

dr inż. Andrzej Sobolewski
 dr inż. Andrzej Ruszewski
 Politechnika Białostocka, Wydział Elektryczny

REALIZACJA PRAKTYCZNA REGULATORA NIECAŁKOWITEGO RZĘDU

W pracy przedstawiono praktyczną realizację regulatora niecałkowitego rzędu w sterowniku sbRIO-9631 National Instruments programowanym w środowisku LabVIEW. Obiektem regulacji jest model zespołu silnik-generator z silnikiem prądu stałego. Wielkością regulowaną jest prędkość obrotowa wału silnika.

PRACTICAL REALIZATION OF FRACTIONAL-ORDER CONTROLLER

The paper presents the realization of fractional-order controller implemented in sbRIO-9631 controller National Instruments programmed in LabVIEW. As the controlled system is used DC motor-generator plant model. The controlled variable is rotor's speed.

1. WSTĘP

W ostatnich latach obserwuje się wzrost zainteresowania układami dynamicznymi opisanymi równaniami różniczkowo-całkowymi niecałkowitego rzędu, np. [4, 6, 8, 10]. Regulator PID niecałkowitego rzędu, określony jako $PI^{\lambda}D^{\mu}$, został zaproponowany w pracach [13, 14].

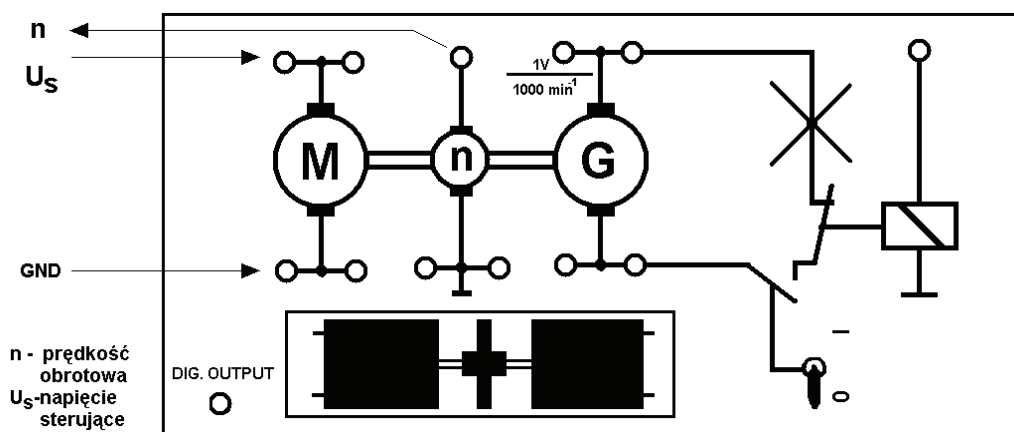
W regulatorze tym rząd całkowania λ oraz różniczkowania μ są w ogólnym przypadku dowolnymi nieujemnymi liczbami rzeczywistymi. Problem doboru nastaw regulatorów niecałkowitego rzędu rozpatrywany był między innymi w pracach [5, 7, 9, 22]. Wskazano tam, że zastosowanie regulatora ułamkowego $PI^{\lambda}D^{\mu}$ o pięciu stopniach swobody poprawia wskaźniki jakości regulacji.

W celu realizacji technicznej regulatora PID niecałkowitego rzędu najpierw dokonuje się aproksymacji transmitancji opisującej regulator za pomocą funkcji wymiernych, a następnie wyznacza się realizację wymiernej transmitancji aproksymującej. Metody wyznaczania aproksymacji transmitancji niecałkowitego rzędu opisane są w pracach [10–12, 18–21]. Najczęściej jest to postać kanoniczna filtru cyfrowego o nieskończonej odpowiedzi impulsowej (*IIR filter – Infinite Impulse Response*). Taki algorytm sterowania może być bezpośrednio zaimplementowany w mikroprocesorze lub sterowniku programowalnym [11, 12].

W niniejszej pracy zostanie przedstawiona praktyczna realizacja regulatora PID niecałkowitego rzędu w sterowniku sbRIO-9631 firmy National Instruments programowanym w środowisku LabVIEW. Sterownik zostanie wykorzystany do automatycznego sterowania prędkością obrotową wału silnika prądu stałego.

