

Wpływ korelacji wyników obserwacji bezpośrednich na niepewność parametrów mierzonych pośrednio

Yevhen Volodarskyi, Dimitrij Lushchik

Narodowy Uniwersytet Techniczny Ukrainy «KPI», Katedra Technologii Informatyczno-Pomiarowych, Kijów, Ukraina

Zygmunt Lech Warszawa

Sieć Badawcza Łukasiewicz – Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów PIAP, Al. Jerozolimskie 202, 02-486 Warszawa

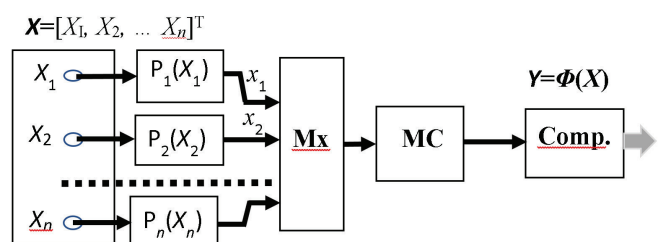
Streszczenie: W artykule omówiono problem szacowania niepewności parametrów obserwowanych pośrednio za pomocą układu pomiarowo-obliczeniowego o strukturze równoległo-szeregowej. Rozpatrzono dwa parametry o wartościach otrzymanych z wyników bezpośrednich pomiarów i poddanych operacji mnożenia lub dzielenia. Jeśli skutek oddziaływań zewnętrznych pojawia się losowy błąd addytywny w torze wspólnym układu pomiarowego, to przesunęła on charakterystykę tego toru o wartość nieznaną, ale dopuszczalną w zadanym przedziale. Wskutek tego przesunięcia sygnały wyjściowe obu mierzonych wielkości stają się zależne stochastycznie. Zależność tę nazywano kowariancją instrumentalną. Wyznaczono, jak wpływa ona na wartość i niepewność obserwowanych pośrednio obu parametrów, zależnie od stosunku wartości wielkości mierzonych i wiążącej je funkcji na przykładach iloczynu i ilorazu. Rozpatrzono pośrednią obserwację mocy i rezystancji z pomiarów prądu i napięcia stałego. Dokonano analizy wpływu stosunku wartości obu wielkości mierzonych na dodatkowy składnik niepewności obserwowanych parametrów, zależny od instrumentalnej kowariancji. Podano zmodyfikowaną strukturę układu o zmniejszonym wpływie kowariancji dla przypadku mnożenia bezpośrednio mierzonych sygnałów.

Słowa kluczowe: obserwacja pośrednia, pomiar bezpośredni, przesunięcie charakterystyki toru wspólnego, kowariancja instrumentalna, mnożenie, dzielenie, dodatkowa niepewność wyniku obserwacji

1. Wprowadzenie

Działanie wielu obiektów, szczególnie użytkowanych w trudnych warunkach otoczenia, np. w przemyśle i w zastosowaniach terenowych, wymaga zwykle kontrolowania wielu parametrów zarówno bezpośrednio mierzonych, jak i obserwowanych pośrednio i wyznaczanych za pomocą operacji obliczeniowych z wyników pomiarów innych wielkości, traktowanych jako informacyjne. Obserwację stanu obiektu przeprowadza się w systemach analogowych lub analogowo-cyfrowych o strukturze równoległej lub równoległo-szeregowej. Przykład tej struktury podano na rys. 1.

Struktura równoległo-szeregową jest preferowana do pomiarów wielu parametrów oraz w przypadkach zdalnego monitorowania i sterowania obiektem. Zakresy sygnałów wyjściowych x_1, x_2, \dots z przetworników P_1, P_2, \dots, P_n wielkości mierzonych bezpośrednio X_1, X_2, \dots, X_n są zwykle standaryzowane. Do obliczeń wartości pośrednio obserwowanych parametrów Y stosuje się jednocze-



Rys. 1. Schemat systemu pomiarowego o strukturze równoległo-szeregowej: $P_1(X_1), P_2(X_2), \dots$ – sensory z przetwornikami; x_1, x_2, \dots – sygnały wielkości mierzonych, Mx – multiplexer, MC – wspólny tor pomiarowy, $Y = \Phi(X)$ – wektor parametrów obserwowanych, $Comp.$ – cyfrowy układ obliczający lub komputer

Fig. 1. Scheme of the measurement system of parallel-series structure: $P_1(X_1), P_2(X_2), \dots$ – sensors with input transmitters; x_1, x_2, \dots – signals of measured variables, Mx – multiplexer, MC – common measurement channel, $Y = \Phi(X)$ – vector of observed parameters, $Comp.$ – digital computing unit or computer

Autor korespondujący:

Zygmunt Lech Warszawa, zlw1936@gmail.com

Artykuł recenzowany

nadesłany 08.07.2022 r., przyjęty do druku 24.09.2022 r.



Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 3.0

śnie sygnały z przetworników w równoległej części układu, lub sekwencyjnie – po ich przełączeniu w multiplexerze Mx i przesyłają przez wspólny tor pomiarowy MC. Do zdalnej realizacji badań i kontroli preferuje się strukturę równoległo-szeregową układu pomiarowego, gdyż do przesyłu sygnałów mierzonych wielkości x_1, x_2 wykorzystuje ona kolejno tylko jeden wspólny tor pomiarowy i ma większą odporność na zakłócenia.

Cechą charakterystyczną pomiarów kontrolnych dla obiektów pracujących w trudnych warunkach eksploatacji, w szczególności w przemyśle i zdalnie w terenie, jest występowanie zakłóceń różnego rodzaju, głównie addytywnych. Jeśli w pomiarach kilku wielkości zakłócenia będą pochodziły ze wspólnego źródła, to wyniki ich oddziaływań na sygnały wielkości mierzonych będą skorelowane. Rozpatrzmy bliżej to zagadnienie.

Między dwiema zmiennymi X i Y występuje zależność stochastyczna, gdy istnieją wspólne czynniki losowe wpływające jednakowo na obie zmienne oraz inne czynniki wpływające różnie. Jeśli na przykład X_1 jest funkcją zmiennych losowych: $Z_1, Z_2, \dots, Z_m; U_1, U_2, \dots, U_K$, tj.: $X_1 = F_1(Z_1, Z_2, \dots, Z_m; U_1, U_2, \dots, U_K)$. Zaś X_2 reprezentuje funkcję tych samych zmiennych losowych Z_1, Z_2, \dots, Z_m i zawiera też zbiór innych zmiennych losowych V_1, V_2, \dots, V_p tj.: $X_2 = F_2(Z_1, Z_2, \dots, Z_m; V_1, V_2, \dots, V_p)$. Z porównania funkcji X_1 i X_2 wynika, że są powiązane stochastycznie, czyli są skorelowane.

Według zasad przyjętych w szacowaniu niepewności pomiarów w ISO [2] i w przewodniku GUM [3], wielkości uważa się za powiązane ze sobą, gdy do ich oceny stosuje się ten sam wzorzec, czujnik, przyrząd pomiarowy, dane standardowe, a nawet metodę pomiaru. Wielkości wejściowe i wyniki ich bezpośrednich pomiarów często są niezależne, ale mogą być też skorelowane, na przykład pod wpływem wspólnego zakłócenia oddziałującego na obiekt badany.

Dokładność pomiarów ocenia się przez oszacowanie ich standardowej niepewności złożonej i z niej – nie pewności rozszerzonej o określonym prawdopodobieństwie [2, 3]. Najpierw trzeba jednak usunąć poprzez poprawki wpływ znanych systematycznych błędów. Sumę pozostałych błędów systematycznych o wartościach nieznanach i różnego pochodzenia randomizuje się. W pomiarach użytkowych, w tym przemysłowych, uwzględnia się wpływ niepewności typu B wyznaczanej z dopuszczalnego błędu maksymalnego aparatury pomiarowej $E_{\%}$ podawanego przez wytwórców. Błąd ten ma charakter multiplikatywny i wynika głównie z rozrzutu parametrów przyrządów w produkcji. Szacowanie niepewności rozszerzonej z uwzględnieniem niepewności typu B w pomiarach pośrednich omówiono w [5], a pasma niepewności prostej wyznaczanej metodą regresji liniowej przy korelacji współrzędnych punktów [8–10].

