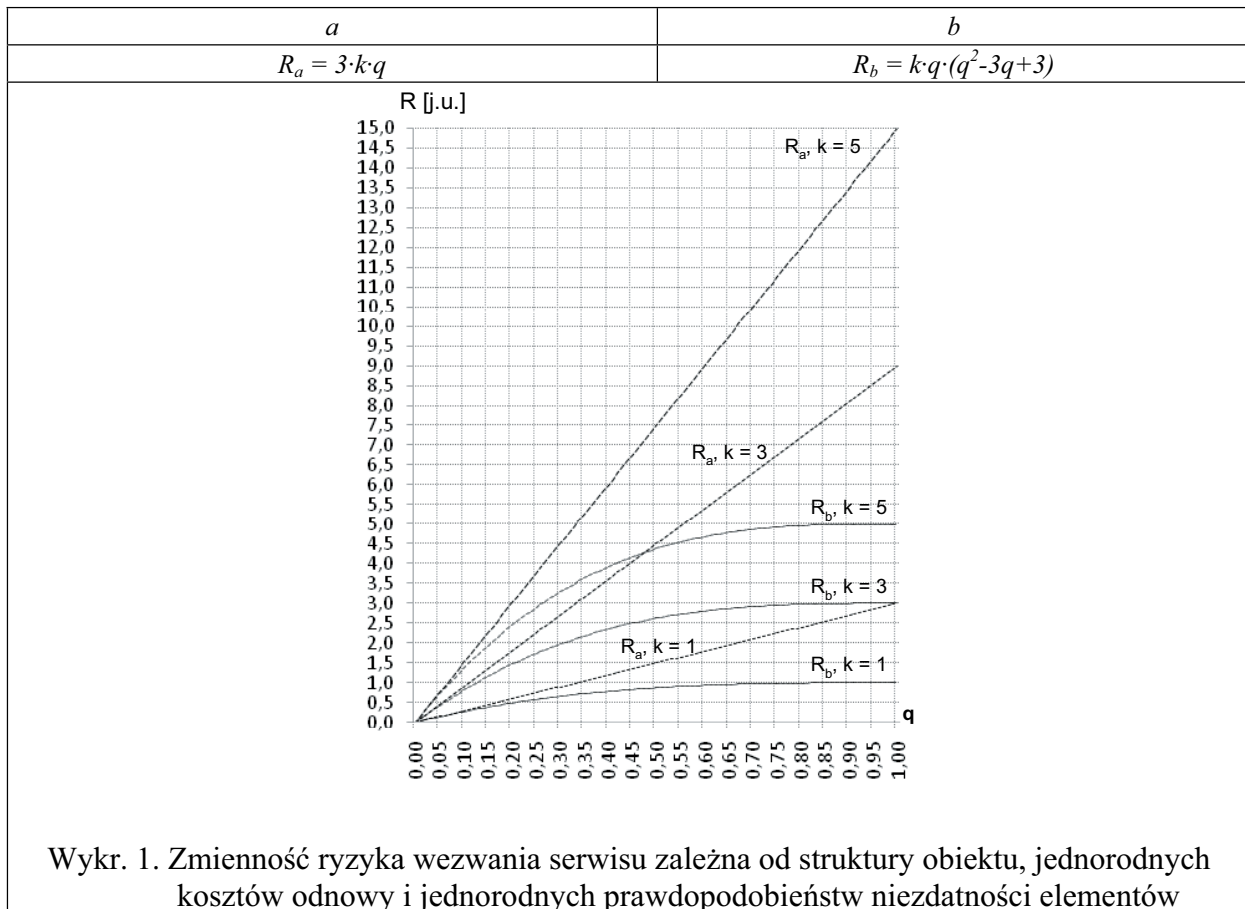
$a$	$b$
$\begin{aligned} R_a &= r_1k_1 + r_2k_2 + r_3k_3 + r_{1,2}(k_1+k_2) + r_{1,3}(k_1+k_3) + r_{2,3}(k_2+k_3) + r_{1,2,3}(k_1+k_2+k_3) = \\ &= q_1p_2p_3k_1 + \\ &+ p_1q_2p_3k_2 + \\ &+ p_1p_2q_3k_3 + \\ &+ q_1q_2p_3(k_1+k_2) + \\ &+ q_1p_2q_3(k_1+k_3) + \\ &+ p_1q_2q_3(k_2+k_3) + \\ &+ q_1p_2q_3(k_1+k_2+k_3) = \\ &= q_1k_1 + q_2k_2 + q_3k_3 \end{aligned}$	$\begin{aligned} R_b &= r_1k_1 + r_2k_2 + r_3k_3 = \\ &= q_1k_1 + p_1q_2k_2 + p_1p_2q_3k_3 \end{aligned}$

Analiza przekształceń pozwala dowiedzieć, iż w przypadku ogólnym ryzyko:

$$R = \sum_{i=1}^n \left( q_i k_i \prod_{k: e_k \in F'(e_i)(e_i)} p_k \right); n - \text{liczebność elementów.} \quad (2)$$

Porównania ryzyk:  $R_a$  i  $R_b$  najlepiej dokonać przy przyjęciu jednorodnych kosztów  $k$  i jednorodnych prawdopodobieństw niezdatności  $q$  poszczególnych elementów obiektu.

