

prof. dr hab. inż. Zdzisław Gosiewski, gosiewski@pb.edu.pl

mgr inż. Andrzej Piotr Koszewnik, akoszewnik@pb.edu.pl

Politechnika Białostocka, Wydział Mechaniczny, Katedra Automatyki i Robotyki

AKTYWNE STEROWANIE DRGANIAMI BELKI Z PIEZOELEMENTAMI PRZY POMOCY REGULATORA LQR

W referacie zostanie przedstawiony aktywny układ tłumienia drgań w zastosowaniu do belki wspornikowej z przyklejonymi w quasi-optymalnym położeniu piezoelementami. Uzyskany w procesie identyfikacji i zredukowany model matematyczny obiektu posłużył do zweryfikowania wcześniej otrzymanych wartości pierwszych czterech częstotliwości drgań własnych belki jak również do zaprojektowania odpowiedniego regulatora LQR.

W następnym etapie badań wybrane prawo sterowania zostało przebadane symulacyjnie oraz eksperymentalnie. Zarejestrowane przebiegi czasowe i częstotliwościowe zarówno z badań symulacyjnych jak i badawczych wykazały, że zaprojektowany i zbudowany układ silnie tłumí drgania belki konsolowej.

LQR CONTROL OF SMART BEAM WITH PIEZOELECTRIC ELEMENTS

An active vibration damping system with the use of piezoelements in quasi-optimal location is presented in the paper. Identified and reduced mathematical model of open-loop system was used to verify earlier obtained the first four natural frequencies of the beam. This model was also used to design appropriate linear quadratic state-feedback regulator (LQR).

In the next stage control law was chosen and it was checked out in simulation and experimental investigations. Obtained time and frequencies domain plots have proved that designed controller very strongly damps the vibration of the active beam.

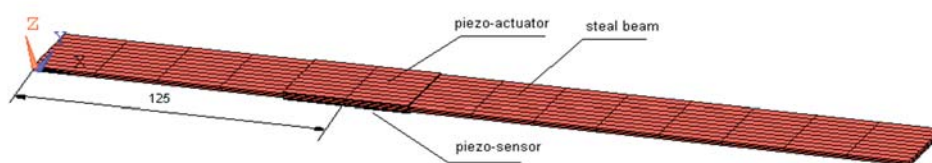
1. WSTĘP

Aktywne tłumienie drgań konstrukcji mechanicznych w ostatnich latach stało się istotnym zagadnieniem poruszonym przez wielu badaczy. Wprowadzenie na rynek coraz to lżejszych materiałów i wiotkich elementów spowodowało powstanie nowoczesnych konstrukcji, które ze swojej natury są podatne na wszelkiego rodzaju wymuszenia. Z tego też powodu w większości przypadków wybór odpowiedniego sposobu sterowania i samo zaprojektowanie właściwego prawa sterownia zapewniającego stabilność układu, stało się przedmiotem wielu prac [1, 2].

Jednym z rozwiązań zapewniających aktywne tłumienie drgań jest wykorzystanie elementów piezoelektrycznych. Odpowiednie ich ułożenie w tzw. quasi-optymalnym położeniu, właściwie przeprowadzona identyfikacja obiektu, daje gwarancję, że w późniejszym etapie zaprojektowane prawo sterowania zapewni nam oczekiwaną stabilność układu. W związku z tym w niniejszym referacie chcemy przedstawić właśnie ten sposób sterowania, które zostało wzbogacone o zaprojektowany optymalny regulator LQR.

