dr inż. Grzegorz Bocewicz, prof. dr hab. inż. Zbigniew Banaszak, dr inż. Irena Bach
Wydział Elektroniki i Informatyki, Politechnika Koszalińska.

ZASTOSOWANIE TECHNIK PROGRAMOWANIA Z OGRANICZENIAMI DO PLANOWANIA ZADAŃ W ŚRODOWISKACH WIELOPROJEKTOWYCH

Efektywne wykorzystanie zdolności produkcyjnych stanowi o konkurencyjności dysponującego nimi przedsiębiorstwa. W tym kontekście istotnego znaczenia nabierają badania związane z planowaniem zadań w przedsięwzięciach. Przedstawiony model referencyjny problemu decyzyjnego łączy oczekiwania użytkownika z możliwościami wykorzystania dostępnych zdolności realizacji przedsięwzięć. Z kolei jego specyfikacja, w terminach problemu spełniania ograniczeń, pozwala na ocenę alternatywnych wariantów przebiegu przedsięwzięć w systemach programowania z ograniczeniami.

CP-DRIVEN PRODUCTION PROCESS PLANNING IN MULTIPROJECT ENVIRONMENT

The way enterprise capabilities are used decides about its competitiveness among other ones. In that context modeling aimed at production tasks allocation planning plays a crucial role especially at concurrently executed production orders. The introduced reference model employing constraint programming (CP) paradigm describes both an enterprise and a set of project-like production orders. Moreover, encompassing consumer orders requirements and available production capabilities, the model provides the formal framework allowing one to develop a class of decision support systems aimed at interactive production process planning subject to multiproject environment constraints.

1. WPROWADZENIE

Podstawowe potrzeby małych i średnich przedsiębiorstw (MŚP) wiążą się bądź to z utrzymaniem dotychczasowej pozycji, bądź też osiągnięciem przewagi na konkurencyjnym rynku producenta. W tym też kontekście oczekiwania MŚP wiążą się z wykorzystaniem technologii informacyjnych (ang. Information Technology – IT), z zaspokajaniem potrzeb monitorowania i archiwizacji, a przede wszystkim dotyczą przetwarzania danych na potrzeby wspomagania decyzji, na przykład planowania przedsięwzięć produkcyjnych [1], [8].

W przypadku przedsiębiorstw produkcyjnych osiągnięcie przewagi nad konkurencją jest pochodną efektywnego sterowania i planowania produkcją. Typową ze względu na skalę oraz różnorodność oferowanych usług i związanymi z nimi częstymi zmianami procesu produkcyjnego w MŚP jest jednoczesna wieloasortymentowa produkcja jednostkowa. Produkcja tego typu związana zwykle z pojedynczymi krótkimi seriami wyrobów bądź też prototypami, nosi zwykle charakter innowacyjny, odpowiadający w aspekcie organizacyjnym realizacji portfela przedsięwzięć. Oznacza to, że przyjęcie lub odrzucenie określonych zleceń produkcyjnych można rozważać w kategoriach planowania/wariantowania przedsięwzięć [3], gdzie produkcja określonej partii asortymentów jest traktowana jako realizacja pojedynczego **projektu**, a z kolei produkcja wieloasortymentowa jako realizacja **portfela projektów**.

W przedstawionym kontekście, obszar wspomagania decyzji obejmuje zagadnienia związane bądź to z planowaniem realizacji pojedynczego zlecenia produkcyjnego (przedsięwzięcia, bądź też z wariantowaniem portfela przedsięwzięć (zbioru zleceń produkcyjnych). W szczególności wymusza on konieczność wspomagania – wykorzystania interakcyjnych dedykowanych, dla problemów wariantowania projektów, systemów wspomagania decyzji. Budowa takiego systemu związana jest z uwzględnianiem zakłóceń, niepewnością danych, decyzji integrujących różne problemy cząstkowe (rozmieszczania, alokacji, porcjowania, marszrutowania i harmonogramowania) itp.

Najczęściej stawiane pytania, na które tego typu systemy winny udzielać odpowiedź, należą do poniższych dwóch kategorii pytań typu [2]:

- **w przód**

  Czy istnieją, a jeżeli tak to jakie, terminy ukończenia portfela projektów/projektu implikują dostępne zdolności wytwórcze przedsiębiorstwa (ilość pracowników, maszyn, pomieszczeń, itp.) oraz dopuszczalne warianty alokacji zasobów?

- **wstecz**

  Czy istnieją, a jeżeli tak, to które wartości jakich zmiennych decyzyjnych zagwarantują, że podjęty portfel projektów zostanie zrealizowany przy utrzymaniu planowanych korzyści w postaci np. określonego poziomu wskaźników efektywności?

Różnica między prezentowanymi kategoriami sprowadza się do tego, czy w ramach problemu poszukiwane są wartości parametrów opisujących harmonogram realizacji projektów (pytania typu w przód), czy poszukiwane są wartości parametrów opisujących MŚP gwarantujących realizację portfela projektów (pytania typu wstecz).

Naturalnym w tej sytuacji, z uwagi na sposób specyfikacji modeli ograniczający się do specyfikacji zbiorów: zmiennych, dziedziny zmiennych oraz ograniczeń narzucanych na podzbiory zmiennych, jest zakwalifikowanie ich do klasy Problemów Spełnienia Ograniczeń (PSO) [4]. Konsekwencją tej kwalifikacji jest ich implementacja w komercyjnie dostępnych pakietach języków programowania z ograniczeniami takich jak np. CHIP, ILOG [10], a także ogólnie dostępnych, jak np. OZ Mozart [11].

Celem ilustracji proponowanego podejścia dalsze rozważania ograniczają się do modelu referencyjnego problemu decyzyjnego łączącego oczekiwania użytkownika (w zakresie wsparcia obejmującego dany zbiór pytań rutynowych) z możliwościami wykorzystania dostępnych zdolności produkcyjnych.

2. MODEL REFERENCYJNY

2.1. Problem decyzyjny

W prezentowanym podejściu, zorientowanym na implementację technik programowania z ograniczeniami, rozważania koncentrują się na problemach decyzyjnych, w których dla przyjętych założeń poszukiwane są w szczególności odpowiedzi na pytanie: Czy dany plan produkcji może być wykonany w horyzoncie H? W ogólności, pytane to może być rozszerzone o szereg innych, jak np.: Czy dany plan produkcji może być wykonany w horyzoncie H przynosząc zysk $\geq$ Z? lub Czy dany plan produkcji może być wykonany w horyzoncie H z zadaną efektywnością ekonomiczną poszczególnych projektów $NPV > 0$? [1].

W przedstawionym kontekście, problem planowania/wariantowania projektów sprowadza się do wyboru takich wartości zmiennych decyzyjnych i/lub funkcji celu, które spełniają wyrażone w pytaniach rutynowych oczekiwania projektanta. Rozwiązanie tego problemu poszukiwane jest w terminach założeń poniższego modelu referencyjnego.