Błędy od różnych oddziaływań zewnętrznych są zwykle addytywne. Najczęściej występuje przesunięcie charakterystyki przetwarzania. (ang. *bias*) o nieznannej wartości. Jeśli wystąpi ono w torze wspólnym MC systemu o strukturze równoległo-szeregowej, to pomiędzy sygnałami obu wielkości mierzonych na wyjściu tego toru, pojawi się powiązanie stochastyczne i wskazania wyników pomiarów staną się skorelowane. Należy też uwzględnić wpływ warunków pracy na działanie aparatury pomiarowej. One również mogą spowodować przesunięcie charakterystyki przetwarzania torów pomiarowych.

Podsumowując, przy równoległo-szeregowej strukturze organizacji procedury pomiarowej wyniki bezpośrednich pomiarów parametrów informacyjnych, służące do obliczenia wartości obserwowanego parametru obiektu, podlegają funkcjonalnej transformacji według równania w modelu matematycznym. W praktyce zwykle sygnały wejściowych równoległych torów pomiarowych nie są skorelowane. Gdy ten sam tor pomiarowy MC stosuje się kolejno do uzyskania na wyjściu wartości mierzonych wielkości x_1, x_2 , to pod wpływem zakłóceń w trudnych warunkach pracy może wystąpić nieznanne, co do wartości przesunięcie (ang. *bias*) jego charakterystyki przetwarzania. Wskutek

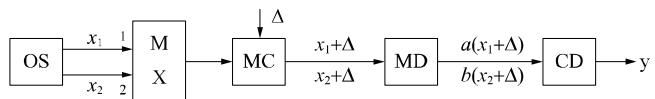
tego pojawi się statystyczne powiązanie sygnałów na wyjściu tego toru, nazywane w tej pracy kowariancją instrumentalną [11]. Jest ono przyczyną dodatkowego składnika niepewności parametru obserwowanego. W niektórych źródłach [4] ten rodzaj powiązania stochastycznego nazywany jest korelacją logiczną, ale nie odzwierciedla to istoty fizycznej tego zjawiska.

Kowariancja instrumentalna wpływa na wartość obserwowanego parametru wskutek tego, że wyniki bezpośredniego pomiaru zależą nie tylko od wartości mierzonej wielkości wejściowej z zakresu możliwych jej wartości, ale także od błędu pomiaru. Jeśli w pomiarach obu wielkości wykorzystuje się ten sam tor pomiarowy, to wnosi on do niepewności bezwzględnych wyników obu pomiarów są takie same składowe. Operację matematyczną, według której wyznacza się obserwowany parametr, wykonuje się na wielkościach losowych o wspólnej dodatkowej wartości. Jest to błąd addytywny bezpośredniego pomiaru o nieznannej wartości bieżącej i w zmiennych, lecz dopuszczalnych warunkach pomiaru, ich zbiór opisuje się przez niepewność typu B.

W warunkach przemysłowych błędy multiplikatywne w torze pomiarowym MC występują rzadziej i przebieg charakterystyki toru pozostaje jednakowy, ale pojawia się jej przesunięcie spowodowane zakłóceniami addytywnymi. Ma ono różne i nieznanne wartości w trakcie każdego pojedynczego pomiaru obu wielkości. Dalej zostanie przeanalizowany wpływ tego przesunięcia na niepewność charakterystyki rzeczywistej toru pomiarowego, na wynik pomiaru i na obliczoną wartość obserwowanego parametru [6]. Po analizie równania pomiaru można oszacować całkowitą niepewność standardową dla wyznaczanej wartości obserwowanego parametru z uwzględnieniem wpływu kowariancji instrumentalnej. Pozwoli to ocenić jej wkład i zaproponować układ ograniczający ten składnik.

2. Niepewność wyniku po operacji mnożenia

Wiele obserwowanych pośrednio parametrów obiektów przemysłowych wyznacza się za pomocą operacji arytmetycznej mnożenia lub dzielenia. Prostym przykładem jest wyznaczanie wartości mocy i rezystancji badanego urządzenia elektrycznego z pomiarów napięcia i prądu stałego [11]. Schemat blokowy realizacji takiej procedury pomiarowo-obliczeniowej dla wyznaczania obserwowanego parametru podano na rys. 2.