2. OBIEKTU REGULACJI – SILNIKA PRĄDU STAŁEGO

Obiektem regulacji jest model zespołu silnik-generator z silnikiem prądu stałego, którego schemat ideowy przedstawiono na rys. 1. Wielkością regulowaną jest prędkość obrotowa wału silnika. Zespół tworzy sprzężony mechanicznie układ silnik-generator zbudowany z dwu jednakowych minisilników prądu stałego zasilanych napięciem do 12 V i prądzie znamionowym 0,35 A. Prędkość obrotowa zmienia się w zakresie od 0 do 6000 obr/min. Pomiar prędkości obrotowej odbywa się za pomocą układu transoptora i układu elektronicznego transformującego liczbę impulsów na napięcie. Zmiana potencjału na wyjściu o 1 V odpowiada zmianie prędkości obrotowej układu silnik-generator o 1000 obr/min.

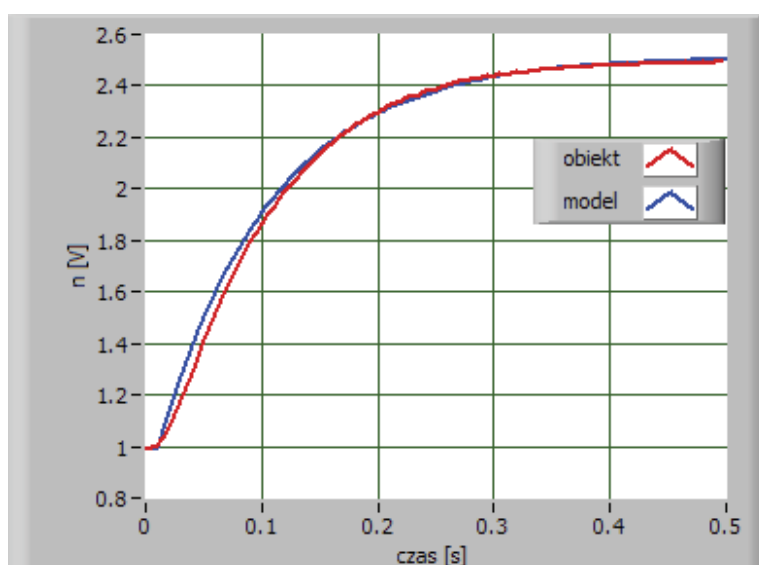


Rys. 1. Schemat ideowy obiektu regulacji

W celu identyfikacji wartości parametrów modelu wykonano skokową zmianę napięcia sterującego U_s z wartości początkowej 5 V do wartości 8 V i zarejestrowano zmianę napięcia wyjściowego n obiektu przy czasie próbkowania 0,005 s. Na rys. 1 pokazano odpowiedź skokową obiektu. Z rysunku wynika, że rzeczywisty obiekt można opisać modelem o transmitancji operatorowej

$$G(s) = \frac{Ke^{-sh}}{1 + s\tau}, \quad h \geq 0, \quad K > 0, \quad (1)$$

gdzie K jest wzmocnieniem, τ stałą czasową, a h opóźnieniem obiektu. Otrzymaną eksperymentalnie charakterystykę skokową obiektu regulacji przybliżono charakterystyką skokową modelu (1) przy $K = 0,59$, $\tau = 0,097$, $h = 0,01$. Charakterystykę modelu (1) dla podanych wartości parametrów pokazano na rys. 2.



Rys. 2. Charakterystyki skokowe obiektu rzeczywistego i jego modelu

3. REGULATOR PID NIECAŁKOWITEGO RZĘDU

Regulator PID niecałkowitego rzędu został zaproponowany w pracach [13, 14] jako uogólnienie klasycznego regulatora PID [2, 15, 17]. Regulator ten zawiera integrator niecałkowitego rzędu λ i człon różniczkujący niecałkowitego rzędu μ . Transmittancja operatorowa regulatora $PI^{\lambda}D^{\mu}$ ma postać