2.2. Model referencyjny problemu decyzyjnego

Dalsze rozważania koncentrują się na modelu referencyjnym problemu planowania/wariantowania portfela projektów; modelu obejmującym zbiór zmiennych decyzyjnych, opisujących przedsiębiorstwo i realizowane w nim procesy produkcyjne, dyskretne dziedziny zmiennych decyzyjnych, a także zbiór ograniczeń łączących zmienne decyzyjne, zbiór ograniczeń specyfikujących pytania rutynowe oraz zbiór ograniczeń odnoszących się do pytań rutynowych. W takim ujęciu model referencyjny stanowi charakterystykę określonej klasy portfeli projektów. Jego instancje (uzyskane w wyniku ukonkretnienia określonej liczby zmiennych) prowadzą do uzyskania charakterystyki zadanego przez użytkownika portfela.

Zmienne decyzyjne

Przedsiębiorstwo (obiekt). Dany jest zbiór zasobów odnawialnych (np. pracowników, maszyn, narzędzi, itp.): $Ro = \{ro_1, ro_2, \ldots, ro_{lz}\}$, gdzie lz – liczba zasobów odnawialnych, ro_i – i-ty zasób odnawialny. Każdemu zasobowi ro_i odpowiada sekwencja $zo_i = (zo_{i,1}, zo_{i,2}, \ldots, zo_{i,h+1})$, gdzie $zo_{i,k}$ – dopuszczalna wartość i-tego zasobu w k-tej jednostce czasu horyzontu H: $H = \{0,1,\ldots,h\}$, zo_i tworzą sekwencje $Zo= (zo_1, zo_2, \ldots, zo_{lz})$. Znane są czasy trwania czynności oraz ilości zasobów niezbędnych do ich wykonania.

Dany jest zbiór zasobów odnawialnych (np. pieniędzy): $Rn = \{rn_1, rn_2, \ldots, rn_{ln}\}$, gdzie ln – liczba zasobów nieodnawialnych, rn_i – i-ty zasób nieodnawialny. Każdemu zasobowi rn_i odpowiada wielkość zn_i określająca dostępną w momencie rozpoczęcia projektu (pierwsza jednostka horyzontu czasu H) ilość zasobu. Wielkości zn_i tworzą sekwencję $Zn = (zn_1, \ldots, zn_{ln})$.

Projekty (przedsięwzięcia). Dany jest zbiór projektów rezprezenotwanych przez: $P =\{P_1, P_2, ..., P_{lp}\}$, i-ty projekt charakteryzowany jest przez wielkość P_i, która składa się z lo_i czynności $P_i = \{O_{i,1}, O_{i,2}, O_{i,3}, \ldots, O_{i,loi}\}$, gdzie:

$$O_{i,j} = (x_{i,j}, t_{i,j}, Tp_{i,j}, Tz_{i,j}, Dp_{i,j}, Tr_{i,j}, Ts_{i,j}, Cr_{i,j}, Cs_{i,j}), \qquad (1)$$

$x_{i,j}$ – termin rozpoczęcia czynności $O_{i,j}$ liczony względem początku horyzontu H,

t_{ij} – czas trwania czynności $O_{i,j}$,

$Tp_{i,j} = (tp_{i,j,1}, tp_{i,j,2}, \ldots , tp_{i,j,lz})$ – sekwencja terminów pobrania przez czynność $O_{i,j}$ kolejnych zasobów odnawialnych: $tp_{i,j,k}$ – termin liczony względem $x_{i,j}$ pobrania przez czynność $O_{i,j}$, k-tego zasobu odnawialnego w ilości $dp_{i,j,k}$.

$Tz_{i,j} = (tz_{i,j,1}, tz_{i,j,2}, \ldots , tz_{i,j,lz})$ – sekwencja terminów zwracania przez czynność $O_{i,j}$ kolejnych zasobów odnawialnych: $tz_{i,j,k}$ – termin liczony względem $x_{i,j}$ zwrócenia przez czynność $O_{i,j}$, k-tego zasobu odnawialnego w ilości $dp_{i,j,k}$.

$Dp_{i,j} = (dp_{i,j,1}, dp_{i,j,2},\ldots, dp_{i,j,lz})$ oznacza sekwencję ilości pobieranych przez czynności $O_{i,j}$ zasobów odnawialnych: $dp_{i,j,k}$ – ilość k-tego zasobu pobieranego przez czynność,

$Tr_{i,j} = (tr_{i,j,1}, tr_{i,j,2}, \ldots, tr_{i,j,ln})$ – sekwencja terminów pobrania przez czynność $O_{i,j}$ określonej ilości kolejnych zasobów nieodnawialnych: $tr_{i,j,k}$ – termin liczony względem $x_{i,j}$ pobrania przez czynność $O_{i,j}$ k-tego zasobu nieodnawialnego w ilości $cr_{i,j,k}$.

$Ts_{i,j} = (ts_{i,j,1}, ts_{i,j,2}, \ldots, ts_{i,j,ln})$ – sekwencja terminów generowania przez czynność $O_{i,j}$ określonej ilości kolejnych zasobów nieodnawialnych: $ts_{i,j,k}$ – termin liczony względem $x_{i,j}$ generowania przez czynność $O_{i,j}$ k-tego zasobu nieodnawialnego w ilości $cs_{i,j,k}$.

$Cr_{i,j} = (cr_{i,j,1}, cr_{i,j,2},...,cr_{i,j,ln})$ – sekwencja ilości pobieranych kolejnych zasobów nieodnawialnych przez czynność $O_{i,j}$: $cr_{i,j,k}$ – ilość k-tego zasobu pobieranego przez czynność $O_{i,j}$,

$Cs_{i,j} = (cs_{i,j,1}, cs_{i,j,2},...,cs_{i,j,ln})$ – sekwencja ilości generowanych przez czynność $O_{i,j}$ kolejnych zasobów nieodnawialnych: $cs_{i,j,k}$ – ilość k-tego zasobu generowanego przez czynność $O_{i,j}$.

Wartośći $x_{i,j}, t_{i,j}, \in N \cup \{0\}$, są elementami następujących sekwencji:

- terminów rozpoczęcia czynności marszruty technologicznej P_i:
  $X_i = (x_{i,1}, x_{i,2},\ldots, x_{i,lo_i}), 0 \le x_{i,j} < h;\ i = 1, 2,\ldots, lp;\ j = 1, 2,\ldots,lo_i$,
- czasów trwania czynności marszruty P_i: $T_i = (t_{i,1}, t_{i,2},\ldots, t_{i,lo_i})$,

Ograniczenia

Przedsiębiorstwo. Dany portfel projektów P, dopuszczalne wartości zasobów odnawialnych Zo, i stan początkowy zasobów nieodnawialnych Zn.

