

System stabilizacji położenia niskoorbitalnego satelity okołoziemskiego z użyciem dwóch kół reakcyjnych i magnetosiłowników

Radosław Zawiski

Systemy stabilizacji dla satelitów o wysokich wymaganiach dotyczących precyzji orientacji, takich jak satelity komunikacyjne czy obserwacyjne, są zwykle realizowalne z użyciem kół reakcyjnych. Najczęściej stosowana jest kombinacja trzech kół wzajemnie do siebie prostopadłych (rozpinających przestrzeń R3) oraz czwarte – koło zapasowe. Taki system jest wspomagany systemem magnetosiłowników używanym do zrzucania zmagazynowanego w kołach momentu. Artykuł porusza problem systemu stabilizacji wykorzystującego jedynie dwa koła reakcyjne i używającego permanentnie magnetosiłowników jako kompensacji trzeciego koła. Projektowanie systemu jest wieloetapowe. Zawiera między innymi stworzenie algorytmu propagującego położenie na orbicie, etapy budowy modelu satelity zawierającego koła reakcyjne oraz magnetosiłowniki, jak również sposób linearyzacji modelu wokół położenia wskazującego nadir. Powstały system jest aproksymowany jako periodyczny pod względem zmian w zewnętrznym polu magnetycznym. Periodyczność jest wykorzystana do konstrukcji optymalnego kontrolera z nieskończonym horyzontem. Poprawne działanie systemu, czyli stabilizacja położenia przy dużych odchyleniach początkowych, jak również dużych prędkościach kątowych jest wykazana na drodze symulacji.

Współczesne satelity kosmiczne produkowane z materiałów najwyższej jakości są urządzeniami o coraz bardziej skomplikowanej strukturze. Pomimo licznych modyfikacji mających zapewnić stuprocentową wytrzymałość i przewidywalność zachowań poszczególnych elementów konstrukcyjnych, satelity wciąż ulegają awariom i usterkom powodowanym zarówno przez czynniki zewnętrzne, jak i błędy projektowe.

Szczególnie niebezpieczne są uszkodzenia systemu stabilizacji, ponieważ oznaczają niemożność kontynuowania misji satelity, co najczęściej oznacza ogromne straty finansowe (satelity komunikacyjne). Konieczne jest więc stosowanie różnorodnych rozwiązań w obrębie jednego satelity, większość których jest redundantna. Artykuł porusza kwestię szczególnego przypadku takiego rozwiązania, bazującego na dwóch kołach reakcyjnych i zespole magnetosiłowników wytwarzających magnetyczny moment dipolowy w każdym kierunku. Rozwiązanie takie, nie tylko będące kolejną

formą zabezpieczenia, niesie ze sobą możliwą redukcję kosztów budowy danego satelity, ponieważ koła reakcyjne jako urządzenia wysokiej precyzji, wymagające określonej przestrzeni wewnątrz satelity, stanowią istotny wydatek.

Podstawy teoretyczne

Jednym z podstawowych sposobów opisu położenia satelity jest zastosowanie macierzy kosinusów (ang. *Direction Cosine Matrix* – DCM) określającej transformacje między układami odniesienia. Macierz transformacji R , jako rzeczywista macierz ortogonalna, ma właściwości pozwalające na realizację łańcucha transformacji (transformacja z układu i do b może być dokonana za pomocą układu pośredniego r poprzez konsekwentne mnożenie 'łańcuchowe', np. $R_{bi} = R_{br} R_{ri}$) lub zbiór wartości własnych w postaci

$$\Lambda = \{e^{i\Phi}, e^{-i\Phi}, 1\} \quad (1)$$

gdzie Φ – kąt obrotu wokół osi obrotu Eulera [3].

Kolejna szeroko znana koncepcja wykorzystuje kąty Eulera. Zgodnie z twierdzeniem Eulera o rotacji, każdy obrót bryły sztywnej może być opisany przez nastę-

mgr inż. Radosław Zawiski – Politechnika Śląska w Gliwicach, Wydział Automatyki, Elektroniki i Informatyki, Instytut Automatyki

pujące po sobie rotacje o określony kąt względem osi chwilowo wyznaczonego układu odniesienia. Nazewnictwo przyjęte w artykule jest następujące: osi x odpowiada kąt ϕ (ang. *roll*), osi y kąt θ (ang. *pitch*) oraz osi z kąt ψ (ang. *yaw*).