Rys. 2. Schemat blokowy procedury pomiarowo-obliczeniowej: OS – obiekt badań, MX – multiplexer, MC – kanał pomiarowy, MD – urządzenie powielające, CD – urządzenie obliczeniowe, Δ – przesunięcie charakterystyki MC

Fig. 2. Block diagram of the implementation of the measuring and computational procedure; OS – object of study, MX – multiplexer, MC – measuring channel, MD – multiplier device, CD – computing device, Δ – bias of the channel MC characteristic

Niepewność obserwowanego pośrednio parametru y , obliczana przez wymnożenie wyników pomiarów dwu wielkości x_1, x_2 . Równanie modelu ma postać:

$$y = ax_1 \cdot bx_2, \quad (1)$$

gdzie: x_1, x_2 – wartości wielkości określających obserwowany parametr obiektu; a, b – stałe współczynniki, które mogą przyjmować dowolne wartości inne niż zero.

Występowanie dodatkowego składnika Δ , tj. przesunięcia charakterystyki toru wspólnego układu pomiarowego, po przekształceniu wzoru (1) wynika nowe równanie pomiaru:

$$(y + \Delta y) = a(x_1 + \Delta) \cdot b(x_2 + \Delta), \quad (2)$$

gdzie: Δy – odchylenie wyniku; Δ – nieznanne przesunięcie charakterystyki o wartości nie-przekraczającej dopuszczalnych znormalizowanych granic z prawdopodobieństwem 0,99.

Wyrażenie (2) zastosowano do analizy składowych niepewności obliczanego wyniku pomiaru. Po wykonaniu działań w równaniu (2) otrzymuje się

$$(y + \Delta y) = (x_1 + \Delta)ab(x_2 + \Delta) = abx_1x_2 + abx_1\Delta + abx_2\Delta + ab\Delta^2. \quad (3)$$

Pomijając bardzo małe składniki, otrzymuje się równanie:

$$\Delta y = ab\Delta(x_1 + x_2). \quad (4)$$

Z wyrażenia (4) uzyskuje się sumaryczną niepewność standardową $u_c(y)$ typu B:

$$u_c(y) = a^2b^2u^2(\Delta)(x_1 + x_2)^2, \quad (5)$$

gdzie: $u(\Delta)$ – standardowa niepewność od przesunięcia Δ charakterystyki pomiarowej.

Wartość obserwowanego parametru y wyznacza się przez funkcjonalne przetworzenie wyników pomiarów bezpośrednich. Wskutek przesunięcia Δ powstaje dodatkowy błąd systematyczny, który spowoduje wzrost niepewności standardowej. Dodatkowy składnik tej niepewności wynika z pojawienia się kowariancji instrumentalnej. Odzwierciedla on istnienie zależności stochastycznej między sygnałami x_1 i x_2 wielkości wejściowych. Jego wartość wyznacza się z wyrażenia:

$$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2, \quad (6)$$

Ostatni składnik $2x_1x_2$ w (6) uwzględnia występowanie kowariancji instrumentalnej.

Jeśli stosunek wartości wielkości mierzonych oznaczy się jako

$$m = x_2/x_1, \quad (7)$$

to wyrażenie (6) można zapisać w postaci

$$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2(1 + m^2 + 2m). \quad (8)$$

Z podstawienia (8) do (5) wynika, że wzrost niepewności wskutek istnienia kowariancji instrumentalnej zależy od stosunku wielkości wejściowych x_1 i x_2 . Pierwsze dwa wyrazy w nawiasach w (8) charakteryzują niepewność wyniku przy braku kowariancji. Zachodzi to wówczas, gdy każdy z dwu parametrów informacyjnych wielkości wejściowej mierzy się oddzielnie, a torzy pomiarowe mają jednorodną i nieskorelowaną charakterystykę.

Szacowany składnik niepewności wyniku pomiaru wprowadzany przez kowariancję instrumentalną dla równoległozseregowej struktury układu do pośrednich pomiarów obserwowanych parametrów informacyjnych. Wyrażenie (5) przyjmie postać:

$$u_c^2(y) = B(1 + \eta), \quad (9)$$

gdzie

$$B = a^2b^2u^2(\Delta)x_1^2(1 + m^2), \quad (10)$$

Dotyczy to pomiaru realizowanego przy użyciu tego samego rodzaju równoległych torów pomiarowych dla każdej z wielkości wejściowych. Dodatkowy składnik niepewności standardowej wynikający z kowariancji instrumentalnej, odniesiony do niepew-

ności przy równoległym pomiarze parametrów informacyjnych wielkości wejściowych wynosi:

$$\eta = \frac{2m}{1 + m^2}. \quad (11)$$

W tym celu należy zbadać, jak stosunek wielkości wejściowych $m = x_1/x_2$ wpływa na wartość kowariancji instrumentalnej. Wyniki badań przedstawione są w tabeli 1.