Produkcja: Dany jest horyzont $H = \{0, 1, \ldots, h\}$, określający przedział czasowy realizacji czynności P. Czynności są niepodzielne w czasie oraz mogą rezerwować dowolną liczbę zasobów. Przyjmuje się, że:

- każdy zasób w danej czynności może być wykorzystany tylko jednokrotnie,
- ilość danego zasobu odnawialnego wykorzystywanego przez daną czynność nie może ulec zmianie, nie może też zostać przydzielona do innej czynności,
- warunkiem rozpoczęcia czynności jest dostęp do żądanej liczby zasobów odnawialnych w zadanych terminach $Tp_{i,j}$, $Tz_{i,j}$ i nieodnawialnych $Tr_{i,j}$ i $Ts_{i,j}$.

Dana jest sieć czynności projektu, wierzchołki, której to czynności $O_{i,j}$, a łuki wskazują porządek ich realizacji. Odpowiednie ograniczenia kolejnościowe mają postać:

- dla czynności występujący po sobie: $x_{i,j} + t_{ij} \le x_{i,k}$, (2)
- dla wielu poprzedników:

$$x_{i,j}+t_{i,j} \le x_{i,k},\ x_{i,j+1}+t_{i,j+1} \le x_{i,k},\ x_{i,j+2}+t_{i,j+2} \le x_{i,k},\ldots, x_{i,j+n}+t_{i,j+n} \le x_{i,k}, \tag{3}$$

- dla wielu następników:

$$x_{i,k}+ t_{i,k} \le x_{i,j},\ x_{i,k} + t_{i,k} \le x_{i,j+1},\ x_{i,k}+t_{i,k} \le x_{i,j+2}, \ldots, x_{i,k}+t_{i,k} + \le x_{i,j+n}. \tag{4}$$

W ogólnym przypadku, w zależności od kontekstu pytań rutynowych rozważane są różne modele referencyjne problemów decyzyjnych, modele skojarzone z typowymi klasami pytań rutynowych związanych z wyznaczaniem:

- wartości funkcji celu implikowanych przez przyjęte wartości zmiennych decyzyjnych;
- wartości zmiennych decyzyjnych gwarantujących oczekiwane wartości funkcji celu;
- parametrów i/lub ograniczeń systemu gwarantujących, ze dane wartości zmiennych decyzyjnych implikują oczekiwane wartości funkcji celu [4].

3. PROBLEM SPEŁNIANIA OGRANICZEŃ

Programowanie z ograniczeniami jest obszarem technologii oprogramowania bazującym na specyfikacji ograniczeń zmiennych decyzyjnych rozwiązywanych problemów. Istotną cechę ograniczeń stanowi ich deklaratywny charakter. Oznacza to, że ograniczenia specyfikują jedynie postać wymaganych relacji, nie podają natomiast sposobu gwarantującego ich zachodzenie. W tym kontekście, specyfikację problemu stanowią zbiory zmiennych i ich dziedzin oraz zbiór ograniczeń wiążących wybrane zmienne decyzyjne. Poszukiwanym rozwiązaniem jest zbiór wartości zmiennych spełniających przyjęte ograniczenia.

Problem spełniania ograniczeń $CS = ((V, D),C)$ określa skończony zbiór zmiennych $V = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$, rodzina dziedzin zmiennych $D = \{D_q \mid D_q = (d_{q,1},...,d_{q,j},...,d_{q,m}),\ q = 1 \ldots n\}$ oraz skończony zbiór ograniczeń $C = \{C_q | q = 1...L\}$ limitujących wartości zmiennych decyzyjnych. Poszukiwane jest rozwiązanie bądź to dopuszczalne, tzn. rozwiązanie w którym wartości wszystkich zmiennych spełniają wszystkie ograniczenia (zwykle jedno – najwcześniej uzyskane), bądź też rozwiązanie optymalne ekstremalizujące funkcję celu określoną na wybranym podzbiorze zmiennych decyzyjnych.

Rozwiązanie *CS* uzyskiwane jest w wyniku systematycznego przeszukiwania możliwych przyporządkowań wartości zmiennych decyzyjnych. Wykorzystywane metody poszukiwania rozwiązań dzielą się na te, w których przeszukiwana jest cała przestrzeń wszystkich możliwych przyporządkowań (wykorzystywane są tutaj zarówno techniki przeszukiwania systematycznego jak i metody stochastyczne) oraz na te, w których przeszukiwana jest tylko część tej przestrzeni. Metody te implementowane są w językach klasy *CP*, np. Oz Mozart [11], ILOG [10].

4. WARUNKI DOPUSZCZALNEJ ALOKACJI ZASOBÓW

4.1 Ograniczenia zabezpieczające przed powstawaniem blokad zasobów odnawialnych

Łatwo zauważyć, że ograniczona pula zasobów może prowadzić do występowania konfliktów zasobowych, związanych z koniecznością rozstrzygania pierwszeństwa przydziału limitowanych zasobów. Sytuacje tego typu występują w chwilach, gdy kontynuacja równolegle realizowanych operacji wymaga przydziału danego zasobu w ilości przekraczającej jego limit. Konieczne jest zatem posiadanie ograniczeń gwarantujących, że w rozważanym horyzoncie *H* nigdy nie dojdzie do występowania konfliktów zasobowych. Tego typu ograniczenia zostały przedstawione w pracach [6], [7] i przyjmują postać układu nierówności (5):

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{lp}\sum_{j=1}^{lo_i}\left[dp_{i,j,k}\cdot\bar{1}(x_{1,1}+tp_{1,1,k},x_{i,j}+tp_{i,j,k},x_{i,j}+tz_{i,j,k})\right]\le zo_{k,x_{1,1}+tp_{1,1}-1} \\ \sum_{i=1}^{lp}\sum_{j=1}^{lo_i}\left[dp_{i,j,k}\cdot\bar{1}(x_{1,2}+tp_{1,2,k},x_{i,j}+tp_{i,j,k},x_{i,j}+tz_{i,j,k})\right]\le zo_{k,x_{1,2}+tp_{1,2}-1} \\ \ldots \\ \sum_{i=1}^{lp}\sum_{j=1}^{lo_i}\left[dp_{i,j,k}\cdot\bar{1}(x_{lp,lo_{lp}}+tp_{lp,lo_{lp},k},x_{i,j}+tp_{i,j,k},x_{i,j}+tz_{i,j,k})\right]\le zo_{k,x_{lp,lo_{lp}}+tp_{lp,lo_{lp}}-1} \end{cases} \tag{5}$$

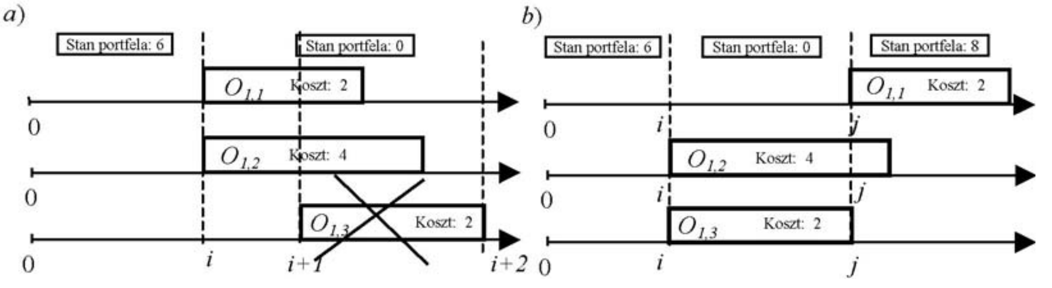
gdzie $vg_{k,i}$ – to i-ty punkt charakterystyczny funkcji $g_k(u)$.

