

# Modelowanie charakterystyk magnesowania stali konstrukcyjnych

Dorota Jackiewicz\*, Roman Szewczyk\*\*, Jacek Salach\*

\*Instytut Metrologii i Inżynierii Biomedycznej Politechniki Warszawskiej,

\*\*Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów, PIAP

**Streszczenie:** W referacie omówiono możliwości wykorzystania rozszerzonego modelu Jilesa-Athertona do opisu charakterystyk magnesowania stali konstrukcyjnej ST3, z uwzględnieniem pierwotnych krzywych magnesowania. Zgodność wyników modelowania z charakterystykami uzyskanymi eksperymentalnie potwierdza wysoka wartość współczynnika determinacji Pearsona  $R^2$ . Przedstawione wyniki modelowania charakterystyk magnesowania stanowią podstawę do opisu wpływu procesów zmęzeniowych na charakterystyki magnesowania w stali konstrukcyjnej. Umożliwi to ocenę stanu zużycia zmęczeniowego elementów stalowych poprzez pomiar ich charakterystyk magnetycznych.

**Słowa kluczowe:** badania nieniszczące, stal konstrukcyjna, modelowanie charakterystyk magnesowania

## 1. Wprowadzenie

Metoda magnetyczna jest szeroko stosowana w badaniach nieniszczących ferromagnetycznych elementów konstrukcyjnych [1]. Jej główną zaletą jest możliwość badania zarówno warstwy wierzchniej materiału [2] jak i pomiaru stanu przekroju elementu [3], także z wykorzystaniem metod tomograficznych [4].

Istotną niedogodnością metody magnetycznej jest ograniczenie jedynie do pomiarów porównawczych, w których elementem odniesienia jest element niezawierający nieciągłości lub uszkodzeń struktury. Dlatego od wielu lat trwają prace zmierzające do zbudowania modelu procesu magnesowania materiału (z uwzględnieniem wpływu naprężeń mechanicznych lub uszkodzeń zmęczeniowych), który umożliwi uogólniony opis zmian charakterystyk magnesowania jedynie w zależności od typu materiału konstrukcyjnego, a nie kształtu i specyfiki badanego elementu.

Spośród licznych modeli procesu magnesowania materiałów ferromagnetycznych [5] do wykorzystania w badaniach nieniszczących wydaje się być najbardziej przydatnym model Jilesa-Athertona [6]. Model ten uwzględnia fizyczny aspekt procesów magnesowania materiału [5], a nie tylko matematycznie odtwarza kształt pętli histerezy magnetycznej. Z tego powodu w literaturze opisano próby wykorzystania modelu Jilesa-Athertona do oceny stanu naprężeń w ferromagnetycznych materiałach konstrukcyjnych [7].

Jednak możliwość zastosowania oryginalnego modelu Jilesa-Athertona do oceny stanu naprężeń w materiale jest

dość ograniczona. Wynika to z faktu, że dla jednego zestawu parametrów modelu, oryginalny model Jilesa-Athertona umożliwia uzyskanie zgodności z wynikami eksperymentalnymi jedynie dla magnetycznej pętli histerezy uzyskanej przy określonej wartości amplitudy pola magnesującego [8].

Przedstawiona w referacie i zweryfikowana eksperymentalnie propozycja rozszerzenia modelu Jilesa-Athertona umożliwia pokonanie tego ograniczenia. Dlatego może otworzyć zupełnie nowe możliwości wykorzystania modelu Jilesa-Athertona do magnetycznych badań nieniszczących ferromagnetycznych elementów konstrukcyjnych.