Tabela 1. Wpływ wartości m na wartość kowariancji instrumentalnej
Table 1. Influence of the m value on the value of instrumental covariance

m	0,1	0,2	0,3	0,5	0,8	1,0	3,0	5,0	7,0	10,0	15,0
η	0,2	0,38	0,55	0,8	0,98	1,0	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1

Z tabeli 1 wynika, że wzrost o 100 % łącznej niepewności standardowej ze względu na kowariancję instrumentalną wystąpi przy $m = 1$. Wraz ze wzrostem m udział kowariancji instrumentalnej η maleje. Dla niezależnego pomiaru każdej z wielkości informacyjnych, przy $m > 15$ kowariancja ta zwiększa niepewność złożoną poniżej 10 %. Przy $m < 1$, udział kowariancji instrumentalnej η znacząco zmniejsza się dopiero poniżej wartości $m = 0,3$.

Z powyższej analizy wynika, że wpływ kowariancji instrumentalnej na dokładność wyznaczenia obserwowanego parametru obiektu y maleje wraz ze zmianą m . Po wstępnym oszacowaniu wartości tego wskaźnika wprowadza się skalowanie (podział) wartości parametru jednej z wielkości wejściowych. Pożądanym jest dobór współczynnika podziału k na podstawie tabeli 1 taki, aby wartości podawane na wejście wspólnego toru pomiarowego różniły się o rząd wielkości. Im większa różnica, tym mniejszy wpływ instrumentalnej korelacji. Następnie wynik obliczenia mnoży się przez $1/k$.

3. Niepewność wyniku po operacji dzielenia

Analizując składowe niepewności obserwowanego parametru wyznaczone za pomocą operacji dzielenia z wyników bezpośrednich pomiarów wielkości wejściowych jako parametrów informacyjnych. W tym przypadku równanie modelu ma postać:

$$y = \frac{ax_1}{bx_2}. \quad (12)$$

Niepewność obliczanego wyniku ilorazu jest opisana za pomocą równania pomiaru:

$$(y + \Delta y) = \frac{a(x_1 + \Delta)}{b(x_2 + \Delta)} = \frac{ax_1 + \Delta a}{bx_2 + \Delta b} \quad (13)$$

lub

$$(y + \Delta y) = \frac{ax_1}{bx_2} \left(1 + \frac{\Delta}{x_1}\right) \left(1 - \frac{\Delta}{x_2}\right) = \frac{ax_1}{bx_2} + \frac{ax_1}{bx_2} \left(\frac{\Delta}{x_1} - \frac{\Delta}{x_2}\right), \quad (14)$$

Stąd wynika, że ze względu na przesunięcie charakterystyki toru pomiarowego, przyrost Δy będzie wynosił:

$$\Delta y = \frac{ax_1}{bx_2} \Delta \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right). \quad (15)$$

Niepewność otrzymanych wyników zależy od różnicy stosunków przesunięcia Δ charakterystyki przetwarzania i wielkości wejściowych.

Wariancja, tj. kwadrat złożonej niepewności standardowej badanego parametru wynosi:

$$u_c^2(y) = \frac{a^2 x_1^2}{b^2 x_2^2} u^2 \left(\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} - 2 \frac{1}{x_1 x_2} \right). \quad (16)$$

Człon $2 \frac{1}{x_1 x_2}$ w wyrażeniu (16) wynika z kowariancji instrumentalnej. W przeciwieństwie do poprzednio rozpatrywanego przypadku, składnik ten nie zwiększa, lecz zmniejsza niepewność standardową. Po uwzględnieniu stosunku m dwu wartości mierzonych wielkości (7), wyrażenie w nawiasach we wzorze (16) przyjmie postać:

$$\left(\frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 x_2^2} - 2 \frac{1}{x_1 x_2} \right) = \left(\frac{x_1^2 + m^2 x_1^2}{x_1^2 m} - 2 \frac{1}{x_1 m} \right). \quad (17)$$

Wykorzystując wyrażenie (15), zanalizujemy wpływ kowariancji instrumentalnej na dokładność oszacowania parametru:

$$u_c^2(y) = B_1 (1 - \eta), \quad (18)$$

gdzie

$$B_1 = \frac{a^2 (1 + m^2)}{b^2 m^2 x_1^2} u^2(\Delta). \quad (19)$$

Jest to kwadrat niepewności standardowej dla wyniku obliczonego z równania modelu (10), gdy nie ma kowariancji instrumentalnej. W tym przypadku istnienie kowariancji instrumentalnej zmniejsza niepewność obserwowanego parametru obiektu.

