

Podążanie za zadaną trajektorią grupy robotów kołowych z użyciem wirtualnych połączeń sprężysto-tłumiących

Jakub Wiech

Politechnika Rzeszowska, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, al. Powstańców Warszawy 8, 35-959 Rzeszów

Streszczenie: W artykule przedstawiono rozwiązanie problemu śledzenia trajektorii przez grupę robotów kołowych w środowisku bez przeszkód. Śledzenie trajektorii rozumiane jest jako podążanie za punktem odniesienia przez geometryczny środek grupy, wraz z jednoczesnym utrzymaniem zadanej odległości między sąsiadującymi robotami. Zaproponowana metoda opiera się na wirtualnych siłach z wirtualnych połączeń sprężysto-tłumiących między robotami, co pozwala na śledzenie trajektorii grupy po samoorganizacji z zachowaniem jej pożądanego kształtu. Przedstawiona metoda sterowania została szczegółowo opisana wraz z opisem dynamiki i-tego robota oraz została przetestowana numerycznie i eksperymentalnie. W pracy przedstawiono wyniki badań numerycznych i eksperymentalnych oraz dyskusję i wnioski z nich wynikające. Wyniki pracy można rozszerzyć o praktyczne aplikacje związane ze śledzeniem trajektorii grupy robotów.

Słowa kluczowe: grupa robotów, roboty kołowe, podążanie za zadaną trajektorią, fizykomimetyka, sterowanie grupą robotów

1. Wprowadzenie

Aby grupa robotów mogła przemieszczać się w zorganizowany sposób, należy rozwiązać szereg problemów. Na najwyższym poziomie decyzyjnym trajektoria grupy musi pasować do środowiska i celu. Jeden lub więcej liderów [1] lub środek ciężkości grupy [2] może podążać określoną trajektorią. Na poziomie sterowania grupy, roboty powinny być wyposażone w narzędzia umożliwiające dostęp do parametrów funkcji określających kształt grupy, tak aby można było ją zmieniać. W celu utrzymania zadanego kształtu konieczne jest opracowanie metody synchronizacji kierunku ruchu robotów z ich prędkością i przyspieszeniem oraz prędkością kątową kształtu grupy względem jej środka geometrycznego [2]. W tym celu wykorzystuje się algorytmy konsensusu [3], teorię grafów [3] oraz wymuszanie ograniczeń między odległościami robota i kątami obrotu ramy robota w stosunku do całej grupy. Aby roboty poruszały się jako grupa, muszą być ze sobą połączone, tzn. roboty muszą mieć możliwość wymiany informacji. Oznacza to, że zasięgi czujników i nadajników robotów muszą się pokrywać. Metody sterowania grup robotów mogą opierać się na tzw. Wirtualnej Fizyce [5] lub części, wirtualnych polach

potencjalnych. W takim przypadku roboty utrzymują stałą odległość od siebie poruszając się po trajektorii lub do punktu docelowego. Sztuczne pola potencjalne [6] mogą służyć jako podstawa do obliczeń sił wirtualnych działających na roboty. Sztuczne pola potencjalne mogą być „emitowane” przez przeszkody, roboty i punkt docelowy. Suma tych sztucznych potencjałów jest następnie wykorzystywana do obliczenia wirtualnej siły wypadkowej działającej każdego robota w grupie.

W artykule przeanalizowano problem śledzenia trajektorii grupy robotów w środowisku bez przeszkód po samoorganizacji grupy w kształt wielokąta foremnego. Prawo sterowania grupy opiera się na wirtualnych siłach działających na roboty. Wirtualne siły pochodzą od robotów i punktu odniesienia, służą one do wyznaczania zadanej trajektorii poszczególnych robotów. Sterowanie grupą ma na celu umożliwienie podążania środka geometrycznego grupy za punktem odniesienia i utrzymanie pożądanego kształtu grupy. Zadany tor grupy robotów składa się z krzywej typu prosta – pętla – prosta. Punkt odniesienia porusza się z prędkością opisaną jako gładka krzywa trapezowa z funkcjami sigmoidalnymi. Roboty wyposażone są w czujniki o ograniczonym zasięgu, dzięki czemu dany robot może określić położenie tylko najbliższych robotów. Położenie punktu odniesienia jest znane wszystkim robotom.

Dla zaproponowanego modelu robotów mobilnych przeprowadzono symulacje śledzenia trajektorii grupy pięciu robotów kołowych. Przyjęte rozwiązania zostały zweryfikowane w laboratorium wyposażonym w Motion Capture System. Omówiono otrzymane wyniki symulacji i weryfikacji. Na podstawie uzyskanych wyników wyciągnięto wnioski pozwalające na dalsze prace w oparciu o opracowane prawo sterowania grupy robotów kołowych.

Autor korespondujący:

Jakub Wiech, jwiech@prz.edu.pl

Artykuł recenzowany

nadesłany 08.12.2022 r., przyjęty do druku 18.07.2023 r.



Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 3.0

Artykuł podzielony jest na pięć części. Pierwsza część jest wprowadzeniem do artykułu. Druga część, „Modelowanie i sterowanie grupy robotów kołowych”, koncentruje się na matematycznym modelowaniu i -tego robota oraz zachowania grupy. Część zatytułowana „Wyniki”, pokazuje wykresy i inne dane z symulacji i eksperymentu grupy pięciu robotów kołowych. Następnie dwie ostatnie części, „Dyskusja” i „Podsumowanie”, szczegółowo opisują uzyskane wyniki i na ich podstawie przedstawiają wyciągnięte wnioski.

2. Modelowanie i sterowanie grupy robotów kołowych

Rozdział opisyjący modelowanie i sterowanie grupy robotów kołowych rozpoczyna się prezentacją modelu dynamiki i kinematyki robota dwukołowego. Następnie opisano algorytm sterowania grupy z zależnościami między sygnałami sterującymi i -tego robota a siłami wirtualnymi.

2.1. Model robota dwukołowego

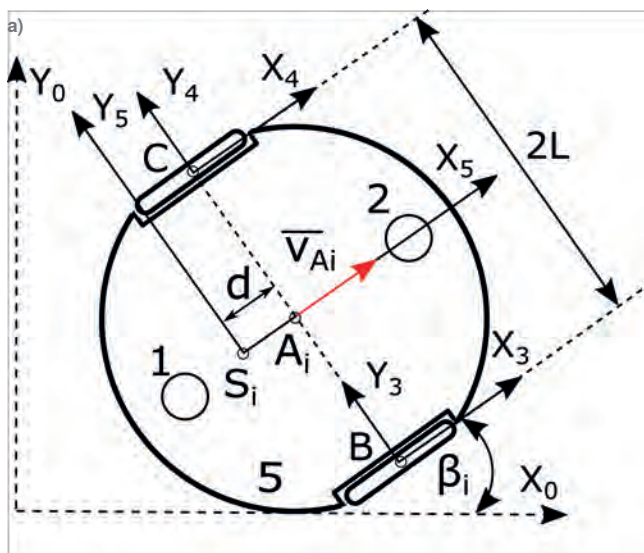
Roboty wchodzące w skład grupy to roboty dwukołowe z dwoma sferycznymi kołami podporowymi 1 i 2, jak pokazano na rys. 1a. Zakłada się, że ruch i -tego robota odbywa się po płaskiej powierzchni, bez poślizgu. Robot napędzany jest dwoma modułami napędowymi o jednakowych kołach oznaczonych jako 3 i 4 (rys. 1b), o promieniu r , ze środkami geometrycznymi oznaczonymi jako punkty B, C. Środek ciężkości robota znajduje się w punkcie S_i na ramie robota oznaczonej numerem 5. Punkt S_i leży w osi symetrii kół napędowych w odległości d od środka segmentu [CB] oznaczonego jako punkt A_i . Kąty obrotu kół 3 i 4 oznaczono jako α_{1i} , α_{2i} . Kąt β_i to chwilowy kąt obrotu ramy.

Każdy robot porusza się po określonej trajektorii wyrażonej w funkcji prędkości kątowej obrotu własnego kół napędowych $\dot{\alpha}_{1i}$, $\dot{\alpha}_{2i}$. Prędkości kątowe obrotu własnego kół napędowych robota są współrzędnymi konfiguracji robota, wyznaczanymi z następujących równań [7]:

$$\dot{\alpha}_{1i} = \frac{v_{Ai}}{r} + \dot{\beta}_i \frac{L}{r}, \quad \dot{\alpha}_{2i} = \frac{v_{Ai}}{r} - \dot{\beta}_i \frac{L}{r} \quad (1)$$

oraz:

$$\begin{aligned} \dot{S}_i^* &= \frac{r}{2L} (\dot{\alpha}_{1i} - \dot{\alpha}_{2i}), \\ \dot{x}_{Ai} &= \frac{r}{2} (\dot{S}_i^* + \dot{\alpha}_{2i}) \cos(\beta_i), \\ \dot{y}_{Ai} &= \frac{r}{2} (\dot{S}_i^* + \dot{\alpha}_{2i}) \sin(\beta_i), \end{aligned} \quad (2)$$



gdzie: $\dot{\alpha}_{1i}$, $\dot{\alpha}_{2i}$ – prędkości kątowe obrotu własnego kół napędowych, r – promień koła napędowego robota, L – połowa długości osi napędowej robota. Parametry kinematyczne robota to α_{1i} , α_{2i} , $\dot{\alpha}_{1i}$, $\dot{\alpha}_{2i}$.