2. MODELOWANIE BELKI Z WYKORZYSTANIEM MES

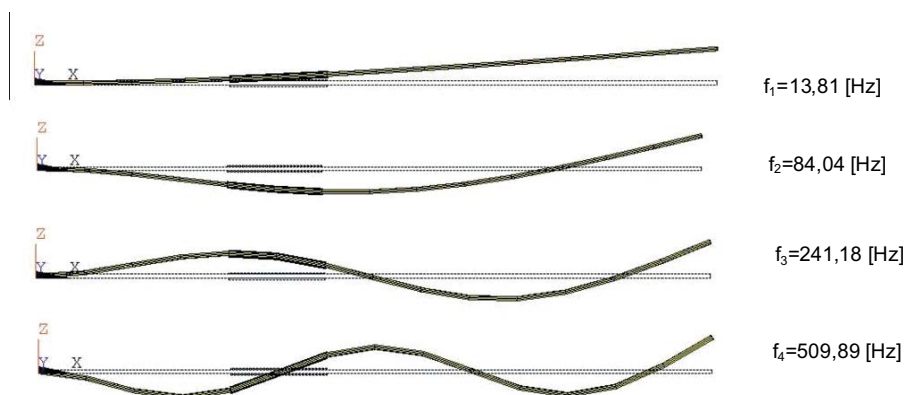
Obiektem badań jest aktywna stalowa belka konsolowa (jednostronnie utwierdzona) wraz z przyklejonymi do niej elementami piezoelektrycznymi. Obie wstęgi piezoelektryczne o parametrach zamieszczonych w tab. 1 zostały umieszczone na belce w quasi-optymalnym miejscu tj. w odległości 125 mm od miejsca jej utwierdzenia [3], co przedstawia rys. 1. Jeden z wyżej wymienionych piezo-elementów pracuje jako aktuator, drugi zaś jako sensor. Korzystając z dostępnych bibliotek programu *Ansys* elementy stalowe zostały modelowane jako elementy bryłowe - *Solid 45*, elementy piezoelektryczne poprzez elementy - *Solid 5*, zaś warstwa kleju łącząca belkę z piezoelementami poprzez - *Combin 14*. Utworzony w ten sposób model belki posłużył do przeprowadzenia badań symulacyjnych, które miały na celu przeanalizowanie dynamiki całej konstrukcji i wyznaczenie pierwszych czterech postaci drgań, które zostały przedstawione na rys. 2.



Rys. 1. Badana belka konsolowa

Tab. 1. Parametry konstrukcji

Parametry	stalowa belka	aktuator	sensor
materiał	stal	piezo-cristal	piezo-cristal
wymiary (l) [m]	0.35x0.025x0.002	0.05x0.025x0.00076	0.05x0.025x0.00038
masa (m) [kg]	0.1365	0.00675	0.00342
gęstość (ρ) [kg/ m ³]	7800	7200	7200
objętość(V) [m ³]	17,5*10 ⁻⁶	0.9375*10 ⁻⁶	0.475*10 ⁻⁶
moduł Younga (E) [GPa]	200	0.18	0.18
współ. Poisson (ν)	0.3	0.28	0.28



Rys. 2. Pierwsze cztery postacie drgań aktywnej belki

Uzyskane wartości częstości drgań własnych w następnym kroku zostały zweryfikowane na stanowisku laboratoryjnym poprzez zdjęcie odpowiednich charakterystyk częstotliwościowych. Otrzymane w ten sposób rezultaty ukazują poprawność wcześniej przeprowadzonych badań symulacyjnych.

W kolejnym etapie badań przeprowadzono proces identyfikacji i redukcji modelu obiektu, który opisywałby dynamikę belki. W tym celu w pierwszej kolejności zarejestrowano sygnał wejściowy i wyjściowy w dziedzinie czasu. Na podstawie odwrotnej transformaty Fouriera wyznaczono eksperymentalne charakterystyki częstotliwościowe: amplitudową i fazową. Poprawne dopasowywanie charakterystyk identyfikowanego modelu matematycznego do wyników eksperymentalnych uzyskano metodą najmniejszej sumy kwadratów. Obliczone w ten sposób estymowane współczynniki wielomianu licznika i mianownika transmitancji wykorzystano w metodzie LMFD (Left Matrix Fraction Description) celem uzyskania postaci obserwowalnej kanonicznej modelu w przestrzeni stanu.

Dla zredukowania rzędu identyfikowanego modelu została wykorzystana metoda *Balance*. Uzyskana w ten sposób transmitancja (1) jest minimalną realizacją zredukowanego modelu podatnej konstrukcji. Wyszczególnione w niej częstotliwości rezonansowe - to bieguny transmitancji, zaś częstotliwości antyrezonansowe - to zera tej transmitancji [4]. W ten sposób stworzona transmitancja posłużyła do projektowania odpowiedniego prawa sterowania.

$$G_{est}(s) = \frac{0.0085(s^2 + 1,18s + 8020)(s^2 + 15,67s + 2,947e5)(s^2 + 68,03s + 2,354e6)}{(s^2 + 0,359s + 7737)(s^2 + 13,58s + 2,82e5)(s^2 + 10,41s + 2,179e6)} \quad (1)$$

3. PROJEKTOWANIE UKŁADU STEROWANIA ZWYKORZYSTANIEM REGULATORA LQR

Jednym z kryteriów sterowania aktywnych konstrukcji mechanicznych jest sterowanie optymalne przy pomocy regulatora LQR (*ang. Linear Quadratic Regulator*). Wyznaczanie prawa sterowania w tej metodzie oparte jest o zaprojektowanie regulatora z sygnałami sterującymi w funkcji wektora stanu. Zgodnie z przyjętą zasadą poszukujemy takiego sygnału sterowania, który sprowadzi system do stanu zerowego, a tym samym zminimalizuje wskaźnik jakości opisany równaniem (2).