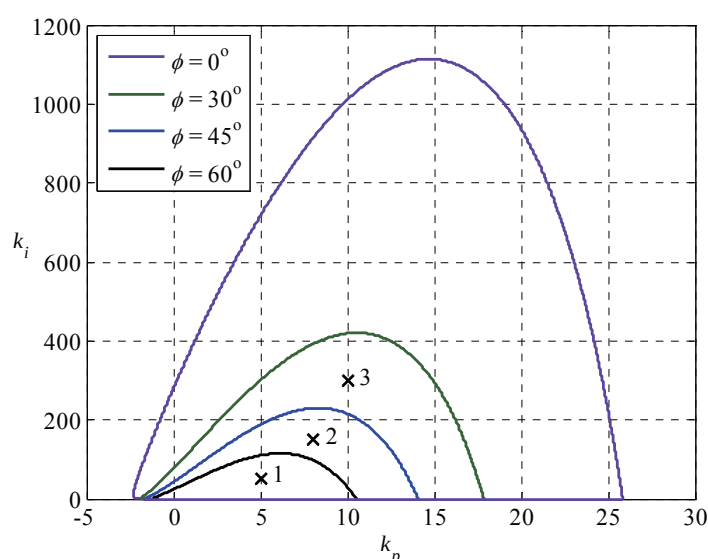
$$C(s) = k_p + k_i s^{-\lambda} + k_d s^{\mu}, \quad \lambda > 0, \quad \mu > 0, \quad (2)$$

gdzie k_p , k_i i k_d są to współczynniki wzmocnień części proporcjonalnej, całkującej oraz różniczkującej, odpowiednio, zaś λ oraz μ są to liczby rzeczywiste będące niecałkowitymi rzędami całkowania oraz różniczkowania. Zauważmy, że w przypadku szczególnym (z całkowitymi wartościami rzędów $\lambda = 1$ i $\mu = 1$) transmittancja (2) opisuje klasyczny regulator PID.

3.1. Synteza parametryczna regulatora

W pracy [16] podano analityczno-komputerową metodę wyznaczania obszarów stabilności w przestrzeni parametrów regulatora $PI^{\lambda}D^{\mu}$. Podano opisy parametryczne granic obszarów stabilności (granic zer rzeczywistych i zer zespolonych). Dowolny punkt z wyznaczonego obszaru odpowiada takim wartościom parametrów regulatora, dla których układ regulacji charakteryzuje się zadaniem zapasem stabilności modułu i fazy ϕ . W pracy [16] rozpatrywano był model obiektu w postaci członu inercyjnego ułamkowego rzędu z opóźnieniem. Transmittancja operatorowa (1) jest przypadkiem szczególnym (całkowity rząd członu inercyjnego) modelu obiektu rozpatrywanego w pracy [16].

Dla wartości parametrów transmittancji (1) uzyskanych w wyniku identyfikacji wyznaczono obszary stabilności dla kilku wartości ϕ przy $k_d = 0,5$, $\mu = 0,2$, $\lambda = 1$. Obszary te pokazano na rys. 3. Wybierając punkt z obszaru ograniczonego linią krzywą wyznaczoną dla zadanej wartości ϕ i linią prostą $k_i = 0$ (granica zer rzeczywistych) otrzymamy wartości nastaw regulatora, przy których układ regulacji ma zapas stabilności fazy większy niż wartość ϕ przyjęta do wyznaczenia granicy zer zespolonych.



Rys. 3. Obszary stabilności wyznaczone przy $k_d = 0,5$, $\mu = 0,2$, $\lambda = 1$ dla kilku wartości ϕ (regulator $PI^{0.2}$)

Na rys. 3 oznaczono znakami $\times$ trzy przykładowe punkty, którym odpowiadają wartości nastaw regulatora k_p , k_i . Obliczone zapasy stabilności modułu i fazy układu regulacji dla określonych wartości parametrów regulatora zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Zapasy modułu i fazy

Punkt	Nastawy regulatora PID ^{0.2}	Zapas modułu A [dB]	Zapas fazy ϕ [°]
1	$k_p = 5, k_i = 50, k_d = 0.5$	12,68 75,51	
2	$k_p = 8, k_i = 150, k_d = 0.5$	8,92 53,92	
3	$k_p = 10, k_i = 300, k_d = 0.5$	6,72 38,48	

3.2. Realizacja praktyczna regulatora

Transmitancja (2) układu niecałkowitego rzędu jest funkcją niewymierną zmiennej s [4], dlatego nie jest możliwa fizyczna dokładna realizacja całkowania oraz różniczkowania niecałkowitego rzędu. W celu realizacji technicznej transmitancji operatorowej (2) najpierw dokonuje się jej aproksymacji za pomocą funkcji wymiernych, a następnie wyznacza się realizację wymiernej transmitancji aproksymującej. Wyznaczona wymierna transmitancja aproksymująca może być transmitancją dyskretną całkowitego rzędu, z której bezpośrednio wynika komputerowa metoda realizacji praktycznej transmitancji (2). Metody wyznaczania aproksymacji transmitancji niecałkowitego rzędu są opisane np. w pracach [10–12, 18–21].