Dynamiczne równania ruchu robota dwukołowego znane są z literatury [7]. W przypadku robotów wykorzystujących moduły napędowe o wysokich przełożeniach model i -tego robota można rozbudować o model serwomechanizmu. Biorąc pod uwagę dynamikę silników napędowych robota [8], adaptacja równań dynamiki dla prezentowanego robota będzie miała postać:

$$M\ddot{q}_i + C(\dot{q}_i)\dot{q}_i + F(\dot{q}_i) = u_i, \quad (3)$$

gdzie:

$$M = \begin{bmatrix} (a_1 + a_2 + a_3)r_k^2 + J_{k1} & (a_1 - a_2)r_k^2 \\ (a_1 - a_2)r_k^2 & (a_1 + a_2 + a_3)r_k^2 + J_{k2} \end{bmatrix},$$

$$C(\dot{q}_i) = \begin{bmatrix} 0 & 2a_4(\dot{\alpha}_{2i} - \dot{\alpha}_{1i})r_k^2 \\ -2a_4(\dot{\alpha}_{2i} - \dot{\alpha}_{1i})r_k^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$F(\dot{q}_i) = \begin{bmatrix} a_5 r_k^2 \operatorname{sgn}(\dot{\alpha}_{1i}) + B_1 \dot{\alpha}_{1i} \\ a_6 r_k^2 \operatorname{sgn}(\dot{\alpha}_{2i}) + B_2 \dot{\alpha}_{2i} \end{bmatrix}, \quad u_i = \begin{bmatrix} u_{1i} \\ u_{2i} \end{bmatrix} u_{\max},$$

$$u_{\max} = \frac{K_M r_k}{R} V_{\max} \quad \text{dla } k = 1, 2, \quad u_{1i}, u_{2i} \in \langle -1, 1 \rangle.$$

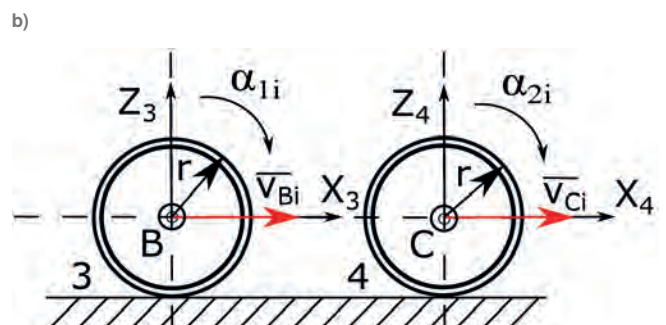
Elementy wektora parametrów mechanicznych robota $a = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6]^T$ mają postać:

$$\begin{aligned} a_1 &= (2m_w + m_5) \frac{r^2}{4}, \\ a_2 &= (2m_w L^2 + m_5 d^2 + I_{5S} + 2I_{2w}) \left(\frac{r}{2L} \right)^2, \\ a_3 &= I_{yw}, \\ a_4 &= m_5 \left(\frac{r}{2} \right)^2 \left(\frac{rd}{l^2} \right), \\ a_5 &= N_1 f_1 \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie: m_w – masa kół 3 i 4, m_5 – masa ramy robota, I_{yw} – masowy moment bezwładności koła 3 wokół osi Y_4 i koła 4 wokół osi Y_4 (rys. 1a), I_{2w} – masowy moment bezwładności koła 3 wokół osi Z_3 i koła 4 wokół osi Z_4 (rys. 1b), I_{5S} – masowy moment bezwładności ramy robota obliczony względem osi prostopadłej do ramy i przechodzącej przez punkt S_i (rys. 1a),

Rys. 1. Schematy i -tego robota kołowego w grupie robotów: (a) rama robota (b) koła robota

Fig. 1. The schematics of the i -th wheeled robot in the group of robots: (a) robot frame (b) robot wheels



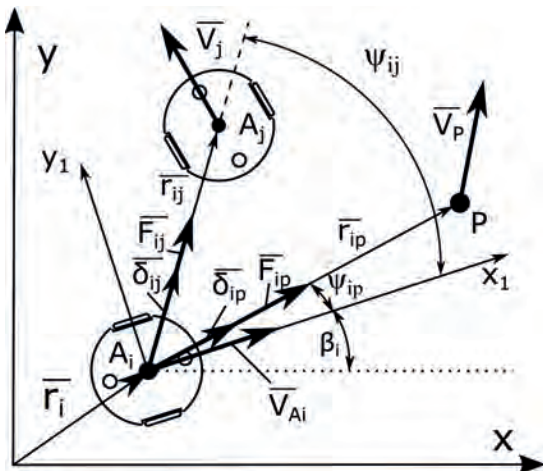
u_1, u_2 – znormalizowane sygnały sterujące, K_M – stała momentowa, r_k – przełożenie przekładni, V_{\max} – maksymalne dopuszczalne napięcie na wejściu zasilania silników DC, k – numer modułu napędowego, B_i – współczynnik oporów ruchu w przekładni, J_{ki} – masowy moment bezwładności wału i elementów przekładni silnika, R – rezystancja uzwojeń silnika.

W procesie identyfikacji parametrycznej uzyskano następujące wartości powyższych parametrów: $\mathbf{a} = [7,3125 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2, 8,97 \cdot 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{m}^2, 5,543 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2, 0,0126 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, 0,917 \text{ Nm}]$ oraz $B_1 = 3,01 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$, $B_2 = 3,37 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

Z dokumentacji modułów napędowych możemy wyczytać inne parametry: $r = 0,03 \text{ m}$, $L = 0,069 \text{ m}$, $K_M = 0,048 \text{ Nm/A}$, $R = 2,17 \Omega$, $r_k = 1/120$, $V_{\max} = 7,4 \text{ V}$. Przedstawiony model opisany równaniami (1–5) użyty jest w symulacjach.

2.2. Śledzenie zadanej trajektorii

Zadaniem grupy robotów jest poruszanie się po zadanej trajektorii w środowisku bez przeszkód. Zadana trajektoria jest definiowana dla wirtualnego punktu odniesienia, którego położenie początkowe wybiera operator robotów. Zadaniem robotów jest podążanie za punktem odniesienia w określonej odległości, przy jednoczesnym zachowaniu zadanej odległości do najbliższych sąsiadujących robotów. Przez najbliższe sąsiadujące roboty rozumie się j -te roboty znajdujące się w zasięgu czujników i -tego robota poniżej określonej odległości granicznej. Roboty znają predefiniowane współrzędne punktu odniesienia. Położenie i -tego robota względem j -tego robota oraz względem punktu odniesienia pokazano na rys. 2.



Rys. 2. Wypadkowa siła wirtualna działająca na i -tego robota
Fig. 2. Resultant virtual force acting on the i -th robot

Na i -tego robota działają siły wirtualne pochodzące z wirtualnych połączeń sprężysto-tłumiących między najbliższymi robotami F_{ij} (między środkami osi napędowych robotów (punkt A_i i punkt A_j) a punktem odniesienia F_{ip} (między środkiem osi napędowej i -tego robota A_i a punktem odniesienia P). Wektory sił wirtualnych \overline{F}_{ij} i \overline{F}_{ip} opisują równania:

$$\overline{F}_{ij} = (k_{ij}e_{ij} + c_{ij}\dot{e}_{ij})\overline{\delta}_{ij}, \quad (6)$$

$$\overline{F}_{ip} = (k_{ip}e_{ip} + c_{ip}\dot{e}_{ip})\overline{\delta}_{ip}, \quad (7)$$

gdzie: $\overline{\delta}_{ij}$, $\overline{\delta}_{ip}$ – wektory jednostkowe wyznaczone od punktu A_i do punktu A_j i punktu odniesienia P.

Wartości wektorów \overline{F}_{ij} i \overline{F}_{ip} można wyznaczyć z równań:

$$F_{ij} = k_{ij}e_{ij} + c_{ij}\dot{e}_{ij}, \quad (8)$$

$$F_{ip} = k_{ip}e_{ip} + c_{ip}\dot{e}_{ip}, \quad (9)$$

gdzie: $k_{ij}, c_{ij} > 0$, $k_{ip}, c_{ip} > 0$ – odpowiednio, stałe sprężystości i tłumienia wirtualnych połączeń sprężysto-tłumiących łączących sąsiadujące roboty oraz i -tego robota z punktem odniesienia P.

Wartości deformacji wirtualnych sprężyn wyznaczamy z zależności:

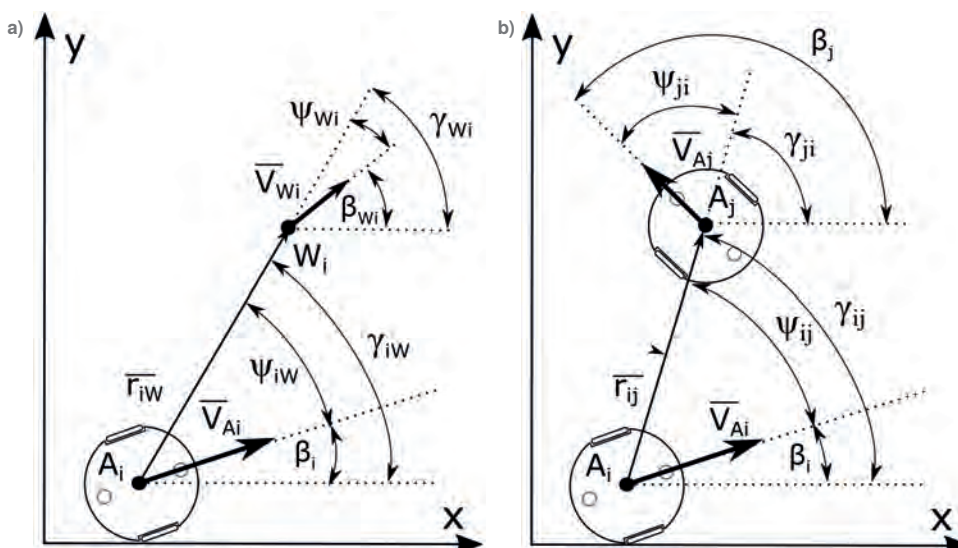
$$e_{ij} = r_{ij} - l_{ij} = \sqrt{(x_{Aj} - x_{Ai})^2 + (y_{Aj} - y_{Ai})^2} - l_{ij}, \quad (10)$$

$$e_{ip} = r_{ip} - l_{ip} = \sqrt{(x_p - x_{Ai})^2 + (y_p - y_{Ai})^2} - l_{ip}, \quad (11)$$

gdzie: $x_{Ai}, x_{Aj}, x_p \in R$, $y_{Ai}, y_{Aj}, y_p \in R$, – odpowiednio współrzędne x i y punktów A_i, A_j, P , $L_{ij}, L_{ip} > 0$ – długości sprężyn wirtualnych między punktami A_i i A_j , oraz punktami A_i i P.