Twierdzenie Eulera o rotacji mówi, że przemieszczenie ciała sztywnego z jednym punktem nieruchomym jest rotacją wokół pewnej osi przechodzącej przez ten punkt [3]. Matematycznie może to być wyrażone poprzez wartości własne i wektory własne macierzy DCM. Definiuje je równanie

$$R\mathbf{e} = \lambda\mathbf{e} \quad (2)$$

gdzie λ jest jedną z wartości własnych macierzy rotacji R , a \mathbf{e} jest odpowiadającym jej wektorem własnym. Przekształcając (1) można uzyskać

$$R\hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{1}}\mathbf{e} \quad (3)$$

Jak widać, dla każdej transformacji (rotacji układu odniesienia) istnieje wektor wyrażony w tych samych współrzędnych w początkowym i końcowym układzie odniesienia. Ten właśnie wektor własny jest reprezentacją osi obrotu Eulera. Zatem każda transformacja może być zdefiniowana poprzez oś rotacji oraz kąt obrotu wokół niej (zgodnie z regułą prawej dłoni).

Powyższe stało się załączkiem pojęcia zwanego quaternion¹. Jego realizacja w tej dziedzinie może być następująca [7, 10]

$$\underline{\mathbf{q}} = [\hat{i}q_1 \quad \hat{j}q_2 \quad \hat{k}q_3 \quad q_4]^T \quad (4)$$

gdzie pierwsze 3 elementy są częścią wektorową quaternionu, a ostatni skalarem. Zależność pomiędzy osią Eulera a quaternionem opisującym to samo położenie ma postać

$$\underline{q}_1 = e_1 \sin\left(\frac{\Phi}{2}\right), \underline{q}_2 = e_2 \sin\left(\frac{\Phi}{2}\right), \underline{q}_3 = e_3 \sin\left(\frac{\Phi}{2}\right), q_4 = \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \quad (5)$$

a przybliżenie dla małych kątów (a zatem łączące quaternion i kąty Eulera) jest dane równaniem

$$\underline{\mathbf{q}} \approx \begin{bmatrix} \frac{\phi}{2} & \frac{\theta}{2} & \frac{\psi}{2} & 1 \end{bmatrix} = [\delta\tilde{\mathbf{q}} \quad 1] \quad (6)$$

Modelowanie często jest oparte na równaniu łączącym pochodną po czasie wektora ($\underline{\mathbf{G}}$) obliczoną w jednym układzie odniesienia (A), ale wyrażoną w drugim (B)

$${}^A \frac{d\underline{\mathbf{G}}}{dt} = {}^B \frac{d\underline{\mathbf{G}}}{dt} + \underline{\omega}_{BA} \times \underline{\mathbf{G}} \quad (7)$$

Należy zwrócić uwagę na to, że wektor $\underline{\mathbf{G}}$ nie jest wyrażony w żadnym konkretnym układzie, jest reprezentantem. Moment magnetyczny, wywołany przez prąd

płynący w obwodzie zamkniętym umieszczonym w polu magnetycznym, jest wyrażony wzorem

$$\underline{\mathbf{T}}_m = \underline{\mu} \times \underline{\mathbf{B}} \quad (8)$$

gdzie $\underline{\mu}$ jest magnetycznym momentem dipolowym, a $\underline{\mathbf{B}}$ jest wektorem indukcji magnetycznej [6]. Pole magnetyczne wokół Ziemi jest modelowane przez rozwinięcie w tzw. sferyczne harmoniczne [8], jednak na potrzeby syntezy kontrolera użyto jego pierwszego przybliżenia – modelu dipolowego. Wówczas wektor indukcji magnetycznej może być przybliżony poprzez równanie

$$\underline{\mathbf{B}}(\underline{\mathbf{R}}) = \frac{a^3 H_0}{R^3} \left[3(\hat{\underline{\mathbf{m}}} \circ \hat{\underline{\mathbf{R}}})\hat{\underline{\mathbf{R}}} - \hat{\underline{\mathbf{m}}} \right] \quad (9)$$

gdzie $\underline{\mathbf{R}}$ – wektor położenia punktu, w którym jest obliczane pole, $\underline{\mathbf{m}}$ – wektor dipolu magnetycznego, $a^3 H_0$ – siła dipolu [8].