Można wykazać [6], że wprowadzenie do *CS* ograniczeń (5), gwarantuje, że w procesie poszukiwania harmonogramów realizacji portfela projektów wygenerowane harmonogramy nie będą prowadziły do blokady zasobów odnawialnych.

4.2. Ograniczenia zabezpieczające przed powstawaniem blokad zasobów nieodnawialnych

Kolejnym etapem, w którym mogą wystąpić sytuacje blokadowe jest planowanie przydziału zasobów nieodnawialnych. W planowaniu realizacji portfela projektów związane jest to z zagwarantowaniem nieprzekroczenia założonego budżetu (zasoby nieodnawialne najczęściej traktowane są jako zasoby finansowe). Oznacza to konieczność utrzymania poziomu środków finansowych na poziomie równym lub większym od zadanego minimalnego ich stanu w każdym momencie realizacji projektów.

Przykład sytuacji przekroczenia budżetu przedstawia rys. 1 a). Trzy czynności $O_{1,1}$, $O_{1,2}$, $O_{1,3}$, w i-tej chwili do realizacji wymagają odpowiednio 2, 4, 2 jednostek pieniędzy. Stan portfela wynosi 6 jednostek. Czynność $O_{1,3}$, po swoim ukończeniu pozyskuje 10 jednostek pieniędzy, pozostałe czynności nie przynoszą dochodów. W rozważanej chwili czasu możliwa jest realizacja tylko dwóch czynności. Jeśli posiadane zasoby rozdzielone zostaną na czynności $O_{1,1}$, $O_{1,2}$, to powstanie stan blokady systemu – brak pieniędzy by zrealizować czynność $O_{1,3}$. Jeśli zasoby przydzielone zostaną do czynności $O_{1,2}$, $O_{1,3}$, (rys. 1b) to czynność $O_{1,1}$ będzie mogła się rozpocząć w j-tej chwili, związanej z uzyskaniem przychodu czynności $O_{1,3}$ co spowoduje, że blokada nie wystąpi.



Rys. 1. Gospodarowanie zasobami nieodnawialnymi a) stan blokady, b) stan bezblokadowy

Konieczne jest zatem posiadanie ograniczeń gwarantujących, że w rozważanym horyzoncie H nigdy nie dojdzie do sytuacji blokadowej, związanej z przydzieleniem zasobów nieodnawialnych.

W celu opracowania takich ograniczeń przyjęto założenie, że ilości żądanych i pozyskanych jednostek k-tego zasobu nieodnawialnego są opisane przez funkcje $b_k(v, X)$, $m_k(v, X)$:

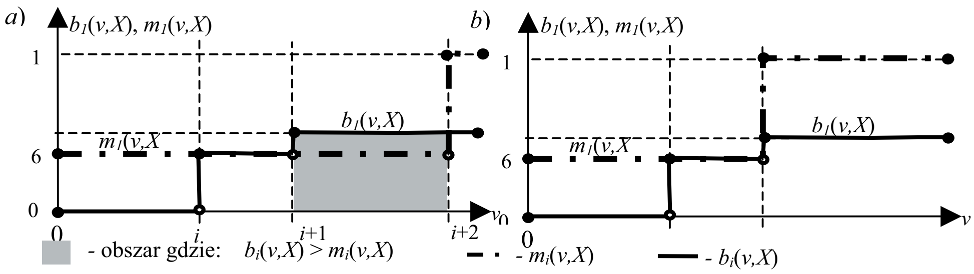
- $b_k(v,X) \geq 0$, $\forall v \in H$ – funkcja określająca sumaryczną ilość żądanych jednostek k-tego zasobu do momentu v, w zależności od przyjętych terminów $X = (X_1, X_2, ..., X_{lp})$ rozpoczęcia czynności.
- $m_k(v, X) \geq 0$, $\forall v \in H$ – funkcja określająca sumaryczną ilość generowanych jednostek k-tego zasobu do momentu v, w zależności od przyjętych terminów $X = (X_1, X_2, ..., X_{lp})$ rozpoczęcia czynności.

Rys. 2 przedstawia funkcje b_k, m_k, odpowiadające operacjom z rys. 1.

Łatwo zauważyć, że stan blokady odpowiada sytuacji gdy wartości funkcji $b_k(v, X)$ przekraczają wartości $m_k(v)$: $b_k(v, X) > m_k(v, X)$. Z taką sytuacją mamy do czynienia w chwili $(i + 1)$ zilustrowanej na rys. 2 a. Z kolei rys. 2 b odpowiada sytuacij z rys. 1b. Prezentowana kolejność realizacji czynności nie prowadzi do blokady, co odpowiada sytuacji, gdy $b_k(v, X) \leq m_k(v, X)$ dla każdej chwili v horyzontu H ($v \in H$).

Z przedstawionych rozważań, wynika, że występowanie w realizacji czynności portfela przedsięwzięć blokady zasobów nieodnawialnych implikuje spełnienie nierówności $b_k(v_b, X) > m_k(v_b, X)$ dla $v_b \in H$. Spostrzeżenie to prowadzi do poniższej własności:

Własność 1. Spełnienie warunku $b_k(v_b, X) > m_k(v_b, X)$ jest warunkiem koniecznym występowania blokad zasobów nieodnawialnych.



Rys. 2. Ilustracja funkcji b_1 i m_1 odpowiadających przykładowi z rys. 1

Prawdziwy jest również poniższy lemat:

Lemat 1. Jeżeli alokacja zasobów nieodnawialnych przydzielanych w danej chwili v do czynności projektów, przy założonych X, T_i, , H, spełnia warunek $b_k(v,X) \le m_k(v, X)$ dla $\forall k \in \{1, 2, ..., lz\}$, to realizacja tych czynności nie prowadzi do ich blokady.

Dowód: Dowód wynika bezpośrednio z Własności 1. Zgodnie z Właśnością 1 blokada może wystąpić, gdy w chiwli v conajmniej dla jednego zasobu spełniony będzie warunek $b_k(v,X) > m_k(v,X)$. Jeżeli więc dla każdego z zasobów ($\forall k \in \{1, 2, ..., lz\}$) Własność 1 nie będzie spełniona (tzn. warunek $b_k(v, X) > m_k(v, X)$ jest niespełniony) to blokada nie wystąpi. Niespełnienie Własności 3 jest równoważne ze spełnieniem warunku $b_k(v, X) \le m_k(v, X)$. Z powyższego wynika, że blokada dla zasobów nieodnawialnych nie wystąpi, gdy dla każdego z zasobów ($\forall k \in \{1, 2, ..., lz\}$) spełniony będzie warunek $b_k(v, X) \le m_k(v, X)$.