## 2. Rozszerzony model Jilesa-Sabluka

Założenia modelu Jilesa-Athertona-Sabluka (przedstawiono szczegółowo w [9]) są oparte na analizie potencjałów termodynamicznych materiału magnetycznie miękkiego. Z fizycznego punktu widzenia potencjały te opisują przemiany termodynamiczne i dane są zależnościami:

$$A = G + \mu_0 \cdot H \cdot M \quad (1)$$

$$G = U - T \cdot S + \frac{3}{2} \sigma \cdot \lambda \quad (2)$$

$$U = \frac{1}{2} \alpha \cdot \mu_0 \cdot M^2 \quad (3)$$

w których oznaczono przez  $A$  energię swobodną Helmholtza, czyli część energii wewnętrznej materiału, która może być w danym procesie termodynamicznym uwolniona na zewnątrz układu. Energia swobodna Gibbsa (zwana także entalpią swobodną)  $G$  jest maksymalną pracą nieobjętościową, którą może wykonać materiał przy przemianie izotermicznej. Natomiast energia wewnętrzna materiału  $U$  to suma energii oddziaływań międzycząsteczkowych i wewnątrz cząsteczkowych układu,  $S$  to entropia materiału, opisująca część energii swobodnej materiału, która nie może być oddana na zewnątrz jako praca. Ponadto w równaniach potencjałów termodynamicznych przez  $M$  oznaczona jest magnetyzacja materiału,  $H$  to zewnętrzne pole magnesujące,  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  H/m to przenikalność magnetyczna próżni (stała magnetyczna),  $T$  – temperatura materiału (w kelwinach),  $\sigma$  – naprężenia w materiale, zaś  $\lambda$  – wartość odkształcenia magnetostrykcyjnego. Współ-

czynnik  $\alpha$  opisuje wartość sprzężenia międzydomenowego zgodnie z modelem Blocha [5].

Wartość efektywnego pola magnesującego  $H_e$  oddziałującego na poszczególne domeny w materiale ferromagnetycznym, który ma kluczowe znaczenie z punktu widzenia budowy modelu Jilesa-Athertona-Sablaka, można wyznaczyć bezpośrednio z równań potencjałów termodynamicznych [10]:

$$H_e = \frac{1}{\mu_0} \left( \frac{\partial A}{\partial M} \right)_T = H + \alpha \cdot M + \frac{3}{2} \sigma \cdot \left( \frac{\partial \lambda}{\partial M} \right)_T \quad (4)$$

W modelu Jilesa-Athertona magnetyzacja nieodwracalna  $M_{irr}$  opisuje składową magnetyzacji materiału związaną z ruchem ścian domenowych w magnetyku. Po zniesieniu pola magnesującego  $H$  ściany domenowe nie wracają samoistnie do poprzedniego położenia ze względu na obecność punktów zaczepienia ścian domenowych, będących na przykład dyslokacjami czy granicami ziaren w materiałach polikrystalicznych. Magnetyzacja nieodwracalna  $M_{irr}$  dana jest równaniem różniczkowym [5]:

$$\frac{dM_{irr}}{dH_e} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k \cdot \delta} \quad (5)$$

przy czym parametr  $\delta = +1$  dla  $\frac{dH}{dt} \geq 0$ , oraz  $\delta = -1$  dla  $\frac{dH}{dt} < 0$  [5].

Parametr  $k$  w zależności (5) opisuje średnią energię konieczną do przesunięcia ściany domenowej przez punkt zaczepienia i opisany jest zależnością [5]:

$$k = \frac{\langle p \rangle \langle \varepsilon_\pi \rangle}{2m_d \mu_0 (1 - c)} \quad (6)$$

przy czym  $\langle p \rangle$  jest średnią gęstością punktów zaczepienia,  $\langle \varepsilon_\pi \rangle$  jest średnią energią stuosiemdziesięciostopniowych ścian domenowych, zaś  $c$  - współczynnikiem odwracalności procesu magnesowania [5].

W oryginalnym modelu Jilesa-Athertona-Sablaka przyjmuje się, że parametry modelu są stałe w całym zakresie pól magnesujących  $H$ . Założenie to znacznie upraszcza obliczenia modelu, jednak jest wątpliwe z fizycznego punktu widzenia [5].