Propagacja orbity

Znajomość propagacji orbity jest konieczna, gdyż położenie satelity na orbicie w funkcji czasu umożliwia określenie zewnętrznego (z punktu widzenia satelity) pola magnetycznego, które oddziałuje na aktulatory magnetyczne. Metodologia jest podana poprzez ciąg transformacji

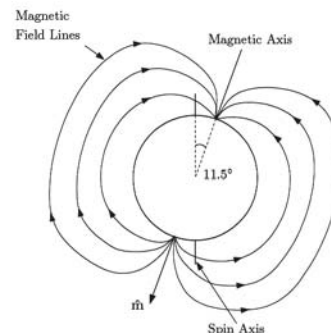
$$\underline{\mathbf{B}}^b(\underline{\mathbf{r}}^i) = R_{br} R_{ref} R_{ecf} \underline{\mathbf{B}}^i(\underline{\mathbf{r}}^i) \quad (10)$$

gdzie wykorzystane układy odniesienia to kolejno ECI (inercyjny związany ze środkiem Ziemi – nieruchomy), ECF (związany ze środkiem Ziemi, obracający się wraz z nią), orbitalny (krążący po orbicie) oraz związany z bryłą satelity (porządek transformacji po prawej stronie, czytając od prawej do lewej). Transformacje wymagane w równaniu (10) można znaleźć w [7].

Punktem startowym jest zapis wektora położenia $\underline{\mathbf{r}}$ w układzie okołogniskowym (ang. *perifocal frame*) [2]

$$\underline{\mathbf{r}} = r_1 \hat{\underline{\mathbf{p}}} + r_2 \hat{\underline{\mathbf{q}}} = r(\cos\theta \hat{\underline{\mathbf{p}}} + \sin\theta \hat{\underline{\mathbf{q}}}) \quad (11)$$

Po przejściu do opisu wykorzystującego przekroje stożkowe (ang. *conic sections*), używając klasycznych elementów definiujących orbitę (ang. *classical orbi-*



Rys. 1. Przybliżenie ziemskiego pola magnetycznego w postaci modelu dipolowego

¹ Quaternion (kwaternion) – rozszerzenie liczb zespolonych, postaci:
 $q = a + b^*i + c^*j + d^*k$
gdzie a, b, c, d są liczbami rzeczywistymi: i, j, k spełniają układ:
 $i^2 = j^2 = k^2 = -1$
 $ij = -ji = k$
 $jk = -kj = i$
 $ki = -ik = j$ [red.]

tal elements), model pozycji na orbicie w przestrzeni stanu przybiera postać

$$\begin{aligned} \underline{r} &= \frac{h^2}{\mu(1+e\cos\theta)} (\cos\theta \hat{\underline{p}} + \sin\theta \hat{\underline{q}}) \\ \dot{\underline{r}} &= \frac{\mu}{h} (-\sin\theta \hat{\underline{p}} + (e + \cos\theta) \hat{\underline{q}}) \end{aligned} \quad (12)$$

Aby model (12) był użyteczny, czas musi być wyłuskany jawnie z kąta skierowanego od położenia najbliższej ogniska do aktualnego położenia na orbicie θ (ang. *true anomaly*). Końcowa postać modelu, użyteczna do dalszych prac, przyjmuje postać

$$\underline{r} = \frac{h^2}{\mu} \begin{bmatrix} \cos \frac{\mu^2}{h^3} t \\ \sin \frac{\mu^2}{h^3} t \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \dot{\underline{r}} = \frac{\mu}{h} \begin{bmatrix} -\sin \frac{\mu^2}{h^3} t \\ \cos \frac{\mu^2}{h^3} t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

gdzie μ – ziemska stała grawitacyjna, h – specyficzny orbitalny moment pędu.

