dr inż. Arkadiusz Mystkowski, prof. dr hab. inż. Zdzisław Gosiewski Katedra Automatyki i Robotyki, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka

STEROWANIE OPTYMALNE ŁOŻYSKAMI MAGNETYCZNYMI DLA WYSOKOOBROTOWEGO ZASOBNIKA ENERGII KINETYCZNEJ

W pracy przedstawiono wyniki badań układu sterowania łożyskami magnetycznymi dla zasobnika energii kinetycznej z wykorzystaniem regulatora magnetycznego MU. Zaletv łożvskowania zostałv wykorzystane w wysokoobrotowej maszynie wirnikowej. Zaprezentowano proces projektowania regulatora odpornego obejmujący modelowanie niepewności obiektu sterowania, uwzględnienie nieliniowości, dobór optymalnych funkcji wagowych oraz redukcję rzędu modelu regulatora. Zaprojektowano regulator odporny, dla którego kryterium optymalizacji opisuje norma $\|\mu\| \leq 1$. Wyznaczono model wirnika metodą elementów skończonych. Przeprowadzono analizę modalną modelu wirnika oraz analizę jego prędkości krytycznych. Wykonano badania symulacyjne zaprojektowanych praw sterowania dla szerokiego zakresu prędkości obrotowych wirnika. Głównym celem artykułu były badania eksperymentalne układu łożysk magnetycznych dla zasobnika energii kinetycznej. W tym celu zbudowano stanowisko laboratoryjne umożliwiające badania dynamiki zawieszenia magnetycznego wirnika w zakresie prędkości obrotowej do 24 000 obr/min. Zaprojektowane prawa regulacji zostały zaimplementowane i zweryfikowane eksperymentalnie. Badania eksperymentalne wykazały, że zamknięty układ sterowania jest stabilny i zapewnia odpowiednią sztywność łożyskowanego wirnika oraz cechuje się niewrażliwością na zmiany obiektu oraz wymuszenia wewnętrzne i zewnętrzne.

OPTIMAL CONTROL OF MAGNETIC BEARINGS FOR FLYWHEEL

In the paper the optimal robust controller based on μ -synthesis is applied to control of active control bearings (AMB) for a high speed Flywheel. A design methodology of robust controllers is presented with considering of uncertainties, nonlinearities, selection of optimal weighting functions and control law reduction. The controllers synthesized for the augmented plant model which meet analysis objectives ($\mu \le 1.0$) will stabilize the actual plant and meet specified performance objectives. The MES-model of the rotor is investigated and modal analysis is performed due to critical speeds. The simulation results are performed and all μ -synthesized controllers developed in this study were stable over the operating range. The main goal of the paper is the experimental evaluation of the controlled magnetic bearings performances for Flywheel application. For this purpose the laboratory stand with the high speed rotor (24 000 rpm) supported magnetically was built. The dynamical behavior of the closed-loops systems in wide range of rotation speeds was performed. The stable operation, good stiffness of the rotor and robust performances of the closed-loop systems were reached.

1. WPROWADZENIE

Współczesne maszyny wirnikowe są coraz bardziej wydajne ze względu na rozwijane duże prędkości obrotowe przy jednoczesnej minimalizacji masy. Oprócz wielu zalet takich rozwiązań, np. w precyzyjnej obróbce materiałów – szybkoobrotowe elektrowrzeciona

łożyskowane magnetycznie (ang. *High Speed Magnetic Spindles*) czy w magazynach energii kinetycznych (ang. *Flywheels*) [9], urządzenia te wymagają odpowiedniego systemu łożyskowania i sterowania sztywnymi i giętkimi postaciami drgań powstającymi wraz ze wzrostem prędkości wirowania. Badania nad metodami eliminacji drgań będących skutkiem różnego rodzaju wymuszeń w tym niewyważenia maszyn wirnikowych jak: turbiny, sprężarki, pompy, wentylatory, przekładnie, itd. są istotnym zagadnieniem współczesnej dynamiki maszyn.