Jednak znane z literatury rozwinięcie modelu Jilesa-Athertona-Sablaka w odniesieniu do materiałów izotropowych, w którym wybrane parametry modelu ulegają zmianie w funkcji pola magnesującego [8, 11], nie mają fizycznego uzasadnienia. Opis zmian parametru  $k$  powinien być powiązany ze stanem fizycznym materiału, gdyż ten stan opisuje wartość magnetyzacji materiału  $M$ , a nie wartość pola magnesującego  $H$ .

Zaproponowany nowy opis przebiegu zmian parametru  $k$  w funkcji magnetyzacji materiału  $M$  został podany poniżej (7). Zależność ta oddaje charakter zmian parametru  $k$  wynikających ze zmiany średniej energii koniecznej do pokonania zaczepu ściany domenowej [8].

$$k(|M|/M_s) = g_0 + \frac{e^{g_2 \cdot (1-|M|/M_s)} - 1}{e^{g_2} - 1} \cdot (g_1 - g_0) \quad (7)$$

W zależności tej zmiany parametru  $k(|M|/M_s)$  opisane są jako funkcja wektora trzech nowych parametrów:  $g_0$  - określa wartość  $k$  w stanie remanencji,  $g_1$  - określa wartość  $k$  w stanie nasycenia magnetycznego, zaś  $g_2$  - jest współczynnikiem kształtu przebiegu funkcji  $k(|M|/M_s)$ . Dla dodatnich wartości  $g_2$  przebieg funkcji  $k(|M|/M_s)$  jest wypukły do góry, zaś dla ujemnych - wypukły do dołu.

W niektórych publikacjach [12] zależność 5 modelu Jilesa-Athertona-Sablaka podawana jest w postaci częściowo rozwiązanej. Takie rozwiązanie jest jednak poprawne jedynie wtedy, gdy parametry modelu są wartościami stałymi. Natomiast, jeśli parametry modelu opisane są w funkcji zmian magnetyzacji  $M$ , w trakcie obliczeń konieczne jest uwzględnienie pochodnych cząstkowych. W praktyce charakterystyki materiałów magnetycznie miękkich powinny być w takim przypadku wyznaczane metodami numerycznymi [13].

### 3. Badania eksperymentalne

Pomiary eksperymentalne charakterystyk magnesowania rdzenia pierścieniowego ze stali *ST3* zrealizowano z wykorzystaniem histerezografu magnetycznego HBP2.0. Badany rdzeń miał średnicę zewnętrzną 30,9 mm, średnicę wewnętrzną 44,9 mm oraz wysokość 9,55 mm. Pomiary zrealizowano dla prędkości narastania pola magnesującego  $H$  wynoszącej 150 A/m/s. Pętle histerezy wyznaczono dla narastających wartości amplitudy natężenia pola magnetycznego w zakresie od 20 do 1142 A/m, z uwzględnieniem pierwotnej krzywej magnesowania.

Pomiędzy pomiarami pętli histerezy magnetycznej rdzeń rozmagnesowywano elektrycznie przebiegiem sinusoidalnym o wykładniczo malejącej amplitudzie. Częstotliwość przebiegu rozmagnesowującego wynosiła 10 Hz, jego amplituda początkowa 1142 A/m, zaś stosunek kolejnych amplitud wynosił 1,03.

### 4. Wyniki modelowania

Jednym z ograniczeń oryginalnego modelu Jilesa-Athertona jest brak jednoznacznych wytycznych odnośnie wyznaczenia parametrów modelu na bazie wyników eksperymentalnych. Z tego względu parametry modelu wyznacza się na drodze optymalizacji wieloparametrycznej, w której funkcja celu dana jest zależnością:

$$F = \sum_{i=1}^n (B_{J-A-S}(H_i) - B_{pom}(H_i))^2 \quad (8)$$

w której dla  $n$  punktów pomiarowych  $B_{J-A-S}(H_i)$  to wyniki modelowania, zaś  $B_{pom}(H_i)$  to wyniki pomiarów eksperymentalnych uzyskanych w polu magnesującym  $H_i$ .

Ponieważ w przebiegu funkcji celu  $F$  pojawiają się minima lokalne, do jej minimalizacji zastosowano strategię ewolucyjną ( $\mu+\lambda$ ) połączoną z symulowanym wyżarzaniem [14].