Stworzenie modelu satelity

Geometria problemu jest przedstawiona na rys. 2. Bezpośrednio z rysunku można odczytać

$$\underline{r}^i = \underline{R}^i + \underline{R}_w^i + \underline{f}^i \quad (14)$$

Po modyfikacji z użyciem równania (7) elementów równania (14), wynikowe równanie na moment pędu jest bardzo skomplikowane. Stąd założenia upraszczające:

- położenia środka masy (ang. *CoM – Centre of Mass*) satelity jest inercjalnie stałe, $\underline{R} = const$
- środek masy (CoM) satelity pokrywa się ze środkiem inercjalnego układu odniesienia, $\underline{R}_w = 0$.

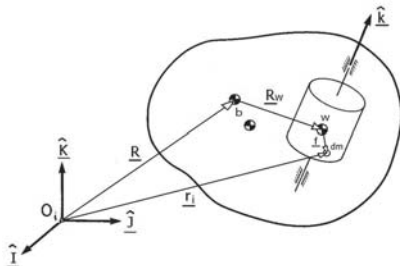
Powyższe założenie pozwala wyrazić w formie uproszczonej moment pędu \underline{H} i moment siły \underline{T}

$$\underline{H} = I_s \underline{\omega}_{bi} + I_w \underline{\Omega}_{wi} \quad (15)$$

$$\underline{T} = \frac{d}{dt} (I_s \underline{\omega}_{bi} + I_w \underline{\Omega}_{wi}) \quad (16)$$

gdzie I_s oraz I_w są odpowiednio tensorami inercji satelity oraz kół reakcyjnych, a $\underline{\Omega}$ prędkością kątową koła reakcyjnego.

Po uwzględnieniu wkładu każdego koła w całkowity wytworzony przez nie moment siły, zrównoważo-



Rys. 2. Satelita wraz z kołami reakcyjnymi na pokładzie [4]

no momenty zakłócające, wyrażając oś obrotu koła w układzie związanym z bryłą satelity. Założono rozmieszczenie kół na osiach głównych, a dla przypadku dwóch kół całkowity model przedstawia (17), gdzie \underline{k} – wybrana oś główna pokrywająca się z osią koła, W – lewostronny czynnik w iloczynnie wektorowym ($\underline{\omega} \times \underline{k} = W \underline{k}$). Po uwzględnieniu równania określającego położenie na orbicie, otrzymuje się model nieliniowy uwzględniający kinematykę.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \underline{T} \\ T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} I_s + I_1 + I_2 & I_1 \hat{\underline{k}}_1 & I_2 \hat{\underline{k}}_2 \\ \hat{\underline{k}}_1^T I_1 & \hat{\underline{k}}_1^T I_1 \hat{\underline{k}}_1 & 0 \\ \hat{\underline{k}}_2^T I_2 & 0 & \hat{\underline{k}}_2^T I_2 \hat{\underline{k}}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \underline{\dot{\omega}}_{br} \\ \dot{\Omega}_1 \\ \dot{\Omega}_2 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} (W_{r1} + W_{br}) (I_s + I_1 + I_2) & (W_{r1} I_1 + W_{br} I_1) \hat{\underline{k}}_1 & (W_{r1} I_2 + W_{br} I_2) \hat{\underline{k}}_2 \\ \hat{\underline{k}}_1^T [W_{r1} I_1 + W_{br} I_1] & \hat{\underline{k}}_1^T [W_{r1} I_1 + W_{br} I_1] \hat{\underline{k}}_1 & 0 \\ \hat{\underline{k}}_2^T [W_{r1} I_2 + W_{br} I_2] & 0 & \hat{\underline{k}}_2^T [W_{r1} I_2 + W_{br} I_2] \hat{\underline{k}}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\omega}_{br} \\ \Omega_1 \\ \Omega_2 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} W_{r1} (I_s + I_1 + I_2) \underline{\omega}_{r1} \\ \hat{\underline{k}}_1^T W_{r1} I_1 \underline{\omega}_{r1} \\ \hat{\underline{k}}_2^T W_{r1} I_2 \underline{\omega}_{r1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

Po włączeniu magnetycznych momentów sił, nieliniowy model ma postać

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}) + \underline{g}(t, \underline{u}, \underline{w}) + const \quad (18)$$

gdzie \underline{u} – wektor sterowań, \underline{w} – wektor zakłóceń. Istotną jest zależność funkcji g od czasu, uwzględniająca niestacjonarność – zmiany pola magnetycznego obserwowane w układzie referencyjnym.