■

Własność 2. Jeżeli w każdej chwili rozważanego horyzontu H spełniony jest warunek $b_k(v, X) \le m_k(v, X)$ dla $\forall k \in \{1, 2, ..., lz\}$, to blokady czynności występujących przy realizacji planowanego portfela projektów nie będą występowały.

Zgodnie z przyjętymi założeniami modelu referencyjnego [5] funkcje występujące w nierówności $b_k(v,X) \le m_k(v,X)$ przyjmują postać:

- funkcja $b_k(v,X)$ przyjmuje postać:

$$b_k(v,X) = \sum_{i=1}^{lp} \sum_{j=1}^{lo_i} \left[cr_{i,j,k} \cdot 1(v - x_{i,j} - tr_{i,j,k}) \right], \tag{6}$$

  gdzie: $tr_{i,j,k}$ – termin liczony względem $x_{i,j}$ pobrania przez czynność k-tego zasobu nieodnawialnego, lp – liczba projektów, lo_i – liczba czynności w i-tym projekcie, $cr_{i,j,k}$ – liczba jednostek k-tego zasobu nieodnawialnego rezerwowana przez czynność $O_{i,j}$, $1(v)$ – funkcja jednostkowa.

  Wielkość a, funkcji $1(v-a)$ nazywana jest punktem charakterystycznym. W wyrażeniu (6) sumowane są funkcje jednostkowe czasu rezerwacji zasobu, których punkty charakterystyczne oznaczają momenty żądania ($x_{i,j}$+ $tr_{i,j,k}$) przez czynności określonej ilości zasobu k. Punkty te w dalszej części nazywane będą punktami charakterystycznymi funkcji $b_k(v, X)$. Zmiana wartości funkcji $b_k(v, X)$ na większą może odbywać się tylko w jej punktach charakterystycznych,

- funkcja $m_k(v,X)$ przyjmuje postać:

$$m_k(v,X) = \sum_{i=1}^{lp} \sum_{j=1}^{lo_i} \left[cs_{i,j,k} \cdot 1(v - x_{i,j} - ts_{i,j,k}) \right] + zn_k \tag{7}$$

gdzie: $ts_{i,j,k}$ –termin liczony względem $x_{i,j}$ pozyskania przez czynność k-tego zasobu, lp – liczba projektów, lo_i – liczba czynności w i-tym projekcie, $cs_{i,j,k}$ – liczba jednostek k-tego zasobu pozyskiwana przez czynność $O_{i,j}$, $1(v)$ – funkcja jednostkowa.

Analogicznie do $b_k(v,X)$ wartości $(x_{i,j} + ts_{i,j,k})$ nazywane są punktami charakterystycznymi funkcji $m_k(v,X)$.

Dla przyjętych postaci funkcji $b_k(v, X)$, $m_k(v ,X)$ (wyrażenia (6), (7)) oraz zgodnie z własnością 2 warunek $b_k(v, X) \leq m_k(v, X)$ przyjmuje postać:

$$zn_k - \sum_{i=1}^{lp}\sum_{j=1}^{lo_i}\left[cr_{i,j,k} \cdot 1(v - x_{i,j} - tr_{i,j,k})\right] + \sum_{i=1}^{lp}\sum_{j=1}^{lo_i}\left[cs_{i,j,k} \cdot 1(v - x_{i,j} - ts_{i,j,k})\right] \geq 0 \tag{8}$$

$\forall v \in H$

gdzie: lp – liczba projektów, lo_i – liczba czynności w i-tym projekcie, $1(v)$ – funkcja jednostkowa.

Zgodnie z **Lematem 1**, aby nie dopuścić do blokady, wyrażenie (8) musi być spełnione dla każdej chwili v horyzontu H. Z przyjętych postaci funkcji $b_k(v, X)$, $m_k(v, X)$ (wyrażenia (6), (7)) widać, że ich wartości zmieniają się na większe tylko dla argumentów odpowiadających punktom charakterystycznym. Zmienna v w wyrażeniu (8) może więc zostać zastąpiona odpowiednimi punktami charakterystycznymi. Rozważane są tylko punkty charakterystyczne funkcji $b_k(v,X)$, gdyż tylko dla nich wartość lewej strony nierówności maleje. Zgodnie z powyższym słuszne jest Twierdzenie 2.

Twierdzenie 1. Dany jest portfel projektów , spełnione są założenia modelu referencyjnego (czynności opisane są przez: X, T_i, H), funkcje $b_k(v, X)$, $m_k(v, X)$ są wyrażane odpowiednio przez (6), (7). Jeżeli dla każdej chwili horyzontu H oraz dla każdego $k \in \{1, 2, \ldots, ln\}$, warunki wyrażone układem nierówności (9) są spełnione, to realizacja planowanego portfela projektów jest bezblokadowa.

Dowód: Układ (9) jest rozwinięciem nierówności (8) w przypadku, gdy argument v przyjmuje wartości punktów charakterystycznych funkcji $b_k(v, X)$, $m_k(v, X)$. Zgodnie z wyrażeniami (6) i (7) tylko w tych punktach może nastąpić zmiana stanu portfela projektów P. Jeśli więc nierówność (8) jest spełniona w punktach charakterystycznych (punkt funkcji $b_k(v, X)$), które odpowiadają momentom, gdy lewa strona nierówności (8) zmniejsza swoją wartość, to jest ona spełniona dla wszystkich $v \in H$ co zgodnie z własnością 2 (a tym samym z Lematem 1) gwarantuje brak blokady zasobów nieodnawialnych.

■

$$\begin{cases} zn_k + \sum_{i=1}^{lp}\sum_{j=1}^{lo_i}\left[cr_{i,j,k} \cdot 1(x_{1,1} - x_{i,j} - tr_{i,j,k})\right] + \sum_{i=1}^{lp}\sum_{j=1}^{lo_i}\left[cs_{i,j,k} \cdot 1(x_{1,1} - x_{i,j} - ts_{i,j,k})\right] \geq 0 \\ zn_k + \sum_{i=1}^{lp}\sum_{j=1}^{lo_i}\left[cr_{i,j,k} \cdot 1(x_{1,2} - x_{i,j} - tr_{i,j,k})\right] + \sum_{i=1}^{lp}\sum_{j=1}^{lo_i}\left[cs_{i,j,k} \cdot 1(x_{1,2} - x_{i,j} - ts_{i,j,k})\right] \geq 0 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \ldots \\ zn_k + \sum_{i=1}^{lp}\sum_{j=1}^{lo_i}\left[cr_{i,j} \cdot 1(x_{lp,lo_{lp}} - x_{i,j} - tr_{i,j,k})\right] + \sum_{i=1}^{lp}\sum_{j=1}^{lo_i}\left[cs_{i,j} \cdot 1(x_{lp,lo_{lp}} - x_{i,j} - ts_{i,j,k})\right] \geq 0 \end{cases} \tag{9}$$