4. Przykład liczbowy dla pomiaru rezystancji

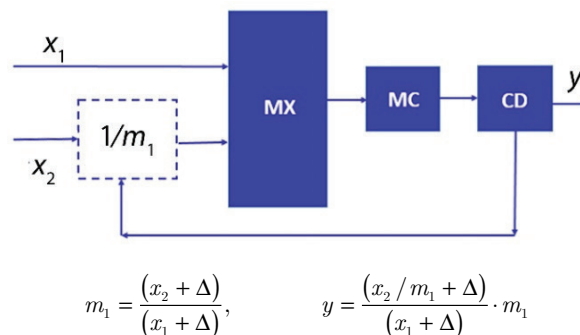
Rozpatrzmy prosty przykład liczbowy. Działanie badanego obiektu charakteryzuje rezystancja R i należy ją wyznaczyć z pomiarów napięcia i prądu. Otrzymano następujące ich wartości: napięcie $x_1 = 5$ V i prąd $x_2 = 1$ A. W układzie pomiarowym o strukturze równoległo-szeregowej jest tor wspólny z granicznymi wartościami przesunięcia charakterystyki przetwarzania $\Delta = \pm 0,2$ i standardowej niepewności pomiaru $u(\Delta) = 0,115$.

Przy braku kowariancji instrumentalnej, niepewność standardowa obserwowanego parametru równa się pierwiastkowi kwadratowemu z wyrażenia (19) i wyniesie 0,58. Wartość R mieści się w zakresie 3,88–6,16 Ω z prawdopodobieństwem 0,95.

Przy występowaniu kowariancji instrumentalnej według (18), wartość badanej rezystancja R powinna być w zakresie 4,29–5,71 Ω . Aby to sprawdzić, obliczono rezystancję $R = 5,2/1,2 = 4,33 \Omega$ i jej wartość spełnia ten warunek.

Z tabeli 1 wynika, że nie będzie wpływu przesunięcia Δ charakterystyki przetwarzania wspólnego toru układu pomiarowego na wartość wyniku dzielenia dla $\eta = 1$, ale wystąpi on w mnożeniu dla $m = 1$. Aby uzyskać taki sam warunek i dla tego przypadku, konieczne jest użycie specjalnego algorytmu do wyznaczania badanego parametru. Można to osiągnąć w sposób następujący. Początkowo wyznacza się stosunek wielkości wejściowych x_1/x_2 i dla otrzymanego jego wyniku wprowadza się współczynnik skalujący $1/t$ dla większej z wartości wejściowych. Następnie, aby wyznaczyć obserwowany parametr, wynik dzielenia mnoży się przez m . Dodatkowa („resztkowa”) niepewność określenia wartości tego parametru odpowiada niepewności stosunku m wartości wielkości wejściowych. Na rysunku 3 podano strukturę układu realizującego algorytm kompensujący wpływ przesunięcia Δ charakterystyki wspólnego toru pomiarowego

wraz ze wzorami opisującymi przetwarzanie sygnałów w tym układzie.



Rys. 3. Struktura układu z kompensacją losowego przesunięcia charakterystyki wspólnego toru MC, MX – multiplexer, MC – wspólny tor pomiarowy, CD – układ cyfrowy lub komputer

Fig. 3. The structure of the system with compensation of the shift of characteristic of common canal MC, MX – multiplexer, MC – common measurement channel, CD – digital unit or computer

5. Podsumowanie i wnioski

W przemyśle i w innych trudnych, np. terenowych warunkach eksploatacji, do kontroli działania i sterowania badanych obiektów obserwuje się wiele parametrów, które wyznacza się pośrednio z wyników bezpośrednich pomiarów innych wielkości. Wartości parametrów mierzonych pośrednio uzyskuje się po określonych operacjach obliczeniowych, tym mnożenia lub dzielenia. Najczęściej stosuje się układ o strukturze równoległo-szeregowy oddane na rysunku 1.