W celu dyskretyzacji operatora niecałkowitego rzędu s^r ($0 < r < 1$) definiuje się nowy operator

$$\left(\omega(z^{-1})\right)^{\pm r} = \left(\frac{1+a}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+az^{-1}}\right)^{\pm r}, \quad (3)$$

gdzie a jest współczynnikiem aproksymacji, T jest okresem impulsowania. Wówczas dyskretna transmitancja regulatora niecałkowitego rzędu (2) ma postać [3, 12]

$$C(z^{-1}) = k_p + k_i \left(\omega(z^{-1})\right)^{-\lambda} + k_d \left(\omega(z^{-1})\right)^{\mu}. \quad (4)$$

Najczęściej przy wyznaczaniu transmitancji wymiernej stosuje się rozwinięcie transmitancji niewymiernej w ułamek łańcuchowy i przyjęcie skończonej liczby elementów tego rozwinięcia np. [1, 11, 12]. Dyskretna transmitancja aproksymująca człon całkujący i różniczkujący niecałkowitego rzędu ma wówczas postać

$$\begin{aligned} \left(\omega(z^{-1})\right)^{\pm r} &\approx \left(\frac{1+a}{T}\right)^{\pm r} \text{CFE} \left\{ \left(\frac{1-z^{-1}}{1+az^{-1}}\right)^{\pm r} \right\}_{p,q} = \\ &= \left(\frac{1+a}{T}\right)^{\pm r} \frac{P(z^{-1})}{Q(z^{-1})} = \left(\frac{1+a}{T}\right)^{\pm r} \frac{p_0 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + \dots + p_m z^{-p}}{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \dots + q_m z^{-q}}, \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie $\text{CFE}\{\bullet\}$ oznacza rozwinięcie transmitancji niewymiernej w ułamek łańcuchowy (ang. *continued fraction expansion*), zaś $P(z^{-1})$ i $Q(z^{-1})$ są wielomianami o odpowiednich rzędach aproksymacji p i q . Zazwyczaj przyjmujemy $p = q$. W zależności od wartości współczynnika a otrzymamy różne metody aproksymacji: $a = 0$ – metoda Eulera, $a = 1/7$ – metoda Al-Alaoui, $a = 1$ – metoda Tustina. Na przykład, jeżeli przyjmujemy rząd aproksymacji $p = q = 1$, to współczynniki wielomianów $P(z^{-1})$ i $Q(z^{-1})$ obliczamy z poniższych zależności

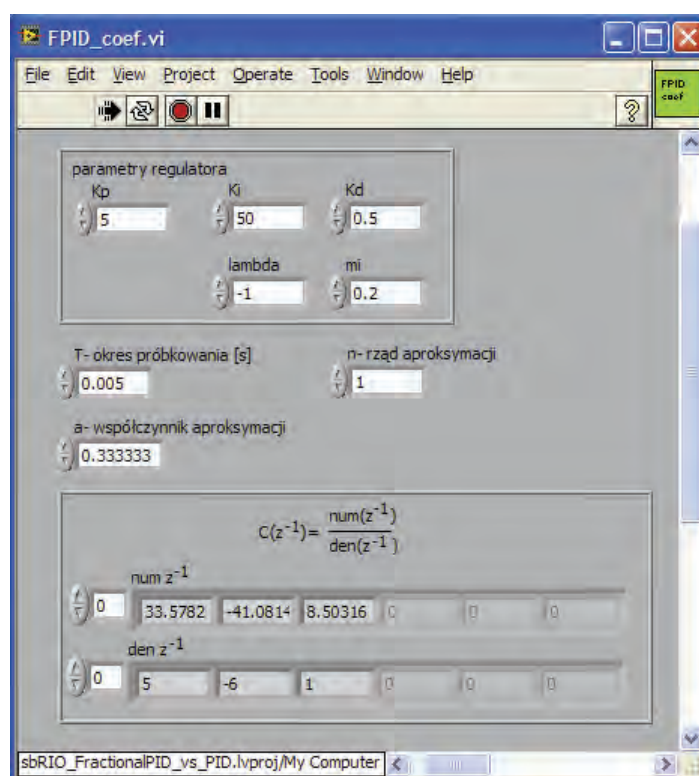
$$p_0 = q_0 = \frac{2}{a+r+ra-1}, \quad p_1 = \frac{a-r-ra-1}{a+r+ra-1}, \quad q_1 = 1. \quad (6)$$