$$J \rightarrow \min(E[x^T Qx + u^T Ru]) \quad (2)$$

Opisane w równaniu macierze wagowe Q i R powinny być odpowiednio dodatnio i półdodatnio określone, a ich dobór zależy od projektanta układu sterowania. Przy założeniu, że pętla sprzężenia zwrotnego jest realizowana od pełnego stanu otrzymujemy prawo sterowania opisane równaniem:

$$u = -Gx \quad (3)$$

gdzie:

$$G = R^{-1}B^T P \quad (4)$$

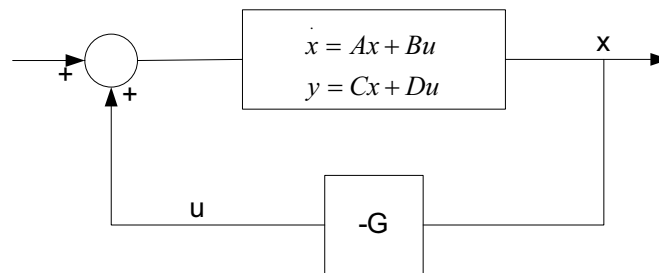
Występująca w równaniu (4) macierz P wyznaczana jest z równania Ricattiego opisanego równaniem (5)

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (5)$$

Ostatecznie równanie stanu układu zamkniętego sterowanych drgań konstrukcji przyjmie następującą postać [5,6]:

$$\dot{x} = (A - BG)x \quad (6)$$

Wówczas schemat blokowy przedstawiający sterowanie LQR przedstawia się następująco:



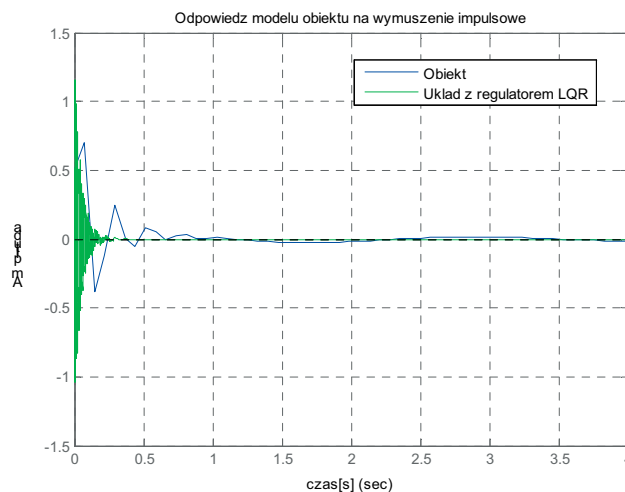
Rys. 3. Układ sterowania z regulatorem LQR

4. BADANIA SYMULACYJNE

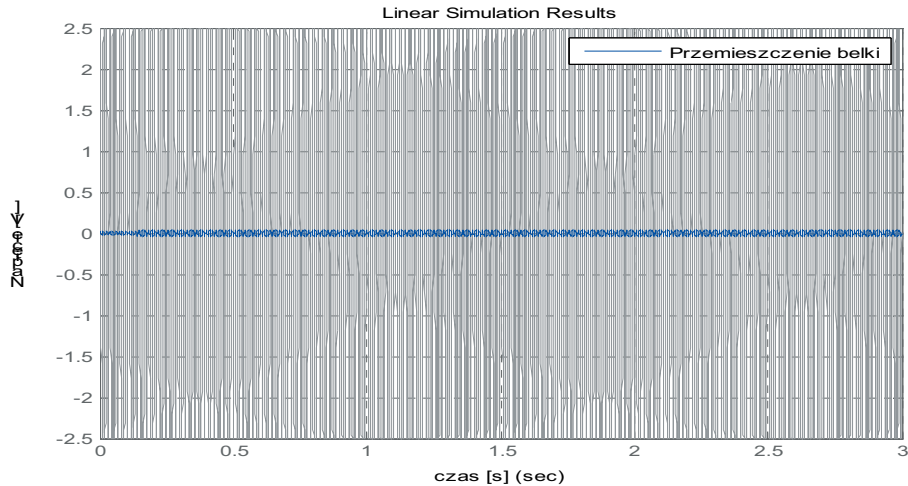
Badania symulacyjne modelu układu aktywnej belki z piezoelementami zostały przeprowadzone w dziedzinie czasu i częstotliwości. Po odpowiednim przekształceniu modelu transmi-tancyjnego zostały uzyskane macierze w przestrzeni stanu o następujących rozmiarach: $A_{(6 \times 6)}$, $B_{(1 \times 6)}$, $C_{(6 \times 1)}$, $D_{(1 \times 1)}$. Zgodnie z przyjętym założeniem w następnym etapie badań na nasz model zostały nałożone odpowiednie wagi Q i R . Na sygnał od wektora stanu została nałożona waga o wartości $Q=0,01$, wówczas macierz $Q_{(6 \times 6)} = \text{diag}(0,01)$, zaś na sygnał sterujący waga $R=1$. Przyjęte parametry wagowe umożliwiły wyznaczenie wartości macierzy wzmocnień K regulatora, które zapewniłyby optymalne tłumienie w układzie.