Na wyniki pomiarów i obliczeń wymaganych do wyznaczania obserwowanego parametru wpływają głównie zakłócenia addytywne, które mogą spowodować przesunięcie charakterystyki przetwarzania wspólnego toru pomiarowego. Wskutek tego, na wyjściu tego toru pojawia się stochastyczna zależność sygnałów, nazwana w tej pracy kowariancją instrumentalną. Wpływa ona na estymację wartości i niepewności obserwowanego parametru zależnie od rodzaju matematycznej operacji wykonywanej na wynikach pomiarów bezpośrednich. Rozpatrzono i porównano proste przypadki, gdy obserwowany parametr obiektu wyznacza się za pomocą operacji mnożenia lub dzielenia.

Podano też wzory opisujące wpływ wartości iloczynu lub ilorazu wielkości wejściowych na dodatkowy składnik niepewności standardowej obserwowanego parametru, jako skutek kowariancji instrumentalnej.

Jako przykład liczbowy rozpatrzono obliczanie rezystancji z bezpośrednich pomiarów prądu i napięcia stałego.

Analiza niepewności pomiaru wykazała, że gdy wartości obserwowanych parametrów oblicza się przy użyciu operacji mnożenia lub dzielenia, to względna zmiana niepewności wyniku spowodowana kowariancją instrumentalną zależy od stosunku wartości wielkości mierzonych bezpośrednio na wejściu układu.

Dla układu z operacją mnożenia bezpośrednio mierzonych sygnałów kowariancja instrumentalna powoduje wzrost niepewności. Zaproponowano modyfikację struktury równoległo-szeregowy tego układu zmniejszającą ten wpływ. Podano ją na rysunku 3.

Przy operacji dzielenia, kowariancja zawsze zmniejsza standardową niepewność wyniku.

Bibliografia

1. International Vocabulary of Metrology. – Basic and general concepts and associated terms (VIM). – ICGM, 2012.
2. ISO/IEC Guide 98-3:2008 Uncertainty of measurement — Part 3: Guide to the expression of uncertainty in mea-

- surement/International Organization for Standardization, Switzerland.
3. JCGM 100:2008, GUM 2008 with minor corrections Evaluation of measurement data — Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement/BIPM, France.
 4. Zakharov I.P., *Estimating measurement uncertainty on the basis of observed and logical correlation*, "Measurement Techniques", Vol. 50, No. 8, 2007, 808–816, DOI: 10.1007/s11018-007-0154-8.
 5. Warsza Z.L., Puchalski J., *Estimation of vector uncertainties of multivariable indirect instrumental measurement systems on the star circuit example*. "Journal of Physics: Conf. Series", Vol. 1065, No. 5, 2018, DOI: 10.1088/1742-6596/1065/5/052026.
 6. Volodarsky E., Warsza Z., Kosheva L., Idzkowski A., *Transforming the conversion characteristic of a measuring system used for technical control*, Vol. 543 of the series Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer International Publishing 2017, 524–534, DOI: 10.1007/978-3-319-48923-0_56.
 7. Volodarskyi Y.T., Kosheva L.O., Dobrolubova M.V., *Information-measuring system and uncertainty*. "Ukrainian Journal of Metrology", No. 3A, 2020, 30–34 (in Ukrainian)
 8. Warsza Z.L., Puchalski J., *Rozszerzona metoda oceny niepewności pośrednich pomiarów wielo-parametrowych i układów do tych pomiarów Cz. 1. Wpływ korelacji i niepewności funkcji przetwarzania – zależności podstawowe*. „Pomiary Automatyka Robotyka”, R. 23, Nr 3, 2019, 55-63, DOI: 10.14313/PAR_233/55.
 9. Warsza Z.L., Puchalski J., *Estimation of uncertainties in indirect multivariable measurements. Part 1. Case of correlated quantities*. [In:] R. Szewczyk et al. (Eds.): Proceedings of AUTOMATION 2020, AISIC series, Vol. 1140, 309–325, Springer Nature Switzerland AG 2020, DOI: 10.1007/978-3-030-40971-5_29.
 10. Warsza Z.L., Puchalski J., *Ocena dokładności pomiarów w metodzie regresji liniowej z uwzględnieniem zasad przewodnika GUM*. *Metrologia Teoria i Praktyka (Materiały 53 MKM) Studia i Monografie Zeszyt 556*, Politechnika Opolska 2021, 59–104.
 11. Volodarskyi Y., Warsza Z.L., Kosheva L., Sautin A., *Instrumental covariance and its impact on the uncertainty of tested parameters of industrial objects*. [In:] R. Szewczyk et al. (Eds.) *Automation 2022, AISC Vol. 1427*, Springer Nature Switzerland AG, 2022, 356–369, DOI: 10.1007/978-3-030-74893-9_36.