Linearyzacja modelu

Punkt pracy, zdefiniowany w przestrzeni stanu ma postać

$$\underline{x}_0 = [0 \ 0 \ 0 \ \Omega_{01} \ \Omega_{02} \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T \quad (19)$$

Po rozwinięciu równania (18) w szereg Taylora, uwzględniając przybliżenia quaternionu dla małych kątów dane równaniem (6), model zlinearyzowany może być przedstawiony jako

$$\dot{\underline{x}} = A \underline{x} + B(t) \underline{u} + B_w \underline{w} \quad (20)$$

gdzie spośród macierzy A , sterowań $B(t)$ i wpływu zakłóceń B_w , tylko środkowa jest zależna od czasu. Dodatkowa uwaga jest konieczna odnośnie linearyzacji momentów magnetycznych. Moment magnetyczny w układzie bryły satelity jest wyrażony [9]

$$\underline{T}_m = \underline{\mu}^b \times R_{br} \underline{B}^r \approx \underline{\mu}^b \times \underline{B}^r - 2 \underline{\mu}^b \times (\delta \underline{q} \times \underline{B}^r) \quad (21)$$

Jednak ostatni składnik, $-2 \underline{\mu}^b \times (\delta \underline{q} \times \underline{B}^r)$ poprzez sprzężenie zwrotne jest pomniejszy i ostatecznie

$$\underline{T}_m \approx \underline{\mu}^b \times R_{br} \underline{B}^r \quad (22)$$

Kontroler optymalny z nieskończonym horyzontem

Niestacjonarność systemu liniowego (20) i opis w postaci równań stanu (17) powodują, że sterowanie optymalne jest oczywistym wyborem podejścia do zagadnienia. Rozpatrzmy linowy system MIMO

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u}, \quad t \geq t_0, \quad \underline{x}(t_0) = \underline{x}_0 \quad (23)$$

gdzie macierze stanu A i sterowań B są zmienne w czasie (tj. $A(t)$, $B(t)$), co zostaje pominięte ze względu na czytelność zapisu. Początkowy stan \underline{x}_0 jest dany. Wskaźnik jakości jest zdefiniowany jako

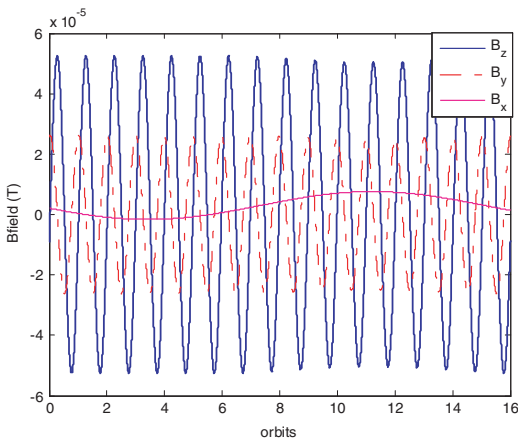
$$J(\underline{u}) = \int_{t_0}^{\infty} [\underline{x}^T(t)Q(t)\underline{x}(t) + \underline{u}^T(t)U(t)\underline{u}(t)]dt \quad (24)$$

Zgodnie z [1] optymalnym stabilizującym rozwiązaniem powyższego problemu jest sterowanie dane równaniem

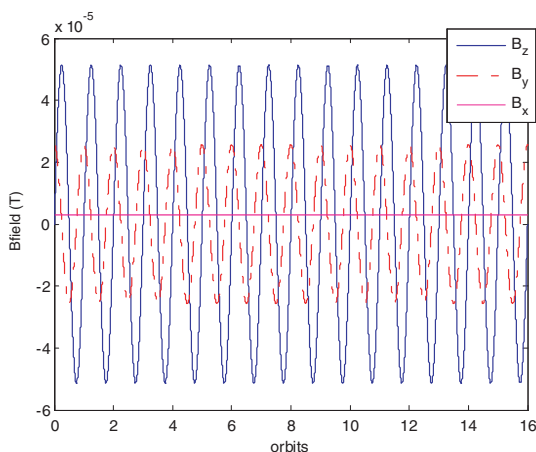
$$\underline{u} = -B(t)^T P(t)\underline{x}(t) \quad (25)$$

gdzie $P(t)$ jest rozwiązaniem różniczkowego macierzewego równania Riccatiego w postaci

$$-\dot{P}(t) = A(t)^T P(t) + P(t)A(t) - P(t)B(t)B^T(t)P(t) + Q(t) \quad (26)$$



Rys. 3. Model dipolowy wektora pola magnetycznego wyrażony w układzie referencyjnym (RSW)