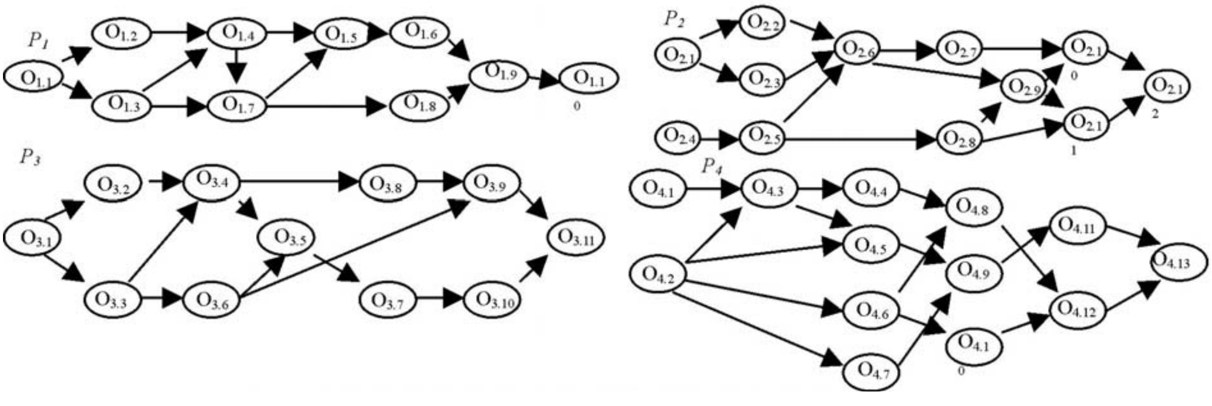
dla: $k = 1, 2, \ldots, ln$, gdzie ln – liczba zasobów nieodnawialnych.

Gwarancja utrzymania zadanego poziomu ilości zasobów nieodnawialnych, poprzez wprowadzenie do ***CS*** opracowanych ograniczeń (9) jest podstawowym warunkiem braku blokad.

Podusmowując zaproponowany model referencyjny planowania/waraiantowania przedsięwzięć charakteryzują: **czynności** (ich ilość i determinujące ich wykonanie graniczenia kolejnościowe i zasobowe), **zasoby** (ich ilość i charakter), a także **łączące je związki** (określające jakie zasoby i w jakiej ilości są niezbędne do wykonania poszczególnych czynności, ograniczenia np. zakładające niewywłaszczalność i/lub współdzielenie zasobów, ciągły lub dyskretny sposób zużycia zasobów, itp.). Model stanowi podstawę do budowy systemów komputerowo wspomaganego podejmowania decyzji, na etapie planowania/wariantowania portfeli projektów.

5. PRZYKŁAD ILUSTRACYJNY

Dany jest portfel projektów reprezentowany przez rodzinę $P = \{P_1, P_2, P_3, P_4\}$. Czynności $O_{i,j}$ w projektach charakteryzowane są odpowiednio [2]: $P_1 = \{O_{1,1}, ..., O_{1,10}\}$, $P_2 = \{O_{2,1},..., O_{2,12}\}$,$P_3 = \{O_{3,1},..., O_{3,11}\}$, $P_4 = \{O_{4,1}, ..., O_{4,13}\}$. Sieci czynności projektów zilustrowano na rys. 3.



Rys. 3. Sieci czynności portfela P

Dany jest horyzont planowania realizacji wszystkich projektów $H = \{0, 1, ..., 40\}$. Dla poszczególnych czynności, kolejno dla projektów P_1, P_2, P_3, P_4, dane są sekwencje czasów trwania: $T_1 = (1, 2, 3, 4, 4, 8, 3, 2, 1, 6)$, $T_2 = (3, 1, 6, 3, 2, 5, 1, 5, 2, 4, 2, 1)$, $T_3 = (3, 7, 2,7, 2, 1,8, 3, 3, 4, 8)$, $T_4 = (3, 3, 2, 8, 3, 1, 4, 1, 8, 4, 3, 3, 8)$. Do realizacji czynności wykorzystywane są trzy rodzaje zasobów odnawialnych ro_1, ro_2, ro_3. Dane są dopuszczalne wartości zasobów odnawialnych, które kolejno wynoszą 11, 14, 12 u.j.m (umowna jednostka miary) dla całego horyzontu H: $zo_1 = (11, 11, 11, \dots, 11)$, $\| zo_1\| = 41$, $zo_2 = (14, 14, 14, \dots, 14)$, $\|zo_2\| = 41$, $zo_3 = (12, 12, 12, \dots, 12)$, $\|zo_3\| = 41$. Dopuszczalne wartości zasobów są niezmienne w czasie. Przyjęto, że dla wszystkich czynności zasoby są rezerwowane wraz z rozpoczęciem czynności i zwalniane w momencie jej ukończenia.

Wymagana ilość zasobów dla czynności projektów P_1, P_2, P_3, P_4, jest wyrażana w postaci sekwencji ilości pobieranego zasobu odnawialnego. Potrzebne ilości zasobów zestawiono poniżej.

$DP_{1,1} = \{3, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 1, 2, 1\}$, $DP_{1,2} = \{2, 2, 1, 2, 1, 1, 2, 3, 3, 1, 1\}$, $DP_{1,3} = \{2, 2, 2, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 2\}$

$DP_{2,1} = \{4, 3, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 3, 1, 2, 2, 2\}$, $DP_{2,2} = \{1, 2, 3, 1, 2, 1, 2, 1, 1, 2, 1, 1\}$, $DP_{2,3} = \{2, 1, 1, 1, 3, 1, 2, 2, 2, 1, 1, 1\}$

$DP_{3,1}$ ={2, 4, 1, 2, 2, 2, 1, 2, 2, 1, 3}, $DP_{3,2}$ ={2, 1, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 2, 2}, $DP_{3,3}$={2, 4, 1, 2, 2, 2, 1, 2, 2, 1, 3}

$DP_{4,1}$ ={1, 2, 3, 4, 3, 2, 2, 1, 1, 1, 3, 1, 4}, $DP_{4,2}$={1, 1, 1, 2, 1, 2, 1, 3, 2, 2, 2, 1, 2}, $DP_{4,3}$={1, 2, 2, 1, 1, 2, 4, 1, 2, 2, 2, 1, 2}

Do realizacji czynności wymagana jest określona liczba zasobów nieodnawialnych rn_1, rn_2. Początkowa wartość zasobu nieodnawialnego rn_1 wynosi 10 u.j.m. a zasobu nieodnawialnego rn_2 wynosi 7 u.j.m.: $zn_1 = 10$, $zn_2 = 7$.

Czynności pobierają i/lub generują określoną ilość zasobów nieodnawialnych rn_1 i rn_2. Przyjęto, że dla wszystkich czynności zasoby są pobierane wraz z rozpoczęciem czynności i generowane w momencie ich ukończenia. Ilość pobieranego/generowanego zasobu rn_1 określają odpowiednio sekwencje $CR_{i,j}$, $CS_{i,j}$ zestawione poniżej.