Dodatkowo w odniesieniu do 20 najlepszych zestawów parametrów modelu Jilesa-Athertona uzyskanych za pomocą strategii ewolucyjnej, zastosowano optymalizację gradientową [15].

Uzyskane parametry modelu Jilesa-Athertona uzyskane dla stali ST3 zebrano w tabeli 1. Należy podkreślić, że proces optymalizacji zrealizowano jednocześnie dla trzech pętli histerezy magnetycznej  $B(H)$ . Umożliwiło to uwzględnienie dwóch najważniejszych mechanizmów magnesowania rdzenia ze stali ST3: wyginania się ścian domenowych i przemieszczania się ich punktów zaczepienia (np. dyslokacji lub granic ziaren w materiale).

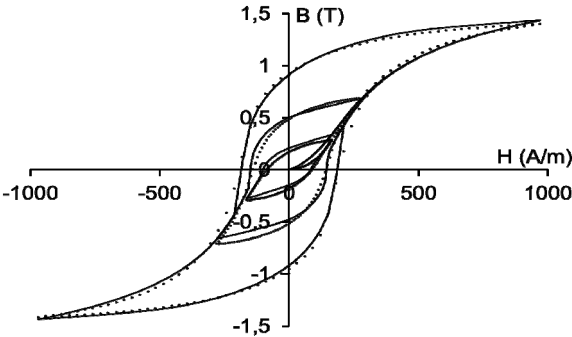
Tab. 1. Parametry modelu Jilesa-Athertona uzyskane na drodze optymalizacji

Tab. 1. Jiles-Atherton model parameters after optimisation

| Parametr | Wartość       |
|----------|---------------|
| $a$      | 819 A/m       |
| $g_0$    | 404 A/m       |
| $g_1$    | 216 A/m       |
| $g_2$    | 13,9          |
| $c$      | 0,491         |
| $M_s$    | 1 788 100 A/m |
| $\alpha$ | 0,00131       |

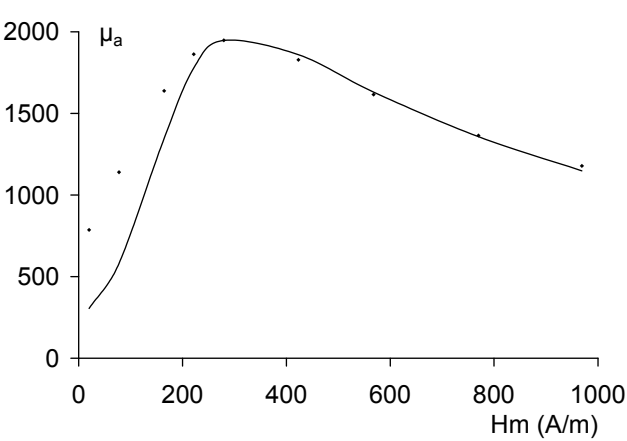
Uzyskane parametry  $g_0$ ,  $g_1$  i  $g_2$  wskazują, że wartość parametru  $k$  w modelu Jilesa-Athertona szybko maleje w funkcji unormowanej wartości magnetyzacji  $M$ . Uzyskane parametry są zgodne z wynikami pomiarów fizycznych dla stali. W szczególności wartość magnetyzacji nasycenia  $M_s$  wynosząca 1 788 100 A/m jest zbliżona do typowych wartości dla stali niskowęglowej [16].

Na poniższym rys. 1 przedstawiono wyniki eksperymentalne pomiaru pętli  $B(H)$  (oznaczone  $\bullet$ ) oraz wyniki modelowania (oznaczone  $—$ ) uzyskane dla wyznaczonych parametrów modelu Jilesa-Athertona zamieszczonych w tabeli 1. Natomiast na rys. 2 podano przebieg zmian amplitudowej przenikalności magnetycznej  $\mu_a$  uzyskanej zarówno w wyniku pomiarów jak i modelowania.