Rys. 4. Uśredniony wektor pola magnetycznego wyrażony w układzie (RSW)

W tym miejscu należy omówić periodyczność rozważanego systemu. Pole magnetyczne widziane ze wskazującego nadir orbitalnego układu referencyjnego jest pokazane na rys. 3. System jest periodyczny, jednak z bardzo długim okresem. Kuszącą perspektywą jest rozpatrywanie go jako systemu okresowego z okresem równym jednemu obiegowi orbity. Takie uproszczenie pozwala na zastosowanie teorii Floqueta dla systemów periodycznych, i znacząco ułatwia syntezę kontrolera. Uśrednione “przebiegi” pola magnetycznego są pokazane na rys. 4. Zostaje zatem stworzony nowy system

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + \hat{B}(t)\underline{u} \quad (27)$$

gdzie $\hat{B}(t)$ jest okresową macierzą sterowań. Jeśli para $(A, \hat{B}(t))$ jest stabilizowalna [9], to istnieje stabilizujące okresowe rozwiązanie $\hat{P}(t)$ równania Riccatiego (26). Istotne jest, że okres $\hat{P}(t)$ jest równy okresowi orbitalnemu.

Najtrudniejszym elementem implementacji takiego kontrolera jest konieczność zapisania jednego okresu macierzy $\hat{P}(t)$ na pokładzie satelity, ponieważ jest on odtwarzany podczas każdej orbity. Najistotniejszym czynnikiem odpowiedzialnym za strojenie kontrolera jest macierz wag Q , która musi być wybrana jako jeden z początkowych parametrów. Istnieje bardzo duża zależność całego systemu od wartości wag w macierzy Q .

Implementacja

Projektowanemu systemowi stawiane są wymagania utrzymania położenia satelity z dokładnością poniżej 0,05 deg oraz utrzymania prędkości kątowej satelity w układzie referencyjnym z dokładnością poniżej 1 deg/s. Taki zbiór wymagań jest powszechny w przypadku satelitów komunikacyjnych. Utrzymywanie położenia w wytyczonych granicach jest podyktowane koniecznością dokładnego transmitowania sygnału w wybrane miejsca na powierzchni Ziemi. Ograniczenie na prędkość kątową jest podyktowane wytrzymałością mechaniczną części i połączeń konstrukcyjnych znajdujących się na pokładzie. Specyfikacja systemowa (parametry kół reakcyjnych) bazuje na danych komercyjnie dostępnych rozwiązań. Tensor inercji satelity jest przyjęty jako $\text{diag}(3500; 3500; 7000)$ kg·m², co odpowiada średniej wielkości satelicie komunikacyjnemu. Symulacje uwzględniają dwa typy warunków początkowych – duży uchyb położenia oraz duże prędkości kątowe. Pierwszy typ warunków został ustawiony następująco²

$$\underline{x}_{initial} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 45 \ 45 \ 45]^T \quad (28)$$

Zestaw wag w macierzy Q został empirycznie ustawiony jako

$$Q = \text{diag}(10^7 \ 10^7 \ 10^9 \ 10^3 \ 10^3 \ 10^8 \ 10^8 \ 10^8) \quad (29)$$

² Wejścia odpowiadające kątom Eulera są podane w stopniach.

Odpowiedź systemu liniowego jest pokazana na rys. 5. System jest stabilny i zmierza do stanu równowagi gładko, jednak błędy kątów *roll* oraz *yaw* nie są tłumione w stopniu tak silnym jak *pitch*.