Realizację praktyczną regulatora niecałkowitego rzędu dokonano za pomocą sterownika sbRIO-9631 National Instruments, który jest programowalnym sterownikiem z procesorem Real-Time umożliwiającym realizowanie algorytmów sterowania z precyzyjnie odmierzanym czasem próbkowania.

Płyta główna NI sbRIO-9631 zawiera między innymi:

- procesor czasu rzeczywistego,
- pamięć DRAM,
- matrycę FPGA,
- wejścia / wyjścia cyfrowe i analogowe,
- port RS-232, Ethernet 10/100 Mb/s.

Algorytm sterowania został zrealizowany za pomocą programu napisanego w środowisku LabVIEW, który następnie zaimportowano w sterowniku sbRIO-9631. Za pomocą FPGA skonfigurowano wejścia analogowe do pomiaru napięcia na wyjściu obiektu jak również wyjścia analogowe do sterowania silnikiem Us.



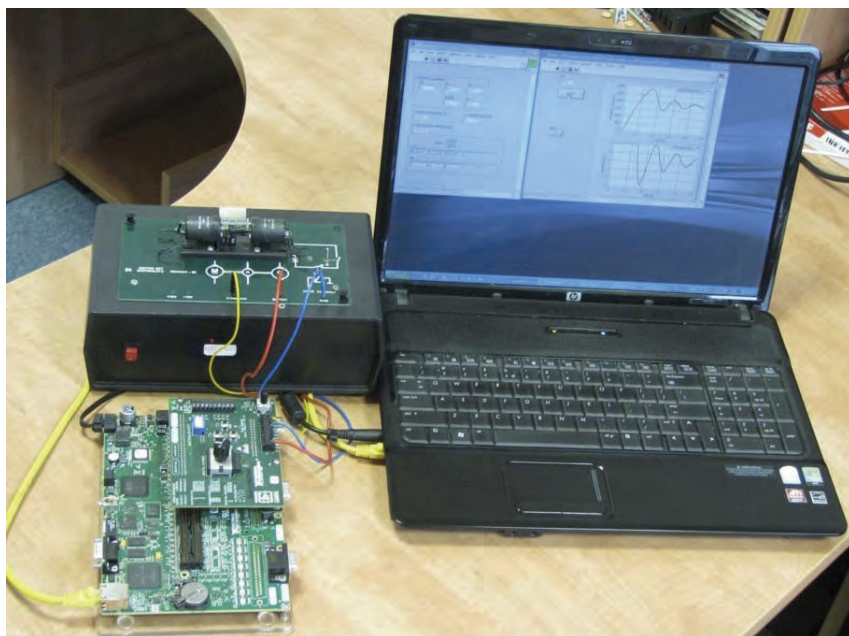
Rys. 4. Okno programu do wprowadzania wartości parametrów regulatora

Jedną z funkcji stworzonej aplikacji jest możliwość wprowadzenia przez użytkownika wartości parametrów regulatora k_p , k_i , k_d , λ , μ oraz parametrów aproksymacji T , n , a . Parametry te są wykorzystywane do wyznaczania wartości współczynników wielomianów licznika i mianownika dyskretnego transmitancji aproksymującej regulator niecałkowitego rzędu (rys. 4). Na przykład dla wartości parametrów regulatora $k_p = 5$, $k_i = 50$, $k_d = 0,5$, $\lambda = 1$, $\mu = 0,2$ oraz $T = 0,005$, $n = 1$, $a = 0,333$ dyskretna transmitancja aproksymująca regulator niecałkowitego rzędu ma postać