Influence of the Correlation of the Results of Direct Measurements on the Uncertainty of Parameters Observed Indirectly

Abstract: The uncertainty of parameters observed indirectly by means of a measurement and computation system with a parallel-serial structure is discussed. Two such parameters with values obtained from the results of direct measurements and subjected to multiplication or division operations were considered. If, as a result of external influences, a random additive error appears in the common path of the measuring system, it shifts the characteristics of this path by an unknown value, but permissible in a given range. As a result of this shift, the output signals of both measured quantities become stochastic dependent. We called this relationship the instrumental covariance. It was determined how it influences the uncertainty of the indirectly observed two parameters depending on the ratio of the directly measured variables and on the related their function on the examples of the product and the quotient. The indirect observation of power and resistance from direct current and voltage measurements was considered. The analysis of the influence of the ratio of the values of both measured values on an additional uncertainty component of the observed parameters, depending on the instrumental covariance, was performed. The modified structure of the system with a reduced influence of instrumental covariance for the case of multiplication of directly measured signals is given.

Keywords: indirect observation, direct measurements, shift of common channel characteristic, instrumental covariance, multiplication, division, result uncertainty

mgr inż. Dimitrij Lushchik

lushchik.dv@gmail.com
ORCID: 0000-0002-2689-604X

Absolwent kierunku „Automatyka i technologie zintegrowane z komputerem” na Narodowym Uniwersytecie Technicznym Ukrainy – Politechnika Kijowska „KPI” (tytuł licencjata w 2020 r.). W 2021 r. ukończył studia magisterskie z Metrologii i systemów informacyjno-pomiarowych. Obecnie słuchacz studiów podyplomowych w Katedrze Technologii Informatyczno-Pomiarowych. Zainteresowania naukowe: strukturalne i algorytmiczne metody zmniejszania niepewności wyników pomiarów.



doc. dr inż. Zygmunt Lech Warsza

zlw1936@gmail.com
ORCID: 0000-0002-3537-6134

Absolwent Wydziału Elektrycznego Politechniki Warszawskiej 1959, doktorat 1967, docent od 1970. Praca: Instytut Elektrotechniki 1958–1963 i 1994–1995, Politechnika Warszawska 1960–1970, Politechnika Świętokrzyska 1970–1978 (organizator i dziekan Wydziału Transportu w Radomiu), Organizator i kierownik: Ośrodka Aparatury Pomiarowej w Instytucie Meteorologii i Gospodarki Wodnej 1978–1982 oraz Zakładu Automatyzacji i Pomiarów w Instytucie Chemii Przemysłowej 1983–1992. Doradca Ministra Edukacji Narodowej 1992–1995, Politechnika Radomska 1983–2002. Obecnie główny specjalista w Przemysłowym Instytucie Automatyki i Pomiarów PIAP. Autor lub współautor ponad 400 publikacji, 10 monografii, kilkudziesięciu prac badawczych i konstrukcyjnych, 11 patentów oraz promotor 2 doktorów. Prezes Polskiego Towarzystwa Metrologicznego. Członek stowarzyszenia PolSPAR oraz Akademii Metrologii Ukrainy.



prof. dr nauk techn. Evgeniy T. Volodarsky

vet-1@ukr.net
ORCID: 0000-0003-2573-6543

Praca: Narodowy Techniczny Uniwersytet Ukrainy – Politechnika Kijowska „KPI”, Katedra Automatyzacji Badań Eksperymentalnych; Przewodniczący Podkomisji „Metrologia” w Państwowej Agencji Akredytacyjnej Ukrainy. Senior member of IEEE. Prezydent Ukraińskiej Akademii Metrologii. Zainteresowania naukowe: podstawy teoretyczne systemów pomiarowych do monitorowania i testowania. Autor kilku książek i ponad 300 publikacji. Odznaczony przez Prezydenta „Zasłużony wykładowca Ukrainy”.