Ciąg dalszy tab. 1, część 4



Z wykresu (wykr. 1.) wynika, że dla małych prawdopodobieństw niezdatności elementów  $q$  wpływ struktury obiektu na ryzyko wezwania serwisu jest niewielki. - Intuicyjnie zrozumiałym jest fakt, że musi być ono zerowe dla  $q=0$ . Właściwość ta jest typowa dla obiektów nowych lub objętych polityką RCM (Reliability – Centered Maintenance) [4, 5]. Intuicyjnie jest też zrozumiałym wzrost tego ryzyka przy wzroście kosztów odnowy, wzroście  $q$  i niezależności pracy elementów obiektu (przykład a). Należy zauważyć, że dla przeciwstawnej struktury, tj. łańcucha szeregowo połączonych elementów (przykład b), przy  $q=1$ , usunięcie niezdatności elementów  $e_2$  i  $e_3$  będzie racjonalne dopiero po stwierdzeniu ich niezdatności, a więc po usunięciu niezdatności elementu  $e_1$ . Tu odnowa przebiega wielokrotnie, bez potrzeby angażowania więcej niż jednego podmiotu tejże odnowy.

Osobnym zagadnieniem jest ryzyko jakie można ponieść w wyniku zaniechania odnowy w okolicznościach wystąpienia awarii. Potencjalne straty oblicza się wtedy podobnie, z tą jednakże różnicą, że należy uwzględnić nie koszty odnowy  $k$  lecz dużo większe od nich koszty postoju  $l$ , wynikające np. z sabotażu i występujące w formie odszkodowań za straty społeczne, techniczne, ekonomiczne itp. Z punktu widzenia utrzymania serwisu, koszty postoju

mogą uzasadniać sens jego istnienia – jego „ważność” w negocjacjach z przedsiębiorstwem; mogą też być w tych negocjacjach kartą przetargową dla osiągnięcia wyższych kosztów utrzymania. Tę szczególną istotność, oznaczoną wskaźnikiem  $W$ , można określić następująco:

$$W = \sum_{i=1}^n \left( q_i (l_i - k_i) \prod_{k: e_k \in F'(e_i)(e_i)} p_k \right). \quad (3)$$

Od dawna znaną jest prawda, wg której prewencja jest tańsza od interwencji. Należy zauważyć, że w każdym z prawdopodobieństw  $p$  i  $q$  (zgodnie z literaturą odnoszącą się do niezawodności, np. [1]) - oprócz czasu - „wszyte” są intensywności uszkodzeń elementów przedsiębiorstwa. Intensywności te zależą przede wszystkim od warunków ich pracy. Nie bez znaczenia są zatem działania mające na celu poprawę tychże warunków, chociażby drogą eliminacji szeroko pojętych zakłóceń. Zauważa się tu także (jako bardzo pożądane) wszelkie regeneracje, strojenia i regulacje, przeprowadzone w konsekwencji wykrycia niepełnej zdatności elementów - zastosowanie programu badawczego uwzględniającego stany niepełnej zdatności.

## 5. PODSUMOWANIE

**Reasumując** należy podkreślić, że ryczałt - choć powinien zależeć głównie od wielkości określonej zależnością (2) - może być wynegocjowany z uwzględnieniem wielkości określonej zależnością (3). - O ile w interesie przedsiębiorstwa jest ukrycie lub zniżenie kosztów  $l$ , o tyle już w interesie serwisu - ich oszacowanie i wyolbrzymienie.

Ważnym czynnikiem pomniejszenia kosztów utrzymania serwisu jest działalność zmierzająca do osiągnięcia dużej niezawodności elementów (pomniejszenia prawdopodobieństw  $q_i$ ). W tym kontekście należy zadać jednak pytanie: czy działalność tę powinien prowadzić serwis? Analiza sytuacji podpowiada, że konserwację i nadzór należałoby polecić raczej służbom wewnętrznym przedsiębiorstwa. Występuje tu wyraźny konflikt interesów!