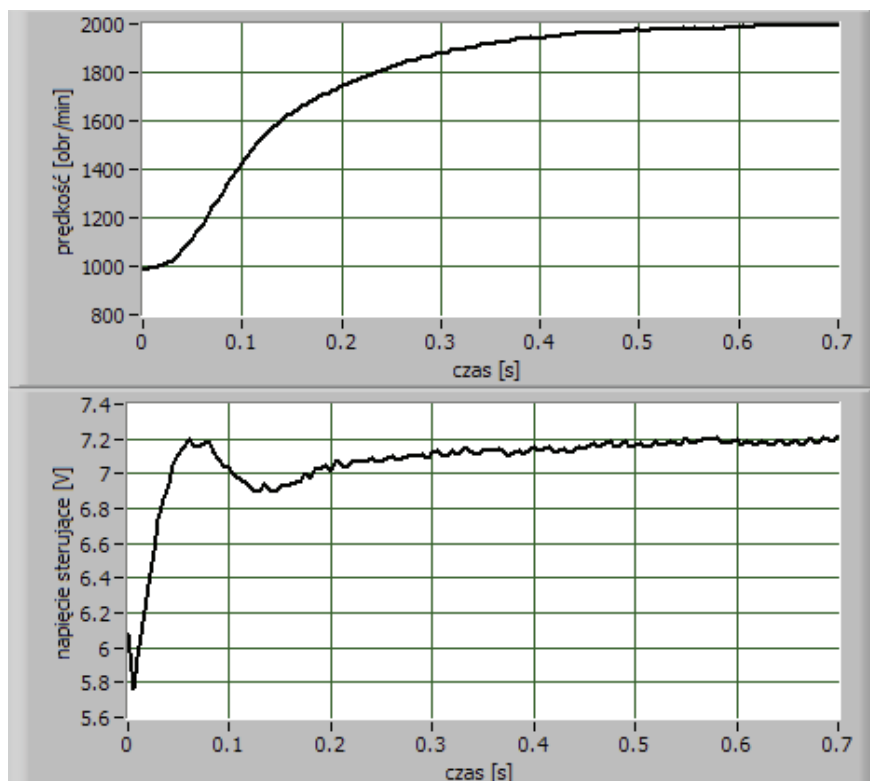
$$C(z^{-1}) = 5 + 50 \frac{0.00375 + 0.00125z^{-1}}{1 - z^{-1}} + 0.5 \frac{15.28 - 7.131z^{-1}}{5 - z^{-1}} = \frac{33.58 - 41.08z^{-1} + 8.503z^{-2}}{5 - 6z^{-1} + z^{-2}}. \quad (7)$$

4. BADANIA EKSPERYMENTALNE

Badania eksperymentalne przeprowadzono na stanowisku badawczym pokazanym na rys. 5. Obiektem regulacji sterowano za pomocą sterownika sbRIO-9631. Przygotowany wcześniej algorytm regulacji wbudowano w system czasu rzeczywistego sterownika, gdzie przeprowadzana była realizacja algorytmu.