Do wyznaczenia pochodnych deformacji wirtualnych sprężyn ($\dot{e}_{ij}, \dot{e}_{ip}$) wykorzystano równania (10, 11), zależności kątowe pokazane na rys. 3b oraz zależność między rzutami prędkości v_{Ai}, v_{Aj}, v_p a ich współzrędnymi, tj.:

$$\begin{aligned} v_{Ai} &= \dot{x}_{Ai} \cos \beta_i + \dot{y}_{Ai} \sin \beta_i, \\ v_{Aj} &= \dot{x}_{Aj} \cos \beta_j + \dot{y}_{Aj} \sin \beta_j, \\ v_p &= \dot{x}_p \cos \beta_p + \dot{y}_p \sin \beta_p. \end{aligned} \quad (13)$$



Rys. 3. Zależności kątowe

(a) między punktem A_i a punktem wypadkowym W_i ,
(b) między środkami osi napędowych robotów i, j

Fig. 3. The angular relationships
(a) between the point A_i of the i -th robot and resultant point W_i ,
(b) between the centers of the robots' drive axes i, j

Pochodne deformacji wirtualnych sprężyn wynoszą:

$$\dot{e}_{ij} = v_{A_j} \cos \psi_{ji} - v_{A_i} \cos \psi_{ij}, \quad (14)$$

$$\dot{e}_{ip} = v_p \cos \psi_{pi} - v_{A_i} \cos \psi_{ip}, \quad (15)$$

gdzie: $v_{A_i}, v_{A_j} \in R$ – prędkości środka osi napędowej i -tego i j -tego robota, $v_p \in R$ – prędkość punktu P .

Wartości kątów pokazanych na rys. 3b wynikają z zależności:

$$\begin{aligned} \psi_{ij} &= \gamma_{ij} - \beta_i, \\ \psi_{ji} &= \gamma_{ji} - \beta_j, \\ \psi_{ij}, \psi_{ji} &\in \langle -\pi, \pi \rangle \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{ij} &= \arctg2(y_{A_j} - y_{A_i}, x_{A_j} - x_{A_i}), \\ \gamma_{ji} &= \arctg2(y_{A_i} - y_{A_j}, x_{A_i} - x_{A_j}). \end{aligned} \quad (17)$$

Pochodne kątów $\dot{\psi}_{ij}, \dot{\psi}_{ji}, \dot{\psi}_{ip}$ są wyliczone podobnie jak pochodne deformacji wirtualnych sprężyn i wynoszą:

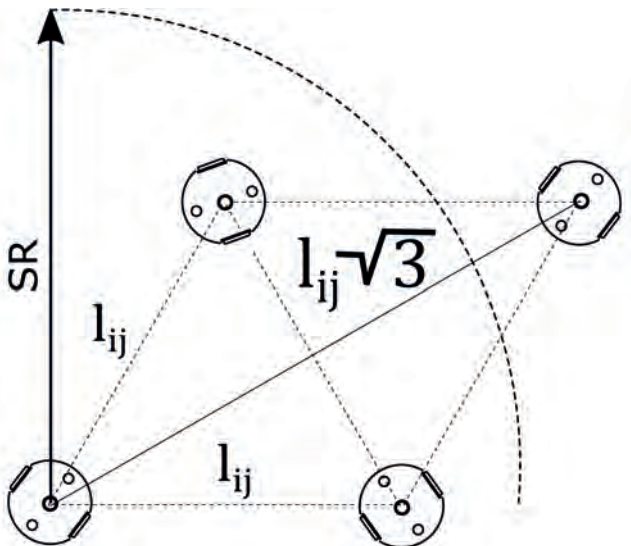
$$\dot{\psi}_{ij} = v_{A_i} \frac{\sin \psi_{ij}}{e_{ij} + l_{ij}} - v_{A_j} \frac{\sin \psi_{ji}}{e_{ij} + l_{ij}} - \dot{\beta}_i, \quad (18)$$

$$\dot{\psi}_{ji} = v_{A_j} \frac{\sin \psi_{ji}}{e_{ij} + l_{ij}} - v_{A_i} \frac{\sin \psi_{ij}}{e_{ij} + l_{ij}} - \dot{\beta}_j, \quad (19)$$

$$\dot{\psi}_{ip} = v_{A_i} \frac{\sin \psi_{ip}}{e_{ip} + l_{ip}} - v_p \frac{\sin \psi_{pi}}{e_{ip} + l_{ip}} - \dot{\beta}_i. \quad (20)$$

Kształt grupy określają odległości między najbliższymi robotami. Najbliższy robot jest zdefiniowany jako robot w zasięgu i -tych czujników robota, poniżej określonej odległości granicznej.

Najbliższe sąsiadujące roboty można zilustrować na przykładzie grupy bez punktu odniesienia. Siły działające od robotów zrównowazą się, gdy grupa utworzy siatkę trójkątów równobocznych. Dzieje się tak w przypadku, gdy na robota działają siły wirtualne pochodzące tylko od najbliższych sąsiadujących robotów, jak pokazano na rys. 4.



Rys. 4. Zakres sensorów robota
Fig. 4. Robot sensor range

Zakres sensorów (SR) jest opisany nierównościami:

$$l_{ij}\sqrt{3} < SR < l_{ij}. \quad (21)$$

Aby robot poruszał się w kierunku siły wypadkowej do jej źródła, wektor prędkości punktu A_i musi mieć kierunek wypadkowego wektora sił wirtualnych działających na tego robota, więc musi być spełniona zależność:

$$\overline{F_{iW}} \times \overline{dv_{A_i}} = 0, \quad (22)$$

gdzie: $\overline{F_{iW}}$ – wektor wypadkowy będący sumą wektorową wektorów $\overline{F_{ij}}$ i $\overline{F_{ip}}$ opisanych równaniami (6–9), $\overline{dv_{A_i}}$ – wektor nieskończenie małej prędkości punktu A_i .

Kąt ψ_{iW} (rys. 3a) między wektorami $\overline{F_{iW}}$ i $\overline{dv_{A_i}}$ będzie bliski zeru, jeśli wektor zadanej chwilowej prędkości kątowej ramy robota $\overline{\beta_{id}}$ będzie proporcjonalny i przeciwny do iloczynu wektorowego (22) [9]:

$$\overline{\beta_{id}} = -\lambda_1 (\overline{F_{iW}} \times \overline{dv_{A_i}}) \bar{k} = \bar{\omega}_i, \quad \lambda_1 > 0 \quad (23)$$

gdzie: \bar{k} – wektor jednostkowy na osi prostopadłej do ramy robota przechodzącej przez punkt A_i .

Po przekształceniu równania (23) otrzymamy, że wektor zadanej prędkości kątowej ramy robota powinien wynosić:

$$\overline{\beta_{id}} = \lambda_1 F_{iW} \sin(\psi_{iW}) \bar{k} \quad (24)$$

Wartość wektora zadanej prędkości kątowej ramy robota (24) opisuje równanie:

$$\dot{\beta}_{id} = \lambda_1 F_{iW} \sin(\psi_{iW}) = u_{\beta_i}, \quad \lambda_1 > 0, \quad (25)$$

Zakładając, że zadane przyspieszenie i -tego robota jest proporcjonalne do rzutu wektora $\overline{F_{iW}}$ na kierunek wektora v_{A_i} , wartość zadanej przyspieszenia punktu A_i będzie wynosiła:

$$a_{id} = \lambda_2 F_{iW} \cos(\psi_{iW}), \quad \lambda_2 > 0. \quad (26)$$

Całkując równanie (26) można wyznaczyć prędkość zadaną punktu A_i czyli:

$$v_{id} = \lambda_2 \int F_{iW} \cos(\psi_{iW}) dt = u_{vi}. \quad (27)$$

Każdy robot wyznacza swoje sygnały sterowania u_{vi} i u_{β_i} według równań (25, 27) na podstawie znanych położeń i prędkości sąsiadujących robotów i punktu odniesienia.