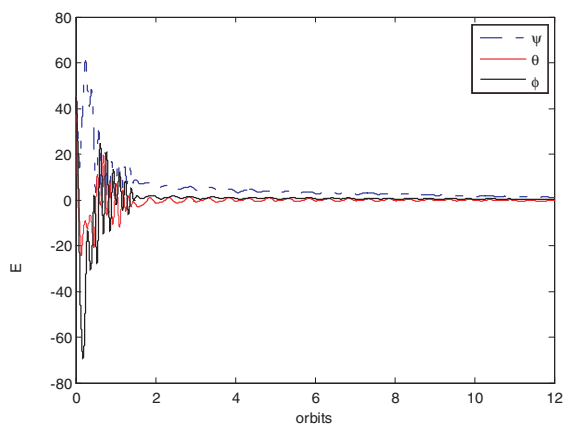
System nieliniowy reaguje wolniej na działania kontrolera. Jednak wymagana dokładność położenia 0,05 deg jest uzyskana po około 16 obiegach orbity. Wykonane testy wykazują, że kontroler jest zdolny sprowadzić system do wymaganego położenia w rozsądnym czasie, gdyż dla przyjętych parametrów orbitalnych 18 orbit odpowiada czasowi około 27 godzin, a okres obiegu orbity wynosi $\tau \approx 5399$ s. Prędkości kół reakcyjnych oraz satelity w stosunku do układu referencyjnego pozostają w wyznaczonych granicach.

Drugi warunek początkowy rozpatruje prędkości kątowe satelity w układzie referencyjnym. Ma postać³

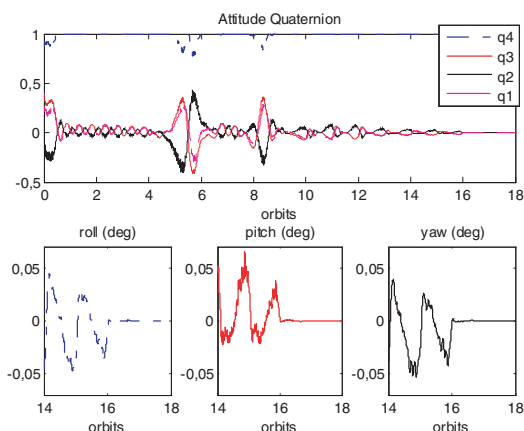
$$\underline{x}_{initial} = [3 \ 3 \ 3 \ 20 \ 20 \ 15 \ 30 \ 45]^T \quad (30)$$

Odpowiadająca wektorowi macierz wag została zmieniona, większy nacisk został położony na prędkości kątowe satelity. Nowy zestaw wag jest następujący

3 Wejścia dla prędkości satelity oraz kół są podane w deg/s, kąty Eulera w deg.



Rys. 5. Odpowiedź czasowa modelu liniowego dla początkowych wartości błędów równych 45 deg dla każdej osi



Rys. 6. Quaternion położenia i kąty Eulera w funkcji czasu dla modelu nieliniowego

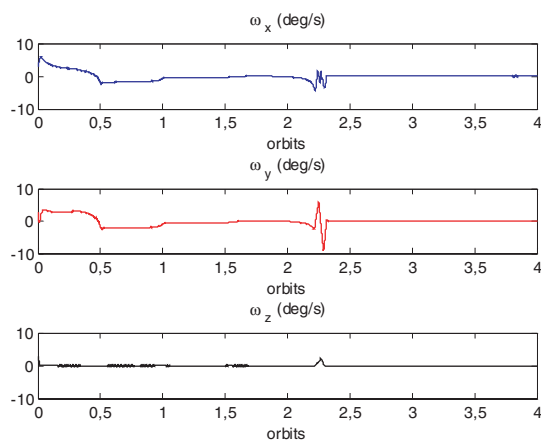
$$Q = \text{diag}(10^{10} \ 10^{10} \ 10^{15} \ 10^5 \ 10^5 \ 10^3 \ 10^3 \ 10^3) \quad (31)$$

W celu zachowania *balansu wysiłku* kontrolera, wagi odpowiadające kątom Eulera zostały obniżone. Takie podejście można uzasadnić następująco – mając odpowiedni zestaw wag dla warunku już omówionego, rozsądnym pomysłem jest wyeliminowanie rotacji satelity, a następnie przełączenie macierzy wag do już zbadanego przypadku (29). Podobne podejście zastosowano w [5].