Łożyska magnetyczne wraz z układem pomiarowym, zasilającym i układem sterowania w pętli sprzężenia zwrotnego stanowią bezkontaktowy system łożyskowania wirnika pozwalający na pracę z ultra wysokimi prędkościami obrotowymi [3, 7]. Co więcej układy zawieszenia magnetycznego pozwalają na ciągłą diagnostykę maszyny wirnikowej poprzez pomiar sił, przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń w czasie rzeczywistym. Jednakże systemy lewitacji magnetycznej są układami strukturalnie niestabilnymi wymagającymi sterowania w torze zamkniętym od pomiaru przemieszczenia.

W pracy wykorzystano metodę sterowania odpornego μ -synthesis [10]. Jest to metoda sterowania odpornego (ang. Robust Control), w której przy braku ograniczeń większe właściwości odporne regulatora sa uzyskiwane kosztem większej energii sygnału sterującego. Metoda sterowania μ jest wygodna dla układów liniowych typu MIMO z niepewnością strukturalną modelu. Algorytm regulatora μ jest naturalnym uogólnieniem metody sterowania H_{∞} dla układów z niepewnością. Wskaźnik optymalizacji w sterowaniu μ odpowiada realnym właściwościom projektowanego układu w praktyce. W sterowaniu odpornym efekty niewyważenia wirnika można traktować jako wymuszenia zewnętrzne działające na obiekt. Wpływ tych wymuszeń można uwzględnić za pomocą funkcji wagowych i dodatkowych modeli niepewności obiektu. Dlatego zaprojektowany regulator będzie bardziej odporny na zmiany dynamiki układu wirnik-łożyska magnetyczne niż standardowe regulatory typu PID. W metodzie sterowania μ projektuje się optymalny regulator odporny, czyli taki regulator, który zapewnia stabilność obiektu, pomimo, że jego parametry zmieniają się w czasie jego eksploatacji (LPV - Linear Parameter Varying). Dodatkowo regulator µ pozwala uwzględnić ograniczenia sygnałów oraz nieliniową zależność siły generowanej przez łożysko magnetyczne w funkcji prądu sterującego.

W referacie przedstawiono model wirnika giętkiego obliczony metodą elementów skończonych (MES), zaprezentowano wyniki analizy modalnej modelu. Następnie pokazano syntezę projektowania regulatora μ dla modelu MES wirnika łożyskowanego magnetycznie oraz wyniki badań eksperymentalnych układu sterowania odpornego zawieszeniem magnetycznym wirnika, którego głównym celem była stabilizacja i tłumienie drgań wirnika dla różnych prędkości obrotowych.

2. MODEL WIRNIKA GIĘTKIEGO ŁOŻYSKOWANEGO MAGNETYCZNIE

Obiektem sterowania jest symetryczny wirnik poprzecznie zawieszony w dwóch aktywnych łożyskach magnetycznych promieniowych. Dla potrzeb sterowania i analizy modalnej sztywnych i giętych postaci drgań wirnika, został wyznaczony model wirnika metodą elementów skończonych (MES) [2]. W tym celu wirnik podzielony został na 20 elementów o prostej geometrii. Pomiędzy sąsiadującymi elementami modelu wirnika wprowadzono węzły. Każdy węzeł charakteryzuje 6 stopni swobody, dlatego uzyskany model wirnika posiada 120 stopni swobody.

Równania ruchu wirnika we współrzędnych uogólnionych bez uwzględniania wymuszeń zewnętrznych mogą być przedstawione w następującej formie macierzowej [8]:

$$M\ddot{q} + (D + \Omega G)\dot{q} + Kq = 0, \qquad (1)$$

gdzie: M – symetryczna, dodatnio zdefiniowana macierz mas, D – symetryczna macierzy tłumienia, G – skośnie symetryczna macierz giroskopowa, K – symetryczna pół dodatnio zdefiniowana macierz sztywności, Ω – prędkość obrotowa wirnika, q – wektor przemieszczeń wirnika (współrzędna uogólniona).