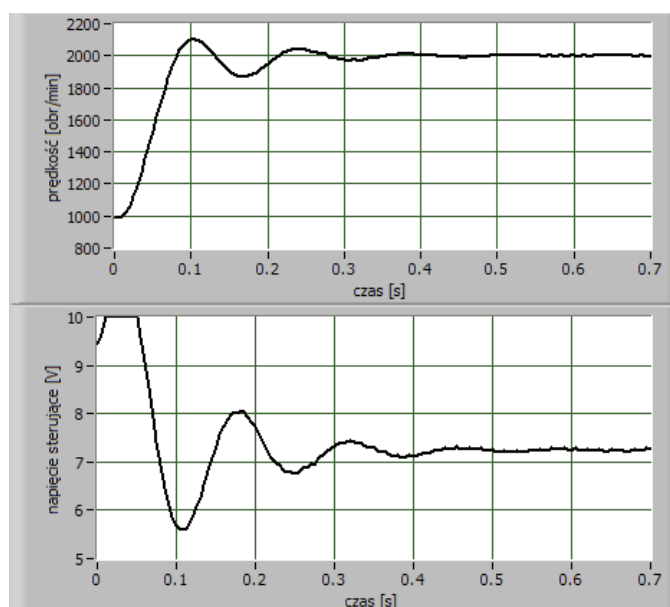


Rys. 5. Stanowisko badawcze

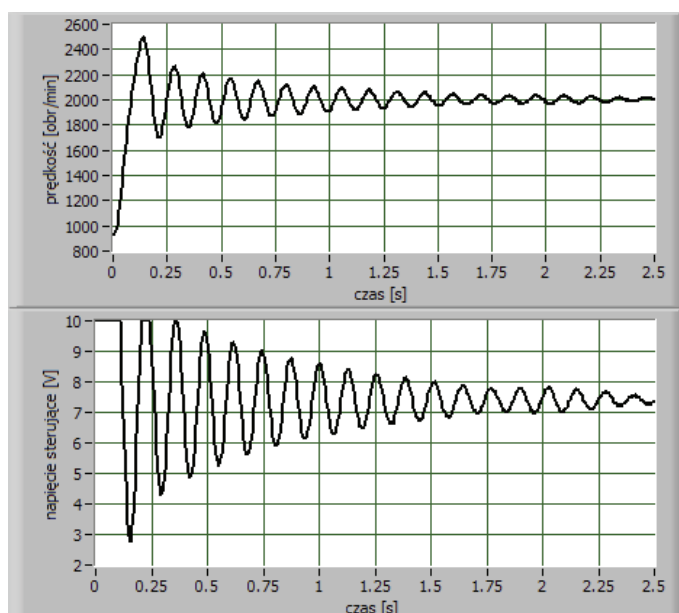


Rys. 6. Odpowiedź układu z parametrami regulatora $k_p = 5$, $k_i = 50$, $k_d = 0,5$, $\lambda = 1$, $\mu = 0,2$

Warunki eksperymentów pozwalają na zbadanie zachowania się obiektu w czasie regulacji automatycznej prędkości obrotowej przy jej zmianie z 1000 obr/min na 2000 obr/min. Odpowiedzi obiektu rejestrowano z czasem próbkowania 5 ms. Otrzymane charakterystyki prędkości obrotowej i napięcia sterującego przedstawione są na rys. 6, 7 i 8. Parametry regulatora wybrano zgodnie z wartościami zawartym i w tabeli 1 zapewniającymi określone wartości zapasów stabilności modułu i fazy. Na rys. 6 przedstawiono charakterystykę prędkości obrotowej i napięcia sterującego dla wartości parametrów regulatora zapewniających zapas modułu 12,68 dB i zapas fazy 75,51° (punkt 1). Z rysunku wynika, że przebieg wielkości regulowanej ma charakter aperiodyczny, zaś sygnał sterujący nie wchodzi w nasycenie. Natomiast przebiegi wielkości regulowanej wyznaczone dla punktów 2 i 3 pokazane na rys. 7 i 8, odpowiednio, mają charakter periodyczny (oscylacyjny). Dla większych wartości zapasów modułu i fazy występuje mniejsze przeregulowanie oraz krótszy czas regulacji. Należy zwrócić uwagę, że sygnał sterujący w tych przypadkach w początkowej fazie wchodzi w nasycenie.



Rys. 7. Odpowiedź układu z parametrami regulatora $k_p = 8$, $k_i = 150$, $k_d = 0,5$, $\lambda = 1$, $\mu = 0,2$



Rys. 8. Odpowiedź układu z parametrami regulatora $k_p = 10$, $k_i = 300$, $k_d = 0,5$, $\lambda = 1$, $\mu = 0,2$

5. UWAGI KOŃCOWE

W pracy przedstawiono sposób praktycznej realizacji regulatora niecałkowitego rzędu w sterowniku programowalnym sbRIO-9631 programowanym w środowisku LabVIEW. W oparciu o prace [11, 12] podano metodę wyznaczania dyskretnej transformacji aproksymującej regulator niecałkowitego rzędu, którą następnie zaimplementowano w sterowniku sbRIO-9631. Dokonano weryfikacji działania sterownika w rzeczywistym układzie regulacji prędkości obrotowej wału silnika prądu stałego. Otrzymane wyniki badań eksperymentalnych pokazują, że środowisko programistyczne LabVIEW oraz sprzęt firmy National Instruments są efektywnym narzędziem do realizacji nowoczesnych algorytmów sterowania.

Syntezę parametryczną regulatora niecałkowitego rzędu przeprowadzono z wykorzystaniem metody wyznaczania obszarów stabilności dla określonych wartości zapasów modułu i fazy.