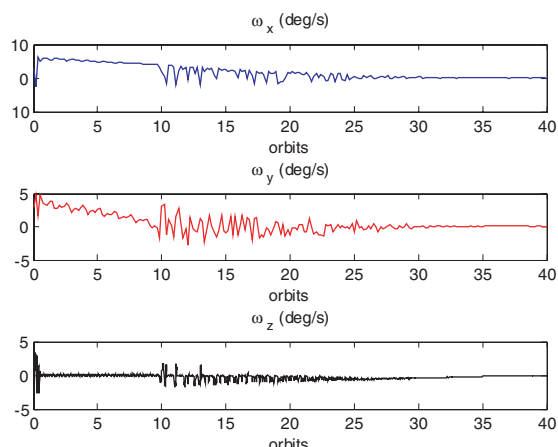
System liniowy zachowuje się bardzo dobrze, uzyskując stan ustalony po około czterech orbitach. Sytuację tę ilustruje rys. 7. Jednak najważniejszy test jest przeprowadzany na znacznie bardziej wiarygodnym modelu nieliniowym.

Odpowiedzi czasowe modelu nieliniowego są pokazane na rys. 8. Czas wymagany do osiągnięcia stanu ustalonego jest około czterokrotnie dłuższy niż dla liniowej aproksymacji, co wskazuje na mniejszą dokładność modelu liniowego prędkości kątowych. Po około 35 orbitach moduł prędkości kątowej jest porównywalny z wygenerowanym przez aktuator w pierwszym z rozpatrywanych przypadków, co wskazuje, że przełączenie ustawień macierzy *Q* z (31) do (29) jest uzasadnione.

Prędkości kół pozostają przez cały czas trwania stanów nieustalonych w dopuszczalnych limitach. Uwaga,



Rys. 7. Prędkości kątowe satelity w układzie referencyjnym dla systemu liniowego



Rys. 8. Prędkości liniowe satelity w układzie referencyjnym dla systemu nieliniowego

którą należy podkreślić dotyczy konieczności *zrzucania* momentu nagromadzonego na kołach reakcyjnych, gdyż w przeciwnym przypadku będzie to wprowadzało trudności w utrzymywaniu stanu ustalonego.

Wnioski

Okazuje się, że zaprojektowany system stabilizacji jest realizowalny i spełnia swoje zadanie. Nie można jednak zapomnieć o przyjętych założeniach upraszczających. W rzeczywistości obiekt nie jest bryłą sztywną, należy więc uwzględnić efekt elastyczności (szczególnie w kontekście paneli słonecznych), model pola magnetycznego nie uwzględnia elipsoidalności Ziemi, co również powinno zostać uwzględnione. Kontroler, pomimo przeznaczenia dla systemu liniowego, spisuje się dobrze również w bardziej wiarygodnym modelu nieliniowym. Może sprowadzać system do stanu ustalonego (punktu pracy) z warunków początkowych leżących daleko poza rejonem aproksymacji liniowej. Zatem rozwiązanie to jest kolejną możliwością zabezpieczenia przed niemożnością wykonywania misji przez satelitę oraz, przy zrezygnowaniu z jednego koła reakcyjnego, źródłem redukcji kosztów całkowitych projektowania i budowy danego satelity.

Literatura

1. Anderson B., Moore J.: *Optimal Control Linear Quadratic Methods*. Prentice Hall, London 1989.
2. Curtis H. D.: *Orbital Mechanics for Engineering Students*. Butterworth-Heinemann, Boston, USA 2005.
3. Goldstein H.: *Classical Mechanics*. Addison-Wesley Press, Melbourne 1950.
4. Hughes P. C.: *Spacecraft Attitude Dynamics*. John Wiley & Sons, New Jersey, USA 1986.
5. Psiaki M. L.: (2000), *Magnetic Torquer Attitude Control via Asymptotic Periodic Linear Quadratic Regulation*. Journal of guidance, control and dynamics, ISSN 0731-5090, Vol. 24, No 2, 2001, pp. 386-394.
6. Resnick R., Halliday D.: *Fizyka 2*. wydanie 15, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2001.
7. Vallado D. A.: *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands 2001.
8. Wertz J. R.: *Spacecraft attitude determination and Control*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands 2002.
9. Wiśniewski R.: *Satellite Attitude Control Using Only Electromagnetic Actuation*. PhD thesis at the Department of Control Engineering, Aalborg University, Denmark 1996. ■