W celu projektowania prawa sterowania model wirnika został przekształcony do modelu w przestrzeni stanów następująco:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du,$$
(2)

gdzie:

$$A = \begin{bmatrix} 0^{q \times q} & I^{q \times q} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}(D + \Omega G) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0^{q \times 2n} \\ M^{-1}F \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} S & 0^{2l \times q} \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0^{2l \times 2n} \end{bmatrix}.$$

Model wymuszeń zewnętrznych, czyli w naszym przypadku sił elektromagnetycznych pochodzących od łożysk magnetycznych działających na wirnik oraz model czujników przemieszczenia został uwzględniony w postaci macierzy:



$$F = \begin{bmatrix} F_x & 0\\ 0 & F_y \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} S_x & 0\\ 0 & S_y \end{bmatrix}.$$
(3)

Rys. 1. Mapa biegunów i zer wirnika giętkiego dla prędkości obrotowej $\Omega = 0$ obr/min

Bazując na modelu wirnika giętkiego w przestrzeni stanów, przeprowadzono analizę wartości biegunów i zer, których mapa została przedstawiona na rys. 1. W zależności od symetrii wirnika każdy biegun pojawia się dwa razy, raz dla każdej z płaszczyzn zespolonych. Wszystkie bieguny związane z postaciami giętkimi charakteryzują się bardzo słabym tłumieniem i są położone w okolicy osi urojonej.

W przypadku wirującego wirnika ($\Omega > 0$), ruch wirnika w dwóch płaszczyznach łożysk jest sprzęgnięty poprzez efekt giroskopowy, który rośnie wraz ze wzrostem prędkości obrotowej

wirnika i jest zależny od geometrii i długości wału. Wraz ze zmianą prędkości wirowania zmienia się model wirnika. Wartości własne modelu odpowiadające za giętkie postacie drgań przesuwają się wraz ze wzrostem prędkości obrotowej wzdłuż osi urojonej w kierunku rosnących lub malejących częstotliwości. Postacie drgań, których wartości rosną wraz z prędkością obrotową i mają zgodny kierunek nazwane są *forward modes* (np. nutacja). Natomiast postacie drgań, których wartości maleją wraz z prędkością obrotową i mają przeciwny kierunek nazwane są *backward modes* (np. precesja). Rozkład postaci modalnych modelu wirnika giętkiego w funkcji prędkości obrotowej Ω w zakresie od 0 obr/min do 100 000 obr/min przedstawiono na rys. 2 w postaci diagramu *Campbella*.



Rys. 2. Diagram *Campbella* dla modelu wirnika giętkiego

Model wirnika giętkiego łożyskowanego magnetycznie jest kombinacją modelu MES wirnika oraz modelu łożysk magnetycznych i jest zapisany następującym równaniem macierzowym:

$$M\ddot{q} + (D + \Omega G)\dot{q} + Kq = K_s q + K_i i, \qquad (4)$$

gdzie: K_s – macierz sztywności przemieszczeniowej łożysk magnetycznych, K_i – macierz sztywności prądowej (macierz wejściowych współczynników wzmocnienia) łożyska magnetycznego.

Po przeprowadzeniu transformacji modelu wirnika łożyskowanego magnetycznie do współrzędnych modalnych otrzymujemy:

$$M_{r}\ddot{q}_{r} + (D_{r} + \Omega G_{r})\dot{q}_{r} + (K_{r} - K_{sr})q_{r} = K_{ir}i.$$
(5)

W ten sposób uzyskujemy zmodyfikowaną macierz sztywności wirnika K_r - K_{sr} , która niestety nie jest dokładnie diagonalna, jednak wartości elementów diagonalnych są znacznie większe niż pozostałe.

Wyznaczenie współczynników macierzy sztywności przemieszczeniowej i prądowej łożysk magnetycznych odbywa się na drodze linearyzacji modelu masy zawieszonej w polu elektromagnetycznym.