Punkt P porusza się zgodnie z zadanym profilem prędkości punktu. Profil ten został zdefiniowany jako gładka krzywa trapezowa z aproksymowanymi funkcjami sigmoidalnymi etapami przyspieszania i hamowania. Krzywa trapezowa opisana jest wzorem:

$$v_p = v_{pe} \left(\frac{1}{1 + e^{-c(t-b)}} - \frac{1}{1 + e^{-c(t-b1)}} \right) \quad (28)$$

gdzie: v_{pmax} – prędkość maksymalna punktu P (prędkość w ruchu ustalonym), c [1/s] – współczynnik przyspieszenia i hamowania punktu P , b [s], $b1$ [s] – odpowiednie współczynniki średniego czasu przyspieszania i hamowania, t [s] – czas symulacji. Jeżeli punkt P ma się poruszać po okręgu lub po jego części (pętli), to prędkość kątowa $\dot{\beta}_p$ zmienia się zgodnie ze wzorem:

$$\dot{\beta}_p = \begin{cases} 0, & \text{dla } 0 \leq t < b2 \\ \frac{v_p}{R}, & \text{dla } b2 \leq t \leq b3 \\ 0, & \text{dla } t > b3 \end{cases} \quad (29)$$

gdzie: $b2$ [s], $b3$ [s] – współczynniki opisujące czas wejścia i wyjścia z pętli, R [m] – promień pętli.

Jako miarę określającą pozycję grupy robotów wybrano geometryczny środek grupy robotów. Współrzędne środka geometrycznego grupy $T(x_p, y_p)$ opisują równania:

$$x_T = \frac{\sum_{i=1}^n x_{Ai}}{n}, \quad y_T = \frac{\sum_{i=1}^n y_{Ai}}{n}. \quad (30)$$

Natomiast prędkość środka geometrycznego wynoszą:

$$\dot{x}_T = \frac{\sum_{i=1}^n \dot{x}_{Ai}}{n}, \quad \dot{y}_T = \frac{\sum_{i=1}^n \dot{y}_{Ai}}{n}, \quad (31)$$

gdzie: i – numer robota, n – liczba robotów.

Sterowanie i -tego robota (rys. 5) można opisać następująco. Zadana trajektoria i -tego robota jest realizowana przez algorytm sterowania nadążnego. Jako regulator zastosowano regulator PD (blok „PD”). Wzmocnienia regulatora dobrano eksperymentalnie, ustalając wartości $k_p = 0,113$ oraz $k_i = 0,046$. Rozwiązując zadanie proste dynamiki mobilnego robota kołowego (blok „MRKi”, przekształcone równanie (3)), wyznaczono parametry kinematyczne: α_{1i} , α_{2i} , $\dot{\alpha}_{1i}$, $\dot{\alpha}_{2i}$, dla i -tego robota, które na podstawie równań (2) pozwalają na obliczenie rzutów prędkości punktu A_i , tj.: \dot{x}_{Ai} , \dot{y}_{Ai} oraz prędkość kątową $\dot{\beta}_i$ (blok „wyznaczenie prędkości MRK”). Znajomość tych wartości oraz warunków początkowych umożliwia wyznaczenie współrzędnych punktów A_i oraz kątów orientacji ram β_i wszystkich robotów. Przy znajomości parametrów kinematycznych robotów i znajomości współrzędnych punktu odniesienia, opartych na równaniach (10–20) wyznaczono odległości między robotami e_{ij} , robotami a punktem odniesienia e_{ip} , kąty między wektorami sił wirtualnych \bar{F}_{ij} , \bar{F}_{ip} oraz osi p , czyli ψ_{ij} , ψ_{ip} i ich pochodne (blok „wyznaczenie odległości i orientacji”). Znając odległości, kąty i ich pochodne, można znaleźć sygnały sterowania u_{vi} , $u_{\beta i}$ za pomocą równań (25, 27) (blok „wyznaczenie sterowań regulatora nadrzędnego”). Na podstawie równań (1) i (2) (blok „zadanie odwrotne kinematyki”) wyznaczana jest zadana trajektoria dla i -tego robota.

3. Wyniki

Zadaniem grupy robotów jest podążanie za punktem odniesienia, który porusza się zgodnie z zadaną trajekcją, np. po linii prostej, po pętli itp. Przyjmuje się, że grupa podąża za trajekcją prawidłowo, gdy geometryczny środek grupy pokrywa się z punktem odniesienia z założoną dokładnością. Wartości współczynników sprężystości i tłumienia oraz wartości parametrów λ_1 , λ_2 dobierane są doświadczalnie.

Procedura doboru parametrów sterowania grupą (tab. 1) wymaga w pierwszej kolejności ustawienia wartości λ_2 na 1. Parametr ten może służyć do zwiększania lub zmniejszania prędkości robotów, jeśli prędkość ruchu grupy nie jest zadowalająca. Parametr λ_1 powinien być ustawiony na wartość o rząd wielkości wyższą niż λ_2 , aby nadać priorytet zmianom kąta obrotu ram robotów w kierunku punktu W_i nad ruchem do tego punktu. Wartości współczynników sprężystości i tłumienia powinny być wówczas wyrównane, z małymi wartościami poniżej 1, aby zapewnić stabilność sterowania. Następnie w serii symulacji należy zwiększyć wartości współczynnika tłumienia, aby ograniczyć ruch oscylacyjny robotów, oraz dopasować wartości współczynnika sprężystości, aby wartość odkształcenia była bliska zero. W artykule nie przedstawiono formalnego dowodu stabilności sterowania grupy, dlatego w celu określenia odpowiednich parametrów należy zastosować metodę prób i błędów.

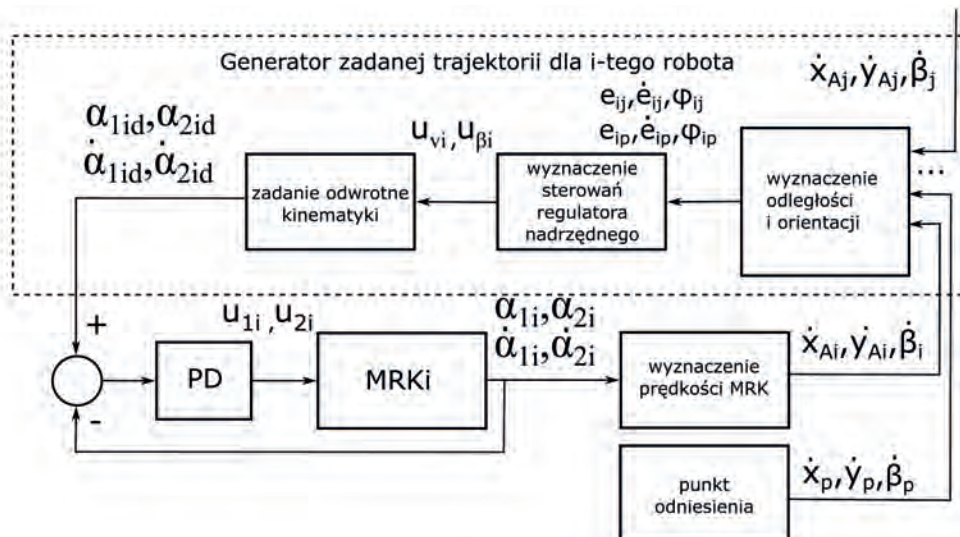
3.1. Symulacja

Symulacja dotyczy grupy pięciu robotów kołowych, które po procesie samoorganizacji wokół punktu odniesienia $P = [0, 7, 0]$ m podążają za poruszającym się punktem odniesienia po zadanej trajektorii. Punkt odniesienia porusza się po krzywej typu prosta-pętla-prosta z maksymalną prędkością $v_{pmax} = 0,02$ m/s osiągając położenie końcowe $[-0, 7, 0]$ m. Odcinek prostej ma długość 0,7 m, pętla ma średnicę $R = 0,2$ m i środek w punkcie $(0, 0)$. Współczynniki profilu prędkości opisanego równaniami (26, 27) wynoszą: $b = 8,3$ s, $b1 = 109,6$ s, $b2 = 43$ s,

Tabela 1. Założone parametry symulacji

Table 1. Assumed parameter values for the simulation

$k_{ij} = 0,8$ N/m	$k_p = 0,7$ N/m	$c_{ij} = 1,8$ Ns/m
$c_{ip} = 1,8$ Ns/m	$\lambda_1 = 120$ rad/Ns	$\lambda_2 = 1$ kg ⁻¹
$l_{ij} = 0,28$ m	$l_p = 0,24$ m	

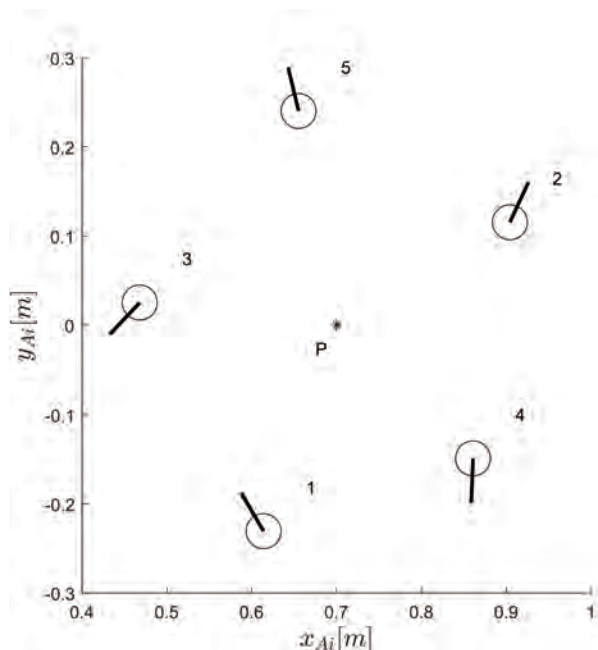


Rys. 5. Schemat sterowania i -tego robota

Fig. 5. Schematics of control in case of the i -th robot

$b_3 = 75$ s, $c = 5$ 1/s. Zadaniem robotów jest osiągnięcie i utrzymanie zadanej odległości względem siebie l_{ij} oraz względem punktu odniesienia.