Rys. 1. Wyniki pomiarów doświadczalnych ( $\bullet$ ) oraz wyniki modelowania ( $—$ ) quasistatycznej pętli histerezy magnetycznej  $B(H)$  stali ST3

Fig. 1. Results of the experiment ( $\bullet$ ) and results of modelling ( $—$ ) quasistatic magnetic hysteresis loop  $B(H)$  for steel ST3



Rys. 2. Wyniki pomiarów doświadczalnych ( $\bullet$ ) oraz wyniki modelowania ( $—$ ) zależności amplitudowej przenikalności magnetycznej  $\mu_a$  od amplitudy natężenia pola magnetycznego  $H$  dla stali ST3

Fig. 2. Results of the experiment ( $\bullet$ ) and results of modelling ( $—$ ) dependence of amplitudal magnetic permeability  $\mu_a$  on amplitude of magnetic field  $H$  for steel ST3

Na szczególną uwagę zasługuje wysoka zgodność wyników modelowania z wynikami pomiarowymi. W szczególności współczynnik determinacji  $R^2$ , opisujący udział zmienności opisanej przez model w całkowitej zmienności, wyników pomiarów przekracza 99 % dla wszystkich pętli histerezy magnetycznej.

Wyniki modelowania zmian przenikalności amplitudowej stali ST3 w funkcji amplitudy natężenia pola magnesującego, podane na rys. 2, także wykazują wysoką zgodność z wynikami eksperymentalnymi. Należy podkreślić zgodność kształtu przebiegu zależności  $\mu_a(H)$  dla wyników modelowania i wyników pomiarów, co ma szczególne znaczenie z technicznego punktu widzenia.

5. Podsumowanie

Przedstawiony w referacie, rozszerzony model Jilesa-Athertona umożliwia modelowanie charakterystyk magnesowania stali ST3 w szerokim zakresie amplitudy pola magnesującego. Wysoka zgodność wyników modelowania z pomiarami doświadczalnymi została potwierdzona ilościowo za pomocą współczynnika determinacji  $R^2$ . Współczynnik ten przekracza 99 % dla każdej z pętli histerezy magnetycznej  $B(H)$  w zakresie amplitudy natężenia pola magnesującego do 1000 A/m.

Przedstawiona metodyka modelowania charakterystyk magnesowania  $B(H)$ , której poprawność została potwierdzona uzyskanymi wynikami modelowania, będzie szczególnie przydatna przy rozwijaniu metod oceny stanu naprężeń w materiale, poprzez pomiary pętli histerezy magnetycznej. Powiązanie zmian pętli histerezy magnetycznej ze stanem naprężeń w materiale było już prezentowane w literaturze [17, 18]. Główną barierą w zastosowaniu technicznym tego powiązania były ograniczone możliwości modelowania pętli histerezy magnetycznej w odniesieniu do stali konstrukcyjnych, takich jak stal ST3.