Siła elektromagnetyczna generowana przez jedną parę cewek łożyska magnetycznego (tzw. siłownik elektromagnetyczny) i działająca na wirnik w jednej osi jest opisana następującym równaniem [3, 4]:

$$F = K \frac{i^2}{4x^2},\tag{6}$$

gdzie: $K = \mu_0 N^2 A \cos(\alpha)$ – stała łożyska magnetycznego, *i* – prąd elektromagnesu [A], *x* – szerokość szczeliny powietrznej [m], μ_0 – stała przenikalności magnetycznej próżni [Vs/Am], *N* – ilość zwojów pary cewek elektromagnetycznych, *A* – pole przekroju nabiegunnika cewki [m²], α – kąt pomiędzy siłami elektromagnetycznymi generowanymi przez kolejne cewki działającymi na wirnik (w naszym przypadku, α = 22.5°) [rad].

Z równania (6) wynika, że siła elektromagnetyczna jest nieliniowo zależna od prądu elektromagnesu i przemieszczenia wirnika. Po linearyzacji równania (6) w otoczeniu nominalnego punktu pracy (x_0 – nominalna szerokość szczeliny powietrznej, i_0 – składowa stała prądu, tzw. prąd punktu pracy), siła elektromagnetyczna jest opisana następująco:

$$F = K \frac{(i_0 + i)^2}{4(x_0 - x)^2} = k_s x + k_i i,$$
(7)

gdzie: $k_s = \frac{K i_0^2}{2 x_0^3}$ – współczynnik sztywności przemieszczeniowej [N/m],

$$k_i = \frac{Ki_0}{2x_0^2}$$
 – współczynnik sztywności prądowej [A/m].

Model wirnika giętkiego łożyskowanego magnetycznie dla danych wartości parametrów zapisano w przestrzeni stanów. Na rys. 3 przedstawiono mapę położenia biegunów modelu. Na mapie zaznaczono postacie modalne sztywne i giętkie wirnika. Jak widać układ jest niestabilny.



Rys. 3. Rozkład wartości własnych wirnika giętkiego łożyskowanego magnetycznie

Regulator stabilizujący wirnik łożyskowany magnetycznie w punkcie równowagi to taki, który powoduje przesunięcie wszystkich niestabilnych biegunów modelu do lewej półpłaszczyzny zespolonej. Zwiększanie wzmocnienia regulatora powoduje w pierwszej kolejności nieznaczne przesunięcie biegunów w stronę lewej półpłaszczyzny zespolonej, natomiast dalsze zwiększanie wzmocnienia skutkuje tym, że bieguny zawracają i przesuwają się wzdłuż osi urojonej w kierunku dodatnim i ujemnym. Dlatego projektowany regulator, który ma na celu stabilizację układu otwartego musi dostarczać dodatkowe tłumienie. W praktyce wyznaczenie regulatora optymalnego, który stabilizuje niestabilne bieguny odpowiadające za sztywne postacie modalne wirnika przy jednoczesnym nie destabilizowaniu słabo tłumionych postaci giętkich jest zadaniem skomplikowanym i trudnym [1].

3. PROEJKTOWANIE REGULATORA μ

W metodzie sterowania optymalnego, tzw. μ -synthesis, współczynnik optymalizacji określony jest jako minimalna wartość normy układu zamkniętego $||T_{zw}||_{\infty}$. W naszym przypadku regulator μ jest zaprojektowany dla rozbudowanego modelu obiektu, który zawiera: model MES wirnika, model łożysk magnetycznych, model wzmacniaczy prądowych, model wiroprądowych czujników przemieszczenia, opóźnienie procesora sygnałowego oraz modele niepewności parametrów obiektu i modele funkcji wagowych. Struktura układu zamkniętego z regulatorem odpornym μ została przedstawiona na rys. 4. Regulator μ podobnie jak H_{∞} wymaga dokładnego modelu obiektu, dlatego rzędy tych regulatorów są wysokie, przy czym rząd regulatora μ jest zawsze wyższy niż regulatora H_{∞} z uwagi na inny algorytm obliczeń.