Ze względu na wprowadzone zakłócenia sensorów, poniższe wykresy przedstawiają wykresy co dwudziestą próbkę. Dla przejrzystości wykresów przedstawiono dane dla robota 1. Dane



Rys. 6. Położenia początkowe i orientacje robotów nr 1-5
Fig. 6. The initial positions of A_i points and the orientations of the robot frames no. 1-5

Tabela 2. Współrzędne początkowe i orientacje robotów

Table 2. Initial values of the coordinates of the A_i points and the orientation angles of the robot frames

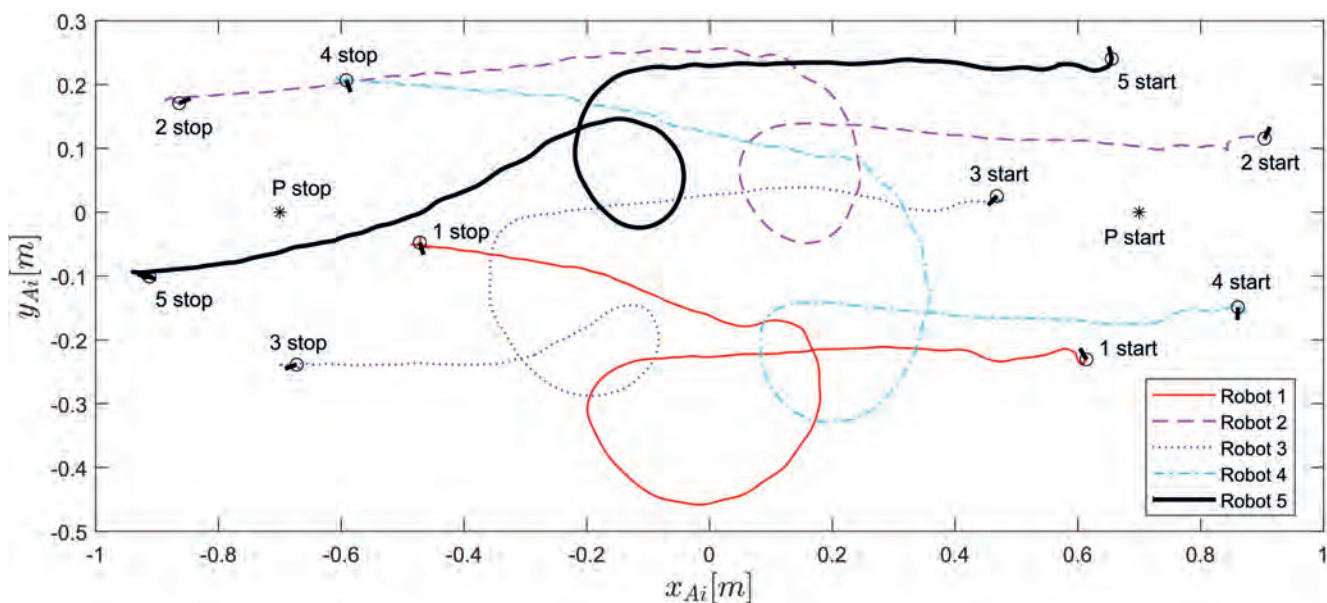
$x_{01} = -0,614$ m	$x_{02} = 0,904$ m	$x_{03} = 0,468$ m	$x_{04} = 0,86$ m	$x_{05} = 0,655$ m
$y_{01} = -0,23$ m	$y_{02} = 0,115$ m	$y_{03} = 0,025$ m	$y_{04} = -0,15$ m	$y_{05} = 0,24$ m
$\beta_{01} = 2,12$ rad	$\beta_{02} = 1,12$ rad	$\beta_{03} = -2,35$ rad	$\beta_{04} = -1,61$ rad	$\beta_{05} = -1,82$ rad

z innych robotów pokrywają się z wynikami robota 1 i pokazują podobne zachowania jak robot 1. Parametry symulacji przedstawiono w tabeli 1, natomiast pozycje początkowe robotów A_i oraz kąty orientacji ramy przedstawiono w tabeli 2 oraz na rys. 6.

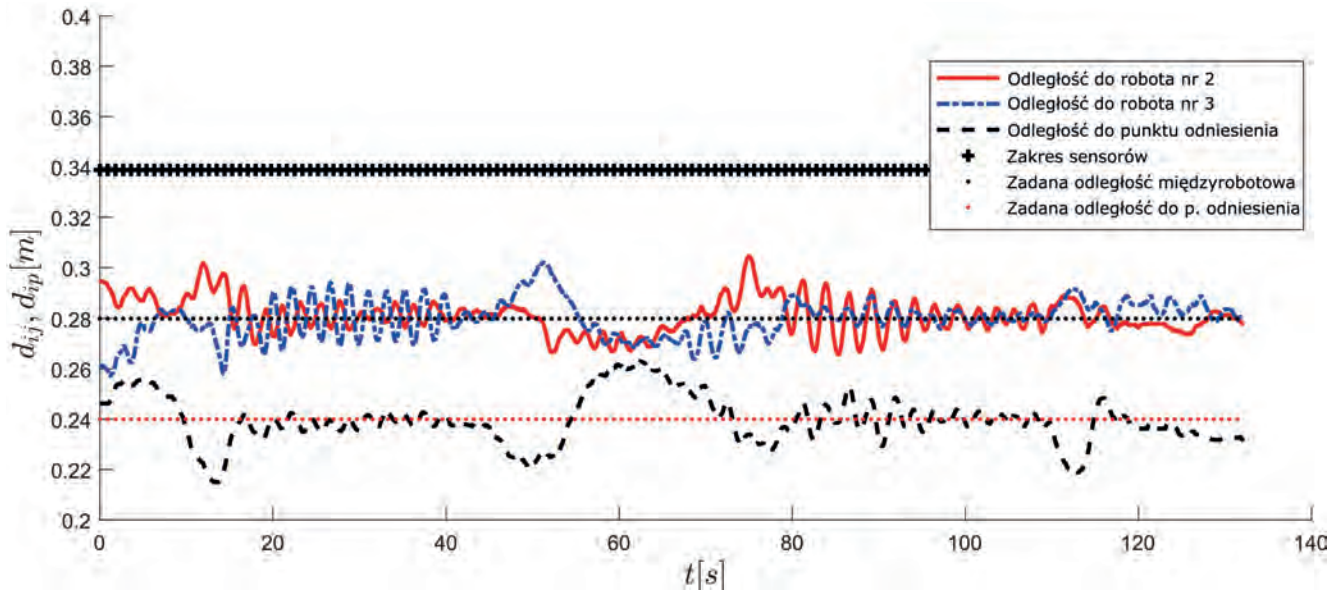
Na wykresie torów ruchu robotów (rys. 7) wyraźnie widoczne są „pętle” i proste dla poszczególnych robotów. Ponadto ostateczny kształt grupy to pięciokąt foremny, czyli kształt przed rozpoczęciem ruchu grupy. Biorąc pod uwagę odległości między robotami (rys. 8), ich oscylacje wokół pożądanego wartości, można stwierdzić, że grupa utrzymywała podczas ruchu kształt zbliżony do pożądanego. Różnica między początkową i końcową pozycją robotów w kształcie grupy jest znacząca. Zmiana pozycji robotów wynika z obrotu grupy podczas przechodzenia przez pętlę. Rotacja jest efektem działania na roboty niezerowych rzutów sił wirtualnych stycznych do kształtu grupy.

Przeprowadzona symulacja podążania grupy robotów za zadaną trajektorią pokazuje, że kształt toru geometrycznego środka grupy opisanego równaniami (30, 31) jest zbliżony do kształtu toru punktu odniesienia, przy zachowaniu zadanego kształtu grupy. Odległości między robotami są bliskie zadanym wartościom, co pokazuje, że ruch robotów ma niewielki wpływ na deformację kształtu grupy. Rysunki (9a, 9b, 10a, 10b) pokazują parametry geometryczne ruchu grupy robotów.

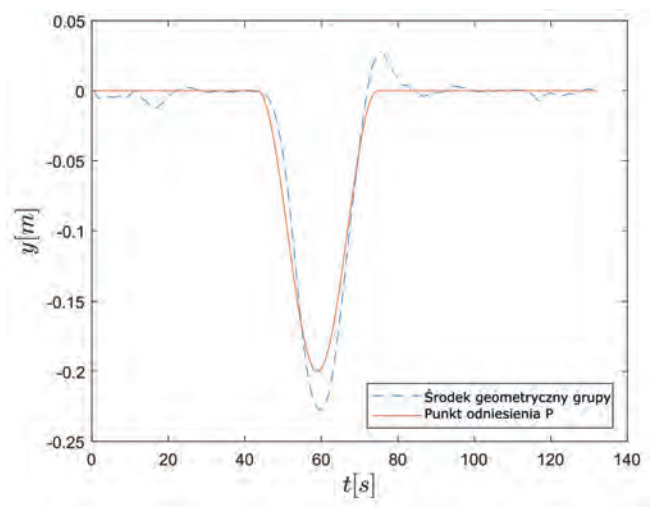
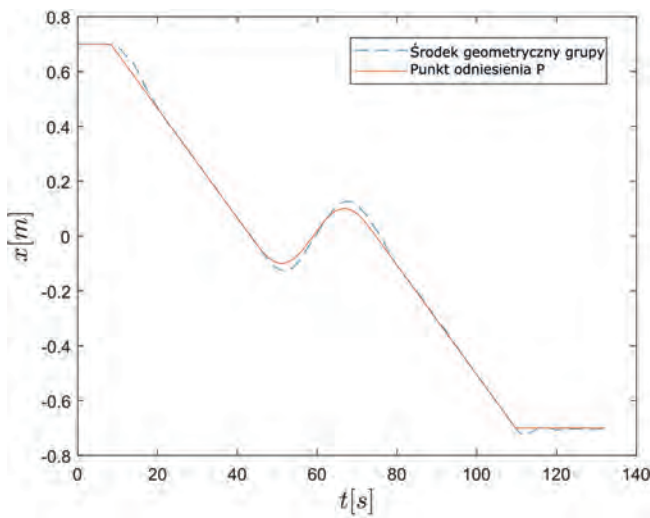
Wykresy składowych prędkości punktu odniesienia i geometrycznego środka grupy (rys. 10a, 10b) mają zbliżony kształt. Widać, że po etapie przyspieszenia punktu referencyjnego (rys. 10a) w 8 s prędkość grupy zostaje przekroczona i osiąga wartość około 0,035 m/s w 18 s. Przekroczenie prędkości grupy o 0,015 m/s wynika z przekroczenia przez roboty żądanej odległości od punktu odniesienia. Podobne zjawisko zachodzi podczas hamowania grupy robotów (109,6 s). Grupa zachowuje się jak ciało odkształcalne. Ze względu na dużą prędkość, śro-