Pierwsze wyniki badań - w dziedzinie czasu - udowodniły, że zastosowanie układu z regulatorem od stanu w pętli sprzężenia zwrotnego zapewnia silne tłumienie drgań belki. Świadczą o tym zarejestrowane przebiegi, zarówno dla wymuszenia impulsowego (rys. 4), jak również dla wymuszenia sinusoidalnego $u=2,5\sin(\omega_2 t)$ (rys. 5). W obu przypadkach sygnałem wejściowym było napięcie przyłożone do piezoaktuatora, wyjściem zaś przemieszczenie belki mierzone w środkowym punkcie piezosensora.

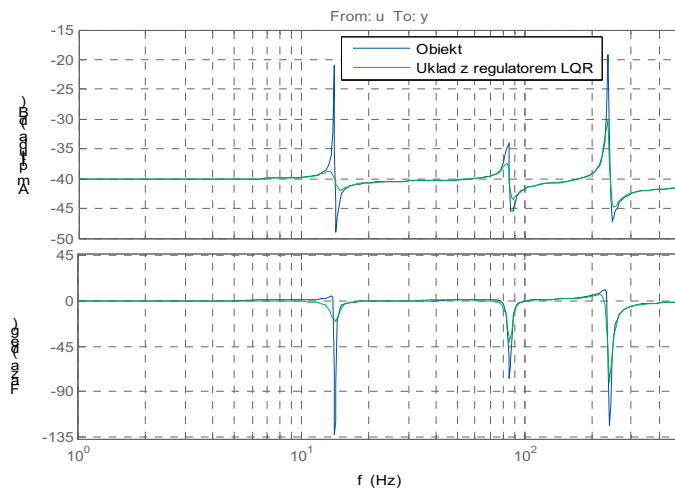
Podobny rezultat uzyskujemy, także dla przeprowadzonych badań w dziedzinie częstotliwości. Na podstawie uzyskanej charakterystyki Bodego (rys. 6) można zaobserwować znaczne zwiększenie tłumienia dla pierwszych trzech postaci drgań (I postać – wzrost o 18 dB, II postać – wzrost o 3 dB, III postać – wzrost o 11 dB).



Rys. 4. Odpowiedź układu na wymuszenie impulsowe obiektu i układu zamkniętego



Rys. 5. Odpowiedź układu na zadane wymuszenie sinusoidalne



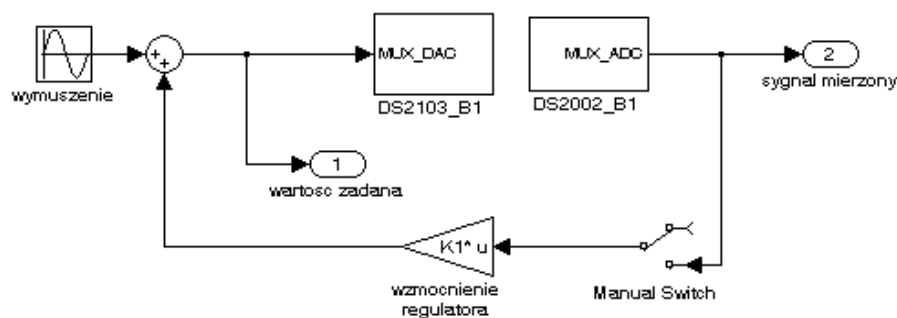
Rys. 6. Charakterystyka Bodego obiektu i układu zamkniętego