Algorytm obliczania regulatora μ bazuje na algorytmie tzw. *D-K* iteracji [10], która sprowadza się w najgorszym przypadku do znalezienia regulatora *K*, który spełnia następujący warunek:

$$\left|T(j\omega)\right| \le 1. \tag{8}$$

Po zastosowaniu analizy wartości osobliwych, powyższy warunek może być zapisany następująco:

$$\sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma} \big(T(j\omega) \big) \le 1, \tag{9}$$

warunek (9) może ostatecznie zostać wyrażony jako:



Rys. 4. Struktura układu zamkniętego z regulatorem odpornym, G – model rozbudowany obiektu, K – regulator μ , T – układ zamknięty, W_w – waga nałożona na sygnały wejściowe, W_z – waga nałożona na sygnały wyjściowe, z – sygnały mierzone, w – zakłócenia i obciążenia zewnętrzne, y – sygnał wyjściowy, u – sygnał sterujący, {^} – sygnał ważony (skalowany)

(10)

Podczas projektowania regulatora odpornego uwzględniono niepewności w dynamice modelu wirnika łożyskowanego magnetycznie. Niepewności zostały uwzględnione jako parametryczne i włączone addytywnie do wartości nominalnych. Niepewność strukturalna opisana jest przez nieznaną zmianę ograniczoną normą i reprezentowaną przez blok Δ . Blok niepewności działa na model nominalny obiektu (wyznaczony dla danego punktu pracy) w postaci wzmocnienia w sprzężeniu zwrotnym. Model niepewności addytywnej modelu jest następujący [10]:

$$G_R = G_N + W_a \Delta_a, \tag{11}$$

gdzie: G_N – model nominalny, W_a – funkcja wagowa ograniczająca niepewność, Δ – zmiana ograniczona do ±1.

W naszym przypadku główne źródła niepewności to zjawiska zachodzące w wzmacniaczach prądowych i cewkach elektromagnetycznych łożysk. Dlatego uwzględniono niepewności parametrów k_i i k_s łożysk magnetycznych jako zmiana ±10 %. Niepewność wzmocnienia wzmacniacza wynosi ±5%. Regulator odporny wyznaczony dla prędkości obrotowej równej 0 obr/min nie gwarantuje zachowania stabilności układu dla Ω >>0. Dlatego uwzględniona niepewność dla parametru Ω wynosi ±100%. Jako nominalną prędkość obrotową przyjęto Ω =10 000 obr/min co oznacza, że regulator odporny zapewni stabilność pracy wirnika w zakresie prędkości obrotowych Ω od 0 obr/min do 20 000 obr/min. Model niepewności parametrycznej dla Ω jest następujący:

$$\Omega = 10000 + 10000 \times \pm 1. \tag{12}$$

Najbardziej trudnym etapem projektowania regulatora odpornego jest odpowiedni dobór funkcji wagowych. Funkcje wagowe pozwalają na uwzględnienie: ograniczeń sygnałów w układzie rzeczywistym, uwzględnieniu modelu wymuszeń zewnętrznych, dopasowaniu sygnałów itd. Ponadto pozwalają one kształtować właściwości układu sterowania poprzez działanie na funkcje wrażliwości, komplementarnej wrażliwości i sterowania systemu.

W niniejszej pracy funkcje wagowe zostały nałożone na sygnał uchybu, sygnał sterujący, sygnał przemieszczenia wirnika i zakłócenie. W teorii sterowania odpornego funkcje wagowe muszą spełniać następujące warunki [10]:

gdzie: S, R, T – funkcja wrażliwości, sterowania i komplementarnej wrażliwości.