$CR_{1,1}$ ={1, 1, 2, 1, 2, 1, 3, 1, 1, 1}, $CR_{1,2}$ ={1, 2, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1},$CS_{1,1}$ = {3, 2, 0, 2, 4, 4, 2, 0, 2, 4},$CS_{1,2}$={1 , 2, 3, 2, 2, 2, 0, 2, 1, 2},$CR_{2,1}$ ={ 1, 0, 1, 2, 1, 1, 1, 3, 1, 0, 1, 1}, $CR_{2,2}$={ 3, 2, 1, 2, 0, 2, 3,

2, 2, 2, 1, 2},$CS_{2,1}$={ 3, 2, 0, 2, 1, 2, 0, 2, 0, 2, 0, 1}, $CS_{2,2}$={ 3, 2, 1, 2, 0, 2, 3, 2, 2, 2, 1, 2},$CR_{3,1}$={ 1, 1, 2, 1, 1, 1, 0, 1, 3, 1, 1}, $CR_{3,2}$={ 0, 1, 1, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 1, 0},$CS_{3,1}$={ 2, 3, 2, 0, 2, 1, 2, 2, 2, 3, 2}, $CS_{3,2}$ ={ 3, 2, 1, 2, 0, 2, 3, 2, 2, 2, 1},$CR_{4,1}$={ 1, 1, 2, 1, 1, 1, 0, 1, 3, 1, 1, 1, 1},$CR_{4,2}$={ 0, 1, 1, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 1, 0, 1, 1},$CS_{4,1}$={ 2, 3, 2, 0, 2, 1, 2, 2, 2, 3, 2, 3, 2},$CS_{4,2}$={ 3, 2, 1, 2, 0, 2, 3, 2, 2, 2, 1, 2, 2}

Poszukiwana jest odpowiedź na pytanie: ***Czy istnieje, a jeżeli tak, to jaki jest harmonogram gwarantujący ukończenie portfela projektów w zadanym horyzoncie H, spełniający ograniczenia związane z dostępnością zasobów odnawialnych i nieodnawialnych oraz oczekiwaną efektywnością ekonomiczną poszczególnych projektów NPV > 0?***

Tak sformułowany problem jest problemem typu w przód, w którym to dla zadanych parametrów portfela projektów poszukiwany jest harmonogram realizacji czynności. Udzielenie odpowiedzi na postawione pytanie związane jest zatem z wyznaczeniem wartości zmiennych opisujących poszukiwany harmonogram, co w rozważanym przypadku sprowadza się do wyznaczenia wartości momentów rozpoczęcia czynności $x_{i,j}$ [6], [7]. Postawione pytanie wymaga więc wyznaczenia elementów sekwencji: $X_1 = (x_{1,1}, ..., x_{1,10})$, $X_2 = (x_{2,1}, ..., x_{2,12})$, $X_3 = (x_{3,1}, ..., x_{3,11})$, $X_4 = (x_{4,1}, ..., x_{4,13})$.

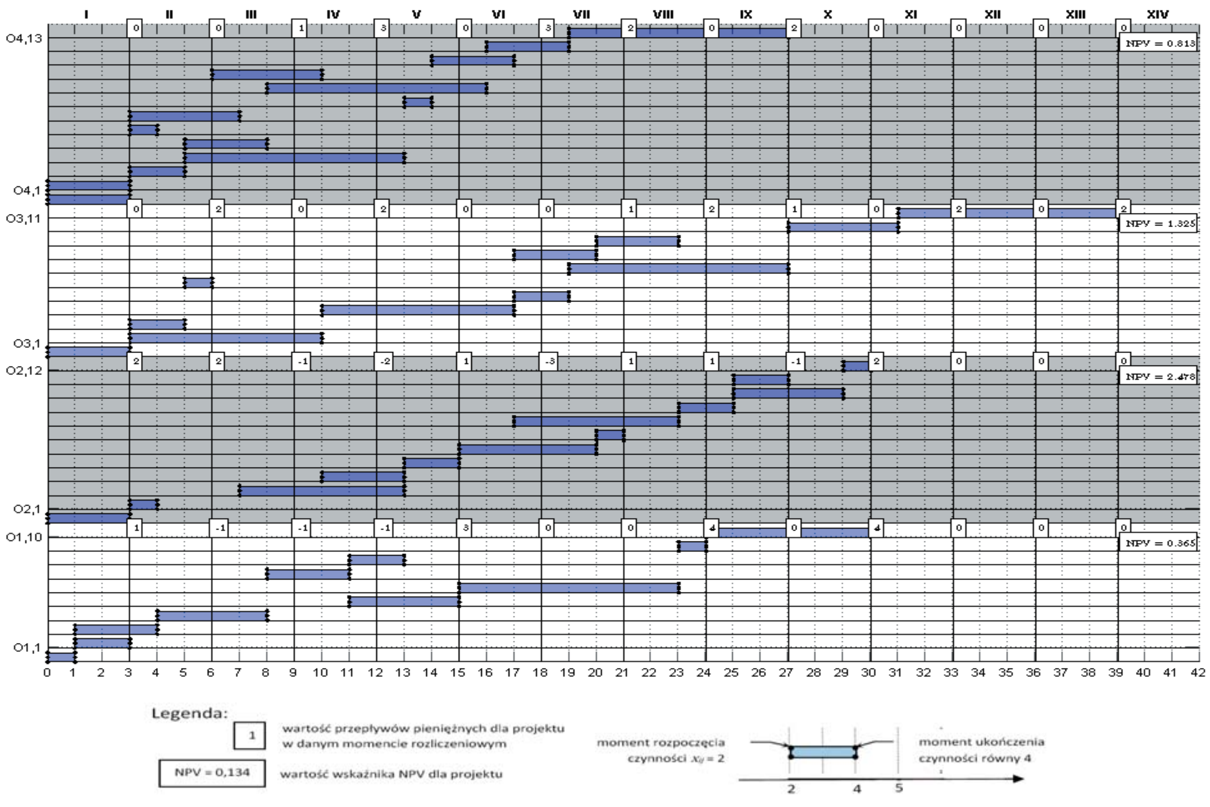
Poszukiwane wartości elementów sekwencji X_1, X_2, X_3, X_4, powinny spełniać ograniczenia kolejnościowe z rys. 3, oraz ograniczenia związane z przydziałem zasobów odnawialnych $DP_{i,j}$, i nieodnawialnych $CS_{i,j}$, $CR_{i,j}$ (gwarantujące brak blokady). Ograniczenia te kolejno opisywane są w postaci zależności: (2), (3), (4), (5), (9). Sekwencje otrzymane zostały w wyniku implementacji instancji przedstawionego modelu referencyjnego dla rozważanego przykładu w środowisku OzMozrat [11].Pierwsze rozwiązanie dopuszczalne uzyskano po czasie 10 s. Sekwencje momentów rozpoczęcia czynności są następujące:

X_1 = (0, 1, 1, 4, 11, 15, 8, 11, 23, 24), X_2 = (0, 3, 7, 10, 13, 15, 20, 17, 23, 25, 25, 29),

X_3 = (0, 3, 3, 10, 17, 5, 19, 17, 20, 27, 31), X_4 = (0, 0, 3, 5, 5, 3, 3, 13, 8, 6, 14, 16, 19).