Wyznaczenie ryzyka w następstwie: wyznaczenia prawdopodobieństw rozróżnialnych stanów zawodnościowych, określenia struktury obiektu i pozyskania intensywności uszkodzeń jego elementów [1], może nie być jedyną czynnością wykonaną w wyniku tu wymienionych. Można jeszcze na ich podstawie:

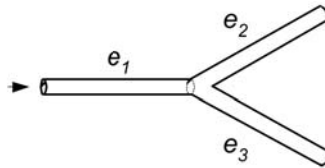
- wyznaczyć warunkowy program diagnozowania wraz z określeniem wiarygodności jego diagnoz [10],
- określić własności struktury obiektu (jej warstwy i pasma wraz z ich zawartościami oraz jej pętle sprzężeń zwrotnych wraz z propozycjami ich rozłączeń)
- zasymulować wpływ zakłóceń zewnętrznych na charakterystyki probabilistyczne obiektu,
- określić entropię struktury,
- zoptymalizować program badań dla wieloosobowych zespołów badawczych [6] i
- przedstawić program diagnozowania z wykorzystaniem logiki trójwartościowej [11].

Dla realizacji wymienionych czynności opracowano program komputerowy, pozwalający się w chwili obecnej zastosować do struktury 120 elementowej [3].

## 6. SPRAWDZIAN

Sprawdzeniem zrozumienia przedstawionej tu metody, może być próba zbadania (przez Czytelnika) zmienności ryzyka w funkcji jednorodnych kosztów odnowy i jednorodnych prawdopodobieństw niezdatności elementów dla obiektu przedstawionego na rysunku:





Rysunek do sprawdzianu

Rozwiązanie sprawdzianu można sprawdzić u autora niniejszego opracowania, przesyłając je na adres: [paszczep@neostrada.pl](mailto:paszczep@neostrada.pl). Jest to także adres, na który można przesłać uwagi i pytania, niekoniecznie związane z meritum tu przedstawionych zagadnień.

## 7. LITERATURA

1. Czajgucki J. Z., Teoria niezawodności i jej zastosowania, Materiały II Wiosennej Szkoły Komputerowe wspomaganie projektowania, wytwarzania i eksploatacji”, Żegiastów 11÷15.05.1998 r., WAT, Warszawa 1998, (ss. 119÷130).
2. Korzan B., Elementy teorii grafów i sieci, WNT, Warszawa 1978.
3. Fedyna K, Szczepański P., - Stanowisko komputerowej analizy i syntezy diagnostycznej złożonego obiektu technicznego. VII Krajowe Sympozjum Eksploatacji Urządzeń Technicznych. Problemy Eksploatacji 6/93. Diagnostyka. RADOM-KOZUBNIK 1993.
4. Moubray J., Reliability – centered maintenance, Reed Educational and Professional Publishing Ltd., OXFORD, 1999
5. Pietrzyk A., Uhl T., Optymalizacja eksploatacji maszyn i urządzeń, Diagnostyka 26, (ss. 29÷36)
6. Szczepański P., - Wielotorowość w warunkowym programie diagnozowania złożonego obiektu technicznego. Biuletyn WAT. nr 2/1997. Warszawa, 1997.
7. Szczepański P., – Określanie i zastosowanie prawdopodobieństw występowania rozróżnialnych stanów wadliwego funkcjonowania obiektu. Biuletyn WAT. nr 8/2001. (ss. 25-40)
8. Szczepański P., - Funkcjonalna struktura niezawodnościowa obiektu na przykładzie diagnozowania szeregowo połączonych elementów, Diagnostyka, nr 28/2003. (ss. 53-62)
9. Paweł SZCZEPAŃSKI – Diagnozowanie bez wstępnej informacji o stanie technicznym obiektu,. Biuletyn WAT. nr 1/2005. (str. 17-27).
10. Szczepański P., – Wiarygodność diagnozy, Pomiary-Automatyka-Robotyka (PAR), nr 2/2007. (CD).
11. Szczepański P., Zastosowanie trójwartościowej klasyfikacji stanów elementów w diagnozowaniu obiektów technicznych. XXX Konferencja Zastosowań Matematyki, Zakopane 2001.
12. Szczepański P., The meaning of probability of occurrence of differentiated and reliabilited of objects; II International Congress of Technical Diagnostics; Diagnostyka 2000 (ss. 229-230) + CD; Warsaw, Poland 19-22 September 2000.
13. Szczepański P., - Nie dzielmy diagnozowania na rozpoznanie i lokalizowanie niezdatności, Diagnostyka (materiały III Międzynarodowego Kongresu Diagnostyki technicznej, Diagnostyka 2004), nr 30/2004. (ss. 117-121).
14. Szczepański P., – Krytycznie o wzorze Bayesa w diagnostyce obiektów technicznych. Konferencja Naukowo – Techniczna AUTOMATION’2005 nt.: Automatyzacja – nowości i perspektywy. WARSZAWA 6-8 kwietnia 2005. (ss. 179-186).
15. Szczepański P., Propozycja metody lokalizacji uszkodzeń wielokrotnych w złożonych obiektach technicznych. - Biuletyn WAT nr 7/1985 (ss. 93÷101).