Dla przykładu wartość wzmocnienia funkcji wagowej W_3 nałożonej na sygnał przemieszczenia wirnika przyjęto 0.1 dlatego, że przemieszczenie wału nie powinno przekroczyć 10 % szczeliny nominalnej. Model funkcji wagowej W_2 nałożonej na sygnał sterujący regulatora przyjęto w oparciu o model wzmacniacza PWM opisany krzywą *R-L* (pasmo przenoszenia wzmacniacza ograniczone jest stosunkiem rezystancji *R* do indukcyjności *L* układu). Amplituda sygnału sterującego nie może przekraczać maksymalnej wartości prądu równej 10 A, natomiast pasmo przenoszenia nie może być większe niż pasmo układu: procesor DSP -> wzmacniacze PWM-> cewki elektromagnetyczne. Bardzo istotne jest właściwe dobranie funkcji wagowej W_1 nałożonej na uchyb regulacji, co wpływa na właściwości statyczne regulacji, takie jak uchyb statyczny, przeregulowanie i czasu ustalania

sygnału. Wartość wzmocnienia funkcji wagowej W_1 wynosi 10. W celu uwzględnienia modelu drgań wirnika jako wymuszeń sinusoidalnie zmiennych uwzględniono funkcją wagową W_{di} nałożoną na sygnał zakłócenia. Amplituda funkcji W_{di} wynosi 0.02, co odpowiada typowej wartości wymuszenia równej 2 % prądu maksymalnego. Dokładny opis doboru funkcji wagowej znajduje się w pracach [4, 5, 6].

Dla tak wyznaczonego układu obliczono regulator μ za pomocą programu Matlab/Simulink. Na rys. 5 przedstawiono charakterystykę Bodego zaprojektowanego regulatora μ .



Rys. 5. Wykres Bodego modelu regulatora μ

4. BADANIA EKSPERYMENTALNE

W celu przeprowadzenia badań eksperymentalnych algorytm sterowania regulatora μ został zaimplementowany w procesorze sygnałowym DSP firmy dSPACE jako model dyskretny zapisany w przestrzeni stanu. Regulator posiada 4 wejścia i 4 wyjścia oraz realizuje 4 pętle sprzężenia zwrotnego dla sterowania ruchem wirnika w osiach *x-y* łożysk promieniowych z częstotliwością próbkowania równą 10 kHz. Ponieważ wyznaczony regulator μ posiadał 180 stanów, w celu realizacji praktycznej został zredukowany metodą ang. *balanced model truncation*.

W badaniach eksperymentalnych główną uwagę skupiono na sterowaniu położeniem wirnika i kompensacji drgań promieniowych, dlatego tylko promieniowe łożyska magnetyczne są rozpatrywane. Podczas testów eksperymentalnych uwzględniono następujące zakłócenia: niewyważenie wirnika jako siła sinusoidalnie zmienna, obciążenie grawitacyjne wirnika oraz szumy w torach pomiarowych. Natomiast w celu uproszczenia modelu pominięto obciążenia aerodynamiczne oraz efekty nieliniowe, takie jak prądy wirowe, czy histereza obwodów magnetycznych łożysk.

Testy eksperymentalne zostały przeprowadzone dla różnych prędkości obrotowych wirnika w zakresie od 0 do ponad 21 000 obr/min. Masa wirnika wynosi 18,5 kg, natomiast długość ponad 0,9 m. Jako łożyska magnetyczne zastosowano aktywne łożyska heteropolarne, z których każde składa się z 8 cewek elektromagnetycznych połączonych szeregowo w 4 pary. Dlatego każde łożysko magnetyczne wymaga 4 sterownych kanałów wzmacniaczy prądowych. Jako wzmacniacze prądowe zbudowano impulsowe wzmacniacze PWM o maksymalnym prądzie do 10 A i paśmie przenoszenia do 1 kHz. Jako układ napędowy zastosowano silnik elektryczny sterowany falownikiem o częstotliwości znamionowej



wynoszącej 400 Hz. Widok zaprojektowanego i zbudowanego stanowiska badawczego przedstawiono na rys. 6.