## Bibliografia

1. A. Lewińska-Romicka, *Badania materiałów metodą prądów wirowych*. Biuro Gamma, Warszawa 2007.
2. A. Lewińska-Romicka, *Badania nieniszczące. Podstawy defektoskopii*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2001.
3. Z. Liu, W. Wenqi, *New method to correct eddy current in magnetic focusing-deflection system*. Micro-electronic Engineering Volume: 78-79, 2005, 34-38.
4. M. Nikolova, A. Mohammad-Djafari, *Eddy current tomography using a binary Markov model*. NDT & E International Volume: 30, Issue: 3, 1997, 171.
5. F. Liorzou, B. Phelps, D. L. Atherton, *Macroscopic models of magnetization*. IEEE Trans. Magn. 36 (418), 2000.
6. D. C. Jiles, D. Atherton, *Theory of ferromagnetic hysteresis* J. Magn. Magn. Mater 61 (48), 1986.
7. B. Augustyniak, *Zjawiska magnetoelastyczne i ich wykorzystanie w nieniszczących badaniach materiałów*. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2003.
8. R. Szewczyk, *Modele charakterystyk materiałów magnetycznie miękkich stosowanych w budownictwie czujników*. Zeszyt "Mechanika" nr 224, 2009.
9. M. J. Sablik, G. L. Burkhardt, H. Kwun, D. C. Jiles, *A model for the effect of stress on the low-frequency harmonic content of the magnetic induction in ferromagnetic materials*. J. Appl. Phys. 63 (3930), 1988.
10. M. J. Sablik, H. Kwun, G. L. Burkhardt, D. C. Jiles, *Model for the effect of ten-sile and compressive stress on ferromagnetic hysteresis*. J. Appl. Phys. 61 (3799), 1987.
11. D. Lederer, H. Igarashit, A. Kost, T. Honma, *On the parameter identification and application of the Jiles-Atherton hysteresis model for numerical modelling of measured characteristics*. IEEE Trans. Magn. 35 (1211), 1999.
12. K. Chwastek, J. Szczygłowski, *Identification of a hysteresis model parameters with genetic algorithms*. Mathematics and Computers in Simulation 71 (206), 2006.
13. W. Press, S. Teukolsky, W. Vetterling, B. Flannery, *Numerical recipes in C, the art of scientific computing*. Cambridge University Press, 1992.
14. Schwefel H. P. „Evolution and optimum seeking” Wiley 1995.
15. H. P. Schwefel, *Numerical optimalization of numerical models*. Wiley, 1981.
16. R. O’Handley, *Modern magnetic materials – principles and applications*. John Wiley & sons, 2000.
17. M. J. Sablik, H. Kwun, G. L. Burkhardt, D. C. Jiles, *Model for the effect of ten-sile and compressive stress on ferromagnetic hysteresis*. J. Appl. Phys. 61 (3799), 1987.
18. R. Szewczyk, *Extension for the model of the magnetic characteristics of anisotropic metallic glasses*. Journal of Physics D – Applied Physics 40 (4109), 2007.

## Modelling the magnetic characteristics of construction steels

**Abstract:** Paper present the possibility of use Jiles-Atherton extended model to describe magnetic characteristics of construction steel ST3. It was considered not only hysteresis loop but also the initial magnetization curve. The obtained modelling results are in good agreement with the experimental characteristics. This agreement is confirmed by high value of the  $R^2$  determination coefficient. Presented modelling results of the magnetic characteristics could be used to describe and predict the influence of fatigue process on magnetic characteristics. This enables estimation of fatigue state of steel elements, on the base of its magnetic characteristics measurement.

**Keywords:** construction steel, magnetic characteristics modelling, nondestructive testing

### mgr inż. Dorota Jackiewicz

Od października 2011 r. doktorantka w Instytucie Metrologii i Inżynierii Biomedycznej Politechniki Warszawskiej. W pracy naukowej zajmuje się modelowaniem zjawisk magnetomechanicznych.

e-mail:

[d.jackiewicz@mchtr.pw.edu.pl](mailto:d.jackiewicz@mchtr.pw.edu.pl)



### prof. nzw. dr. hab. inż. Roman Szewczyk

Od 2000 r. pracownik Przemysłowego Instytutu Automatyki i Pomiarów oraz Instytutu Metrologii i Inżynierii Biomedycznej Politechniki Warszawskiej. Zaangażowany w prace związane z modelowaniem zjawisk magnetomechanicznych, opracowaniem sensorów mechatronicznych, mierznictwem elektrycznym oraz prognozowaniem rozwoju technologii (technological foresight).

e-mail: [rszewczyk@piap.pl](mailto:rszewczyk@piap.pl)



### dr inż. Jacek Salach

Od 2005 r. pracownik Instytutu Metrologii i Inżynierii Biomedycznej Politechniki Warszawskiej. Zaangażowany w prace związane z badaniem zjawisk magnetomechanicznych oraz opracowaniem sensorów i aktuatorów mechatronicznych, mierznictwem elektrycznym.

e-mail: [j.salach@mchtr.pw.edu.pl](mailto:j.salach@mchtr.pw.edu.pl)