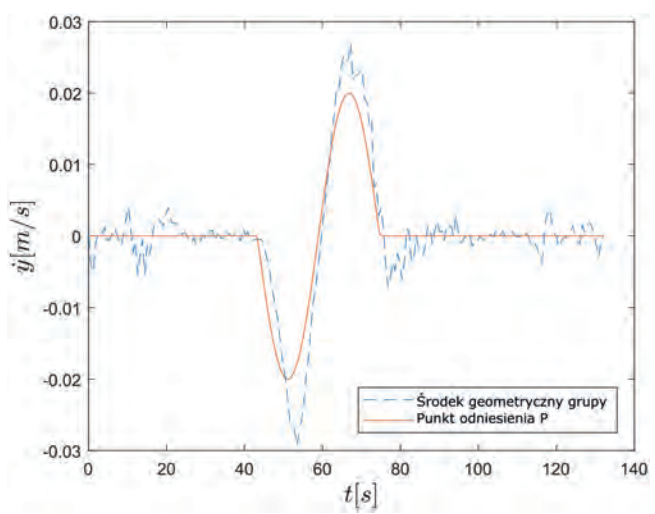
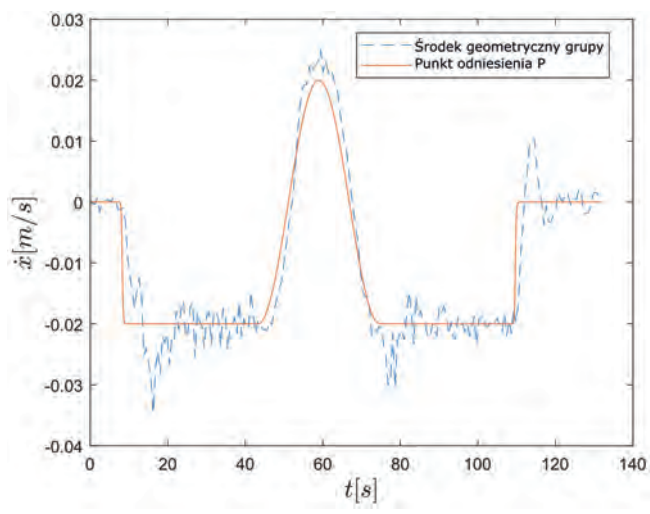
Rys. 7. Tory ruchu robotów
Fig. 7. Paths of the robots



Rys. 8. Osiągnięte odległości między robotem nr 1 a punktem odniesienia i sąsiadującymi robotami, symulacja
 Fig. 8. Distances obtained in the simulation between robot no. 1, the reference point and the other neighboring robots in the group



a) b)
 Rys. 9. Porównanie współrzędnych środka geometrycznego grupy robotów i punktu odniesienia, a) oś x, b) oś y
 Fig. 9. Comparison of the values of the coordinates of the group's geometric center and the reference point: (a) x coordinates, (b) y coordinates



a) b)
 Rys. 10. Porównanie prędkości środka geometrycznego grupy robotów i punktu odniesienia, a) oś x, b) oś y
 Fig. 10. Comparison of the velocities of the group's geometric center and the reference point: (a) x coordinates, (b) y coordinates

dek geometryczny grupy przekracza punkt zatrzymania, ale w ciągu 5 s powraca w jego okolice (rys. 9a, 9b). Położenie i prędkość geometrycznego środka grupy podczas ruchu grupy po pętli (43–75 s) wskazują, że grupa porusza się po zadanej trajektorii. Różnica odległości między punktem odniesienia a środkiem geometrycznym grupy nie przekracza 3 cm (rys. 9b, 60 s). Podobnie jak w przypadku przyspieszania i zwalniania punktu odniesienia, grupa robotów zachowuje się jak ciało odkształcalne, wartości współrzędnych i prędkość geometrycznego środka grupy oscylują wokół zadanych wartości. Gdy grupa robotów porusza się po linii prostej, wartości współrzędnych i prędkości geometrycznego środka grupy są najbliższe zadanej wartości. Największe różnice wartości pojawiają się podczas przyspieszania, hamowania i zmiany kierunku ruchu grupy robotów.

3.2. Weryfikacja

Do weryfikacji testów wykorzystano system Motion Capture. Laboratorium badawcze (rys. 11a) służy do badań eksperymentalnych i testowania algorytmów sterowania rojem lub grupą robotów kołowych, składa się głównie dwóch systemów: systemu wizyjnego oraz systemu komunikacji bezprzewodowej

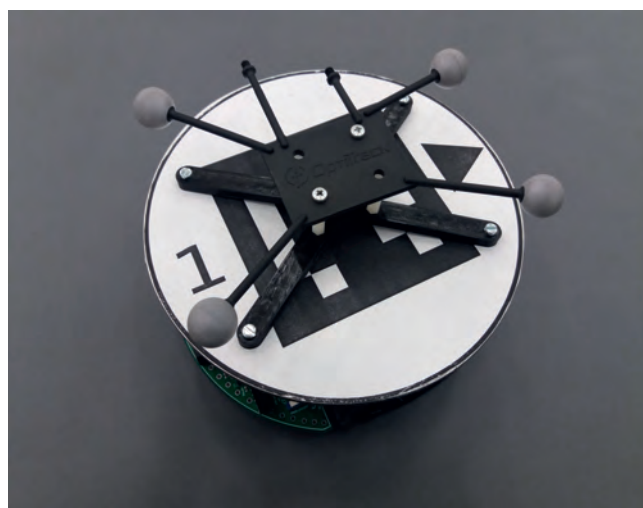
z robotami. Motion Capture [2] to technologia pozwalająca na określenie pozycji i śledzenie ruchu znaczników odbijających lub generujących światło podczerwone. Technologia opiera się na systemie wizyjnym składającym się z więcej niż trzech kamery na podczerwień. Przedstawione w artykule badania eksperymentalne przeprowadzono na udostępnionej arenie badawczej przez Federalny Uniwersytet Techniczny w Lozannie dzięki udziałowi w TerriNet (ang. *The European Robotics Research Infrastructure Network*).

Laboratorium (rys. 11a) zostało wyposażone w kamery na podczerwień umożliwiające wyznaczenie położenia znaczników umieszczonych na robocie (rys. 11b) z dokładnością do 0,15 mm przy zachowaniu 350 klatek na sekundę. Eksperyment przeprowadzono dla takich samych wartości parametrów grupy robotów jak w symulacji.

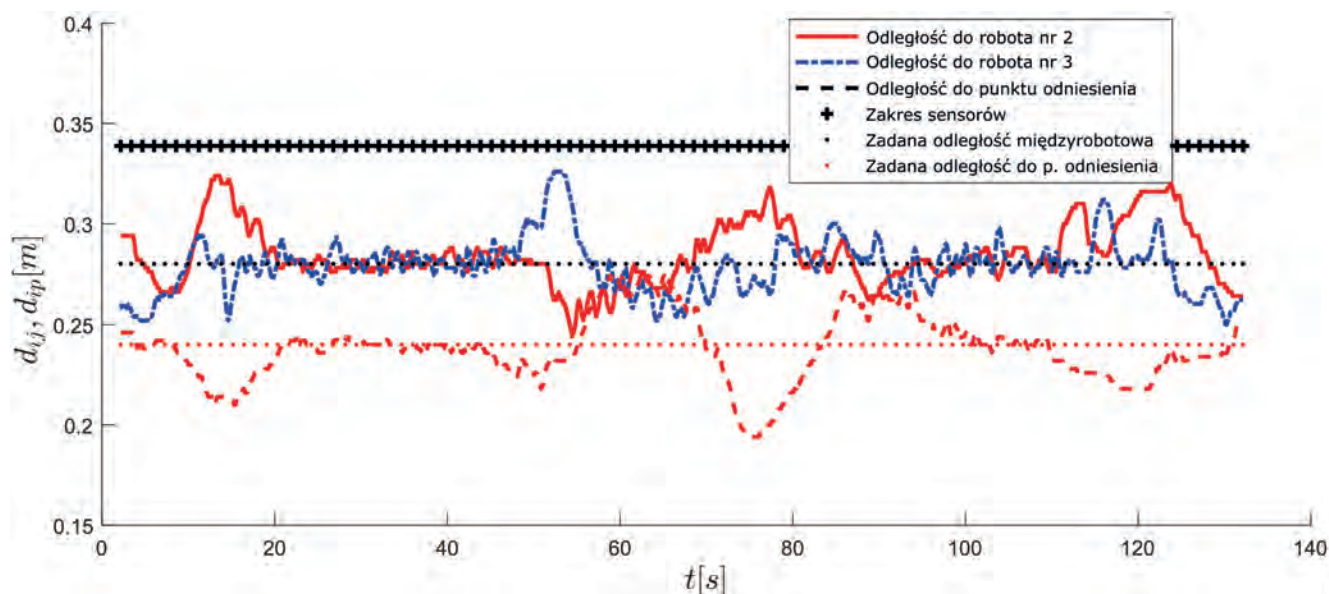
Z wykresów odległości między robotami (rys. 12) wynika, że grupa robotów zachowywała kształt zbliżony doadanego, z największą deformacją podczas jazdy po pętli. Podobnie jak na rys. 13, ostateczny kształt grupy to pięciokąt foremny. Podobnie jak w przypadku symulacji (rys. 8), wykres torów robotów (rys. 13) przedstawia śledzenie toru grupy w kształcie pięciokąta foremnego. W początkowej fazie ruchu grupy roboty poruszają