Rys. 6. Stanowisko badawcze do badań dynamiki wirnika łożyskowanego magnetycznie

Na rys. 7 przedstawiono poziom drgań i orbitę wirnika w osi x i y w płaszczyźnie jednego łożyska magnetycznego dla maksymalnej prędkości obrotowej 21 000 obr/min. Prędkość ta była maksymalną, jaką udało się uzyskać silnikiem o mocy 0,73 kW. Faktem jest, że uzyskany poziom sterowanych drgań wirnika dla obu łożysk nie przekracza 0,025 mm, przy szerokości szczeliny powietrznej łożysk równej 0,25 mm, co stanowi odchylenie 10 %. Oznacza to dobre właściwości tłumienia drgań przez zastosowany regulator.



Rys. 7. Przebieg drgań wirnika w osi x i y łożyska oraz jego orbita dla Ω =21 000 obr/min

5. WNIOSKI

W pracy zaprezentowano badania dynamiki szybkoobrotowego wirnika łożyskowanego magnetycznie. Zaprojektowane, zbudowane i przebadane łożyska magnetyczne w powiększonej wersji będą docelowo zastosowane w elektromechanicznym magazynie

energii kinetycznej, w którym masa wirnika będzie wynosić 150 kg, a gromadzona energia około $7\div10$ MJ. Jak się okazało metoda sterowania odpornego z regulatorem μ , dzięki uwzględnieniu wszystkich istotnych właściwości obiektu, ich zmian w funkcji czasu oraz możliwości kształtowania sygnałów za pomocą funkcji wagowych, pozwala na skuteczne tłumienie drgań wirnika oraz zapewnia stabilność układu w procesach szybko zmiennych. Sterowanie odporne szczególnie sprawdza się przy dużych prędkościach obrotowych, gdzie należy uwzględniać nieliniowe efekty i sterować poszczególnymi prędkościami krytycznymi. Regulator odporny jest regulatorem optymalnym, gdzie kryterium optymalizacji wyrażone jest normą funkcji układu zamkniętego w dziedzinie częstotliwości. Oznacza to, że układ regulacji odpornej zawieszenia magnetycznego zużywa mniej energii niż standardowe układy sterowania PID. Dodatkowo układ zamknięty z regulatorem odpornym utrzymuje stałą jakość procesów przejściowych, czego nie można potwierdzić dla innych typów regulatorów.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Burrows C., Sainkaya M., Clements S., Active Vibration Control of Flexible Rotors: an Experimental and Theoretical Study, *Proceedings of the Royal Society of London*, Vol. 422, pp.123-146, 1989.
- [2] Gawroński W, Kruszewski J., inni, Metoda Elementów Skończonych w Dynamice Konstrukcji, Arkady, Warszawa, 1984.
- [3] Gosiewski Z., Falkowski K., *Wielofunkcyjne łożyska magnetyczne*, Biblioteka Naukowa Instytutu Lotnictwa, Warszawa, 2003.
- [4] Gosiewski Z., Mystkowski A., Robust control of active magnetic suspension: analytical and experimental results, *Mechanical Systems & Signal Processing*, Vol. 22, No. 6, pp. 1297-1303, 2008.
- [5] Gosiewski Z., Mystkowski A., *Dobór funkcji wagowych w układzie sterowania odpornego aktywnym zawieszeniem magnetycznym*, Automation'2006: X Konferencja Naukowo-Techniczna, str. 402-411, 2006.
- [6] Gosiewski Z., Mystkowski A., The robust control of magnetic bearings for rotating machinery, *Solid State Phenomena*, Vol. 113, pp.125-130, 2006.
- [7] Knopse C.R., Hope R.W., Fedigan S.J., Williams R.D., Experimental in the Control of Unbalance Response Using Magnetic Bearings, *Mechatronics*, Vol. 55, pp. 385-400, 1995.
- [8] Losch F., *Identification and Automated Controller Design for Active Magnetic Bearing Systems,* Dissertation, Zurich, 2002.
- [9] Sawicki J. T., Rationale for Mu-synthesis Control of Flexible Rotor-Magnetic Bearings System, *Acta Mechanica et Automatica*, Vol. 2, No. 2, pp. 67-74, Bialystok, 2008.
- [10] Zhou K., Doyle J. C., *Essentials of Robust Control*, Prentice Hall, 1997.