5. BADANIA EKSPERYMENTALNE

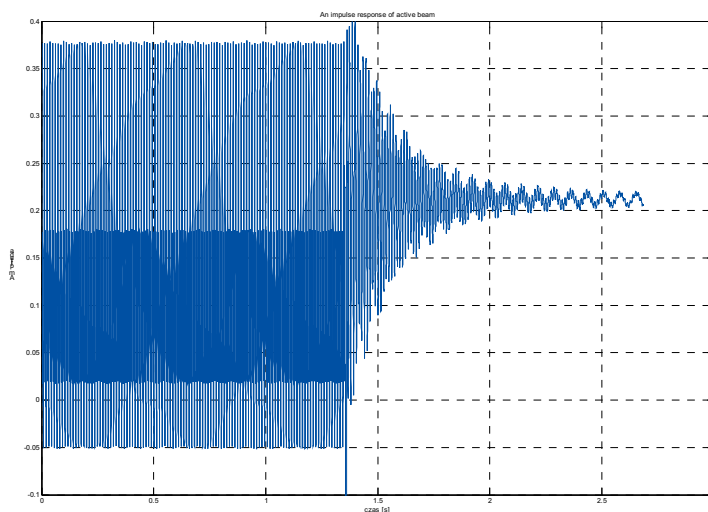
Przeprowadzone badania na stanowisku laboratoryjnym umożliwiły zaprezentowanie zmiany amplitudy drgań belki pracującej w torze otwartym w stosunku do drgań układu zamkniętego. Efekt przełączania pętli otwarta/zamknięta został zrealizowany poprzez umieszczenie w pętli sprzężenia zwrotnego przełącznik, co przedstawia schemat zamieszczony na rys. 7. Zaprojektowany regulator LQR przed zaimplementowaniem do procesora sygnałowego DSP został poddany dyskretyzacji z czasem próbkowania $T = 0,001$ s.

Podczas trwania eksperymentu belka była pobudzana do drgań poprzez przyłożenie napięcie $u = 2,5 \sin(\omega_2 t)$ do piezoaktuatora. Przemieszczenie zaś belki było rejestrowane w punkcie środkowym piezosensora. W wyniku załączonego w 1,4 s układu sterowania uzyskano znacznie większe tłumienie, a tym samym osiągnięto gwałtowny spadek amplitudy drgań do bardzo małych wartości. Asymetryczny efekt odpowiedzi układu na podane wymuszenie spowodowane jest zastosowaniem unipolarnego wzmacniacza napięcia pomiędzy DSP a piezoaktuatorem. Rezultaty badań przedstawione są na rys. 8.

RTI Data



Rys. 7. Schemat układu sterowania z regulatorem LQR (Matlab / RTW)



Rys. 8. Odpowiedź impulsowa aktywnie sterowanie belki

6. WNIOSKI

W artykule opisano badania aktywnego układu tłumienia drgań na przykładzie belki wspornikowej. W pierwszej kolejności wyznaczono pierwsze cztery częstotliwości własne drgań belki z przyklejonymi do niej piezo-elementami w quasi-optimalnym miejscu. Uzyskany na drodze identyfikacji model matematyczny udowodnił poprawność otrzymanych na drodze obliczeniowej wartości częstotliwości własnych drgań belki oraz stał się podstawą do zaprojektowania właściwego prawa sterowania opartego na regulatorze od stanu LQR.

Przeprowadzone badania symulacyjne oraz badania eksperymentalne udowodniły, że zaprojektowany i realizowany przez procesor sygnałowy DSP regulator powoduje zwiększenie tłumienia w układzie, a tym samym obniża amplitudę drgań belki do bardzo małych wartości.

7. LITERATURA

- [1] Guang M., Wenming Z.: Active Vibration Control of Micro-Cantilever Beam in MEMS, *Proc. 2004 International Conference on Intelligent Mechatronics and Automation*, Chengdu, China, 2004, pp. 272-276.
- [2] Yaman Y., Waechter D.: Active vibration control of a smart beam, *Proceedings materials of Cansmart symposium held, Montreal, 2001*, pp.125-134.
- [3] Gosiewski Z., Koszewnik A.: The influence of the piezo-element placement on the active vibration damping system. *Materiały 8 Międzynarodowej Konferencji „Aktywna Redukcja Drgań i Hałasu”*, Krasieczyn 2007, p. 69.
- [4] Gosiewski Z., Koszewnik A.: Frequency domain identification of the active beam model for the vibration control system, *4 Międzynarodowa Konferencja : Mechatronic systems and materials*, Białystok, 2008, p.106.
- [5] Koziński W.: *Projektowanie regulatorów. Wybrane metody klasyczne i optymalizacyjne*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2004.
- [6] Gosiewski Z., Siemieniako F.: *Automatyka, Synteza układów, t. II*, Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Białystok, 2007.