Rys. 11. a) arena badawcza, b) robot z markerami
Fig. 11. a) robotic arena, b) robot with markers



b)



Rys. 12. Osiągnięte odległości między robotem nr 1 a punktem odniesienia i sąsiadującymi robotami, eksperyment
Fig. 12. Distances obtained in the experiment between robot no. 1, the reference point and the other neighboring robots in the group

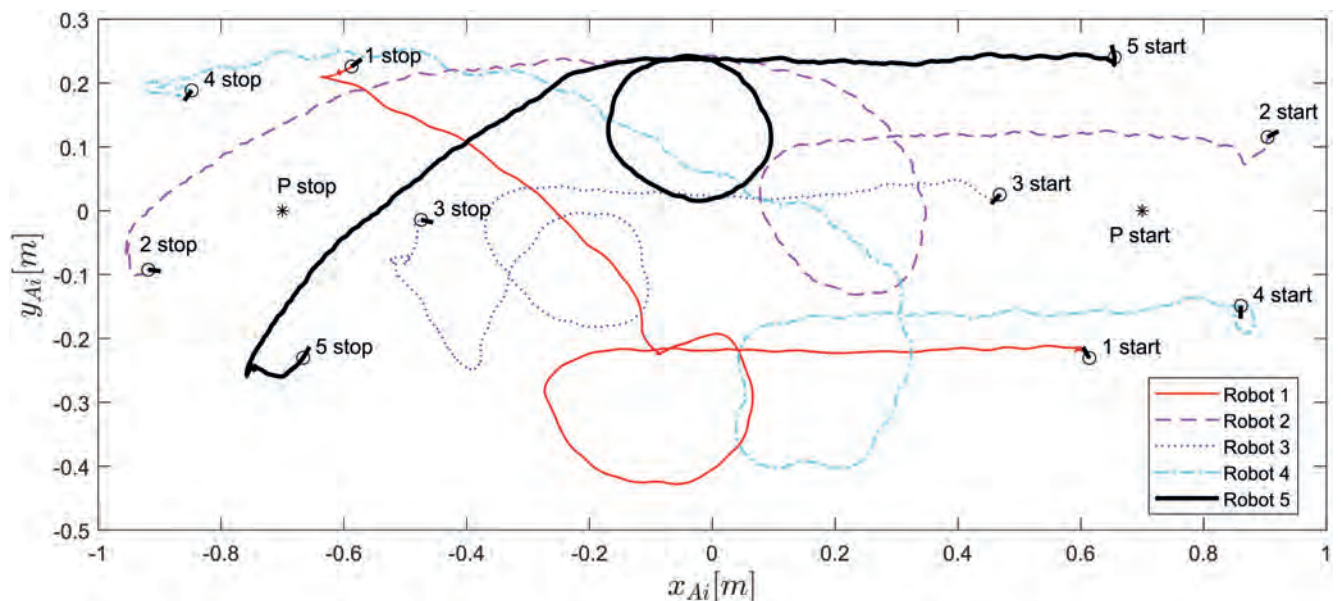
się po linii prostej, co jest widoczne na wykresie toru robotów (rys. 13). Widoczne są również tory przypominające pętle. Po wyjściu z pętli roboty 1, 4 i 5 zaczęły poruszać się po linii prostej, natomiast robot 2 po łuku. Robot 3, ze względu na to, że znajdował się najbliżej końcowej pozycji grupy robotów, poruszał się po najkrótszej krzywej, która pozwalała na utrzymanie zadanej odległości do punktu odniesienia i sąsiednich robotów. Rysunki (14a, 14b, 15a, 15b) pokazują parametry geometryczne ruchu grupy robotów po eksperymencie.

W porównaniu z symulacją (rys. 10a, 10b) wykresy składowych prędkości punktu odniesienia i geometrycznego środka grupy (rys. 15a, 15b) mają zbliżony kształt. W fazie przyspieszania punktu odniesienia (rys. 15a) 13 s, hamowania 109,6 s i przechodzenia przez pętlę (43–75 s) odpowiednio zmieniają się prędkości środka geometrycznego. Podobnie jak w przypadku symulacji, grupa robotów zachowuje się jak ciało odkształcalne. Wartości współrzędnych (rys. 14a, 14b) oraz prędkość geometrycznego środka grupy osiągają swoje maksymalne wartości w momencie zmiany prędkości lub kierunku punktu odniesienia. Z biegiem czasu współrzędne i prędkość geometrycznego środka grupy osiągają ustalone wartości, oscylując wokół nich. Podobnie jak w symulacji, wartości współrzędnych i prędkości środka

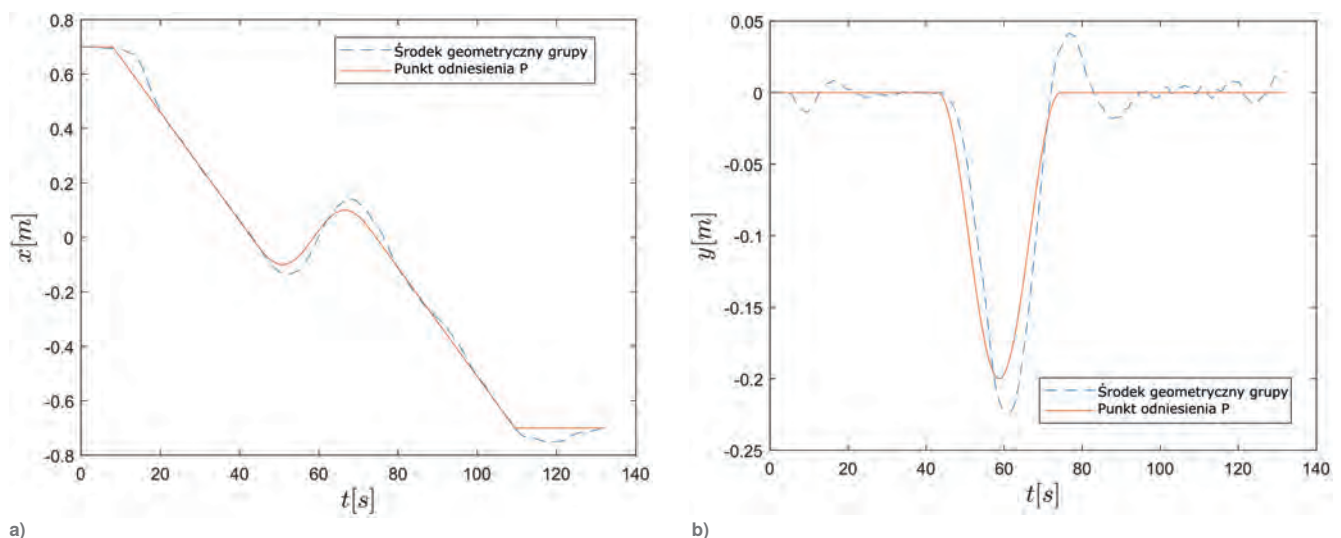
geometrycznego grupy są najbliższe zadanym wartościom, gdy grupa robotów porusza się po linii prostej. Największe różnice wartości pojawiają się podczas przyspieszania, hamowania i zmiany kierunku ruchu grupy.