Praca naukowa finansowana ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

BIBLIOGRAFIA

1. Al-Alaoui, M. A.: *Filling the gap between the bilinear and the backward difference Transforms: an interactive design approach*, Int. J. Elect. Eng. Edu. 1997, vol. 34, no. 4, pp. 331–337.
2. Astrom K. J., Hagglund T.: *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. 2nd ed. Research Triangle Park, NC: Instrument Society of America, 1995.
3. Biswas A., Das, S., Abraham A., Dasgupta S.: *Design of fractional-order $PI^{\lambda}D^{\mu}$ controllers with an improved differential evolution*, Engineering Applications of Artificial Intelligence 2009, vol. 22, no. 2, pp. 343–350.
4. Busłowicz M.: *Wybrane zagadnienia z zakresu liniowych ciągłych układów niecałkowitego rzędu*. Pomiary Automatyka Robotyka, nr 2 (2010), s. 93–114.
5. Chen Y.Q., Dou H., Vinagre B. M., Monje C.A.: *A robust tuning method for fractional order PI controllers*, The Second IFAC Symposium on Fractional Derivatives and Applications, Porto, Portugal 2006.
6. Das S.: *Functional fractional calculus for system identification and controls*. Springer, Berlin 2008.
7. Hamamci S. E.: *An algorithm for stabilization of fractional-order time delay systems using fractional-order PID controllers*, IEEE Trans. on Automatic Control, 2007, vol. 52, pp. 1964–1969.
8. Kaczorek T.: *Wybrane zagadnienia teorii układów niecałkowitego rzędu*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, Białystok 2009.
9. Monje C. A., Vinagre B. M., Feliu V., Chen Y.: *Tuning and auto-tuning of fractional order controllers for industry applications*. Control Engineering Practice, 2008, vol. 16, pp. 798–812.
10. Ostalczyk P.: *Zarys rachunku różniczkowo-całkowego ułamkowych rzędów. Teoria i zastosowania w automatyce*. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 2008.
11. Petras I.: *Fractional-order feedback control of a DC motor*. Journal of Electrical Engineering, 2009, vol. 60, no. 3, pp. 117–128.
12. Petras I.: *Realization of fractional-order controller based on PLC and its utilization to temperature control*, Transfer innowacji no. 14 (2009), pp. 34–38.
13. Podlubny, I.: *Fractional differential equations*, Academic Press, California, 1999.
14. Podlubny I.: *Fractional-order systems and $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -controllers*, IEEE Trans. on Automatic Control, 1999, vol. 44, pp. 208–214.
15. Ruszewski A.: *Synteza parametryczna regulatorów dla określonej klasy obiektów o niepewnych parametrach*, Praca doktorska, Politechnika Białostocka, Białystok, 2008.

16. Ruszewski A.: *Stabilizacja układów inercyjnych ułamkowego rzędu z opóźnieniem za pomocą ułamkowego regulatora PID*. *Pomiary Automatyka Robotyka*, 2/2009, s. 406–414.
17. Silva G. J., Datta A., Bhattacharyya S. P.: *PID controllers for time-delay systems*, Birkhauser, Boston, 2005.
18. Tenreiro M., Galhano A. M., Oliveira A. M., Tar J. K.: *Approximating fractional derivatives through the generalized mean*, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 2009, vol. 14, no. 11, pp. 3723–3730.
19. Valerio D.: *Fractional robust system control*, PhD Dissertation, Tech. Univ. of Lisbona, 2005.
20. Vinagre B. M., Podlubny I., Hernandez A., Feliu V.: *Some approximations of fractional order operators used in control theory and applications*. *Fractional Calculus and Applied Analysis*, 2000, vol. 3, no. 3, pp. 231–248.
21. Vinagre B. M., Chen Y.Q., Petras I.: *Two direct Tustin discretization methods for fractional – order differentiator/integrator*. *Journal of the Franklin Institute: Engineering and applied mathematics*, vol. 340, 2003, pp. 349–362.
22. Zhao C., Xue D., Chen Y.Q.: *A fractional order PID tuning algorithm for a class of fractional order plants*, in *Proc. of the IEEE International Conference on Mechatronics & Automation*, pp. 216–221, Niagara Falls, Canada 2005.