4. Dyskusja

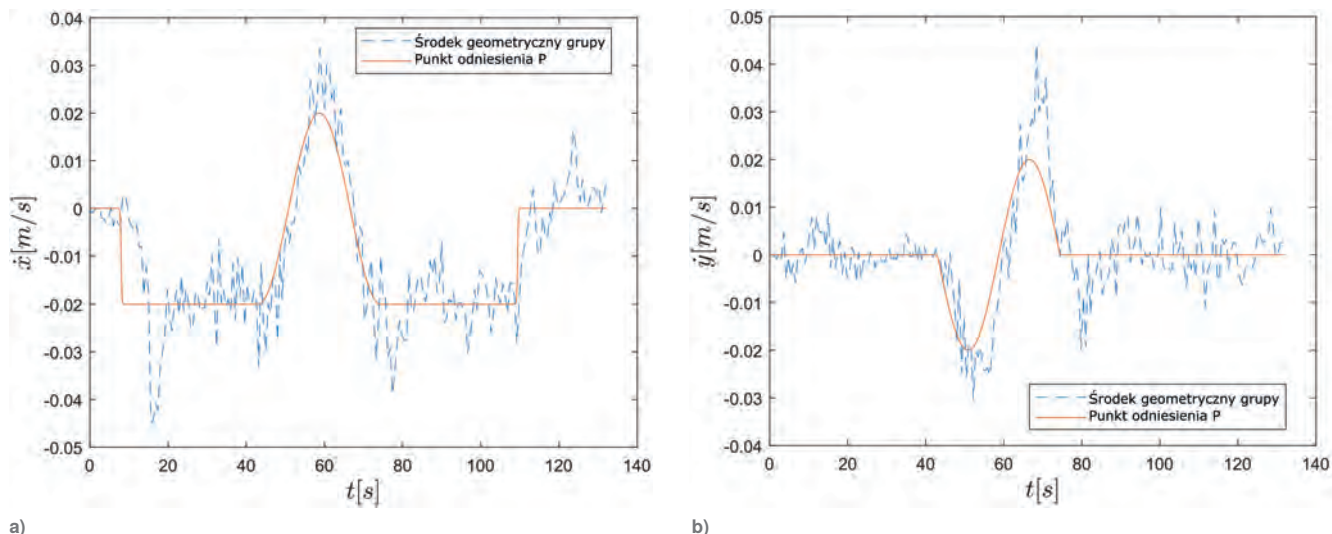
Wyniki eksperymentu sterowania nadążnego grupy robotów dowodzą, że podczas przyspieszania i hamowania grupy oraz podczas ruchu po pętli odległości między robotami odbiegają od zadanej wartości maksymalnie o ok. 0,05 m. Podobne różnice dotyczą odległości między robotami a punktem odniesienia, gdzie błąd jest mniejszy niż 0,06 m. Dla grupy robotów poruszającej się po linii prostej ze zadaną stałą prędkością błędy w osiągnięciu zadanej odległości między robotami oraz między robotami a punktem odniesienia są o połowę mniejsze. Odległość geometrycznego środka grupy od punktu odniesienia była mniejsza niż 0,03 m. Podczas zmiany wartości lub kierunku prędkości punktu odniesienia kształt grupy ulega deformacji. Deformacja kształtu grupy jest bezpośrednio związana ze wzrostem różnicy odległości między robotami



Rys. 13. Tory ruchu robotów
Fig. 13. Paths of the robots



Rys. 14. Porównanie współrzędnych środka geometrycznego grupy robotów i punktu odniesienia, a) oś x, b) oś y
Fig. 14. Comparison of the values of the coordinates of the group's geometric center and the reference point: (a) x coordinates, (b) y coordinates



Rys. 15. Porównanie prędkości środka geometrycznego grupy robotów i punktu odniesienia, a) oś x, b) oś y
 Fig. 15. Comparison of the velocities of the group's geometric center and the reference point: (a) x coordinates, (b) y coordinates

i robotami a punktem odniesienia. Na wykresach wartości współrzędnych i rzutów prędkości geometrycznego środka grupy można wyróżnić etapy przyspieszania, ruchu ze stałą prędkością i hamowania grupy robotów. Ponadto na podstawie wyników symulacji i eksperymentu można stwierdzić, że grupa zachowuje się jak ciało elastycznie odkształcalne. Każda zmiana prędkości lub kierunku punktu odniesienia była odwzorowywana przez grupę z opóźnieniem przy jednoczesnej deformacji kształtu grupy robotów. Widać to wyraźnie na wykresach porównujących wartości współrzędnych i rzutów prędkości geometrycznego środka grupy i punktu odniesienia. Wykresy te przedstawiają oscylacje o zanikającej amplitudzie charakterystyczne dla drgań tłumionych. Ze względu na nieliniowy charakter drgań w badaniach nie uzyskano formalnego dowodu stabilności sterowania grupy dla ruchu nadążnego. Można zauważyć, że tłumienie oscylacji prędkości robota jest powiązane ze współczynnikami projektowymi c_{ij} , c_{io} , c_{ip} . Z przeprowadzonych symulacji i eksperymentów wynika, że odpowiedni dobór tych współczynników umożliwia zapewnienie stabilności grupy przy założeniu, że błędy nadążania robotów są ograniczone, a przyspieszenie i prędkość punktu odniesienia są ograniczone i możliwe do osiągnięcia przez roboty. Ponadto musi być spełnione założenie, że proponowane sterowanie prędkością kątową robotów $\dot{\beta}_i$ zmniejsza wartość kąta ψ_{iW} do zera.

5. Wnioski

Z badań numerycznych i eksperymentalnych wynika, że grupa robotów porusza się po zadanej trajektorii, zachowując kształt zbliżony do pożądanego. W pracy przedstawiono przykład sterowania nadążnego grupy robotów, w którym jako zadany tor grupy przyjęto tor typu prosta-pętla-prosta. Kształt grupy robotów można zdefiniować, dobierając odpowiednie długości zadanych odległości między najbliższymi robotami oraz między robotami a punktem odniesienia, zgodnie z zasadami geometrii. Przeprowadzono testy numeryczne wraz z badaniami eksperymentalnymi podążania za zadaną trajektorią dla grupy pięciu robotów kołowych. Dla zaproponowanego algorytmu sterowania otrzymano podobne wykresy wartości sygnałów z testów numerycznych i badań weryfikacyjnych. Uzyskane wyniki dowodzą poprawności modelu grupy robotów. Wyniki przeprowadzonej weryfikacji są porównywalne z wynikami symulacji. Można stwierdzić poprawność przyjętego opisu zachowania grupy i na pod-

stawie wyników eksperymentu można powiedzieć, że zaproponowany algorytm sterowania umożliwia podążanie grupy robotów za ruchomym punktem odniesienia w środowisku bez przeszkód.

Bibliografia

1. Mechali O., Iqbal J., Wang J., Xie X., Xu L., *Distributed Leader-Follower Formation Control of Quadrotors Swarm Subjected to Disturbances*; 2021 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA), 1442–1447. DOI: 10.1109/ICMA52036.2021.9512623.
2. Anderson B.D.O., Yu C., Fidan B., Hendrickx J.M., *Rigid graph control architectures for autonomous formations*. "IEEE Control Systems Magazine", Vol. 28, No. 6, 2008, 48–63. DOI: 10.1109/MCS.2008.929280.
3. Liu L., Guo R., Ji J., Miao Z., Zhou J., *Practical consensus tracking control of multiple nonholonomic wheeled mobile robots in polar coordinates*. "International Journal of Robust and Nonlinear Control", Vol. 30, No. 10, 2020, 3831–3847, DOI: 10.1002/rnc.4967.
4. Han X., Cao X., Lloyd E., Shen C.C., *Deploying Directional Sensor Networks with Guaranteed Connectivity and Coverage*; 2008 5th Annual IEEE Communications Society Conference on Sensor, Mesh and Ad Hoc Communications and Networks; 153–160. DOI: 10.1109/SAHCN.2008.28.
5. Spears W.M., Spears D.F., *Physicomimetics: Physics-based swarm intelligence*; Springer Science and Business Media, 2012.
6. Tan G., Zhuang J., Zou J., Wan L., Sun Z., *Artificial potential field-based swarm finding of the unmanned surface vehicles in the dynamic ocean environment*. "International Journal of Advanced Robotic Systems", 2020, DOI: 10.1177/1729881420925309.
7. Giergiel M., Hendzel Z., Zylski W., *Modelowanie i sterowanie mobilnych robotów kołowych* (in Polish); Wydawnictwo Naukowe PWN, 2013.
8. Spong M., Hutchinson S., Vidyasagar M., *Robot Modeling and Control*, 2nd edition; Wiley, 2020.
9. Żylski W., *Motion planning for wheeled mobile robot using potential field method*. "Journal of Theoretical and Applied Mechanics", Vol. 42, No. 3, 2004, 695–705.
10. Field M., Stirling D., Naghdy F., Pan Z., *Motion capture in robotics review*; 2009 IEEE International Conference on Control and Automation, 2010; 1697–1702. DOI: 10.1109/ICCA.20 319 09.5410185.

Trajectory Tracking of a Wheeled Robotic Group Connected with Virtual Spring-Damper Mesh

Abstract: The article presents the solution to the problem of trajectory tracking of a self-organized group of wheeled robots in the environment without obstacles. The group of robots is tracking a trajectory realized as following a reference point by the geometric center of the group, as well as simultaneously, reaching and maintaining a given distance between neighboring robots. The proposed method is based on virtual forces from virtual spring-damper connections between robots, which allows for the trajectory tracking of the previously self-organized group while maintaining its desired shape. The presented method of control is described in detail with the description of i -th robot dynamics and was tested numerically and experimentally. The paper presents the results of numerical tests and experimental research and ends with discussion and conclusions. The paper's results could be expanded for applications related to robotic group trajectory tracking.

Keywords: robotic group, wheeled robots, trajectory tracking, physicomimetics, robotic group control

dr inż. Jakub Wiech

j.wiech@prz.edu.pl

ORCID: 0000-0002-6236-5377



Adiunkt w Katedrze Mechaniki Stosowanej i Robotyki Politechniki Rzeszowskiej. W 2022 roku uzyskał tytuł doktora na Politechnice Rzeszowskiej w dyscyplinie inżynieria mechaniczna. W 2019 roku brał udział w projekcie TerriNet, pracując nad algorytmami sterowania rojami i grupami robotów kołowych. Jego zainteresowania naukowe obejmują obszar robotyki, a w szczególności autonomiczne systemy sterowania robotami mobilnymi. Zainteresowania badawcze obejmują również analizę drgań mechanicznych i uczenie maszynowe.