Otrzymane wartości współczynników NPV [3] dla harmonogramu opisanego przez X_1, X_2, X_3, X_4 kolejno dla projektów P_1, P_2, P_3, P_4 wynoszą:

$NPV_{P1} = 0{,}3649$, $NPV_{P2} = 2{,}4775$, $NPV_{P3} = 1{,}3248$, $NPV_{P4} = 0{,}8134$.



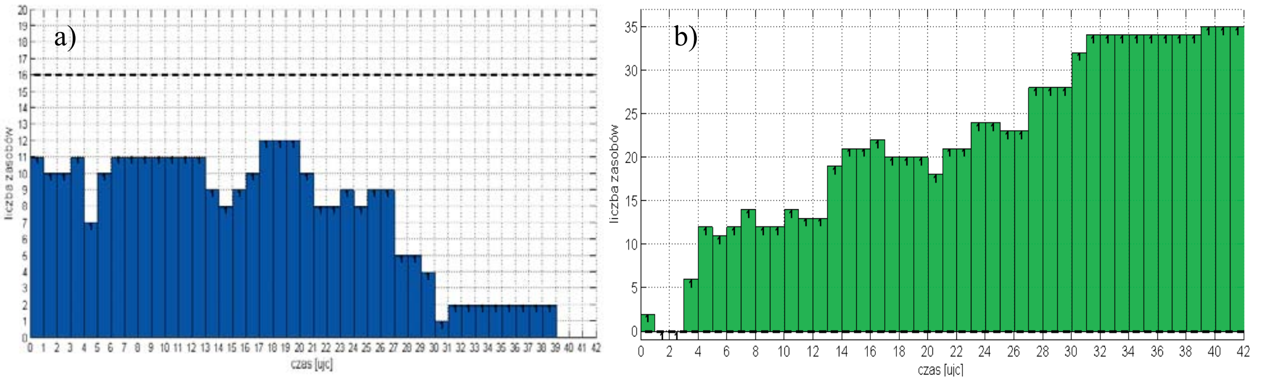
Rys. 4. Plan realizacji portfela projektów

Harmonogram realizacji portfela projektów odpowiadający otrzymanemu rozwiązaniu przedstawiony został na rys. 4. Spełnia on wszystkie zadane ograniczenia wynikające tak z możliwości przedsiębiorstwa, jak i z wymagań narzuconych na realizację poszczególnych projektów.

Na rys. 5a) przedstawiono dodatkowo przykładowy wykres obciążenia zasobu zo_1 z zaznaczonym limitem dopuszczalnej jego ilości. W całym horyzoncie czasu dopuszczalny limit zasobu odnawialnego nie został przekroczony, podobna sytuacja występuje dla pozostałych zasobów zo_2, zo_3.

Rys. 5b) przedstawia przykładowy wykres zmiany poziomu zasobu nieodnawialnego zn_2 w badanym horyzoncie czasu. Łatwo dostrzec, że ograniczenie określające minimalny, dopuszczalny poziom zasobów odnawialnych równy 0 jest spełnione dla zn_2 w całym horyzoncie realizacji projektów. Ograniczenie to spełnione jest również dla zasobu zn_1.

Przedstawiony przykład ilustruje możliwość wykorzystania prezentowanego podejścia w zakresie wielokryterialnej (np. termin realizacji poszczególnych projektów, termin realizacji całego portfela projektów, limitowana dostępność sił wytwórczych, itp.) oceny planowanych projektów, a także poszukiwania odpowiedzi na problemy decyzyjne definiowane dla podejścia „w przód" w trybie interakcyjnym (wynik dla rozważanego przykładu uzyskano w czasie poniżej 5 minut).



Rys. 5. Obciążenie a) zasobu odnawialnego zo_1 b) zasobu nieodnawialnego zn_2

6. WNIOSKI

Przyjęty model referencyjny problemu decyzyjnego, umożliwia specyfikację rozważanych obiektów obejmując ich: **czynności, zasoby**, **łączące je związki.** W takim ujęciu model referencyjny może być postrzegany jako swoista baza wiedzy [2], tzn. znany jest zbiór formuł specyfikujących związki występujące pomiędzy wybranymi parametrami, a także formuły specyfikujące zgromadzone doświadczenie, wiedzę ekspertów itp. Tak rozumiana baza wiedzy, poprzez możliwość jej bezpośredniej reprezentacji w kategoriach problemu spełnienia ograniczeń [4] stanowi naturalną platformę dla formułowania pytań oraz wypracowywania stosowanych odpowiedzi. W tym kontekście warto zauważyć, że techniki programowania w logice ograniczeń stanowią jądro obliczeniowe wielu komercyjnych rozwiązań. Przykładem tego typu pakietów są m.in. produkty takich firm jak proALPHA S.A. Polska [9] oraz IFS.

Przedstawione w Rozdziale 5 przykład ilustrujący możliwości wykorzystania zaproponowanego modelu referencyjnego sugerują jego przydatność do budowy zadaniowo zorientowanych, interakcyjnych systemów wspomagania decyzji, m.in. w zadaniach planowania/wariantowania portfeli projektów . Pełne potwierdzenie takiej przydatności wiąże się oczywiście z koniecznością wykazania iż dana baza wiedzy umożliwia wypracowanie odpowiedzi na zadany zbiór pytań rutynowych, a także iż dla rozważanej klasy obiektów odpowiedzi te uzyskiwane są w trybie „on-line".

Wykorzystywany model referencyjny umożliwia budowę bardziej zaawansowanych, zadaniowo zorientowanych, systemów interakcyjnego wspomagania decyzji, np. systemów sterowania dyspozytorskiego w elastycznych systemach produkcyjnych. Kontynułowane badania wiążą się z możliwościami rozwiązywania zadań alokacji zasobów odnawialnych i nieodnawialnych realizowanych w systemach produkcyjnych, w warunkach występowania zmiennych zadanych w sposób niepewny lub nieprecyzyjny.

LITERATURA

[1] Bach I., Tomczuk-Piróg I., Bzdyra K., Banaszak Z., Zarządzanie wiedzą MŚP (wspomaganie decyzji). W: Komputerowo Zintegrowane Zarządzanie, T. I, Knosla R., Oficyna Wydawnicza PTZP, Opole 2007; 22-31.

[2] Bach I., Bocewicz G., Banaszak Z.: Constraint programming approach to time-window and multiresource-constrained projects portfolio prototyping. In: Industrial, Engineering and Other Applications of Applied Intelligent Systems, IEA/AIE 2008, N.T. Nguyen et

al. (Eds.):, Lecture Notes in Artificial Intelligence 5027, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2008, pp. 767–776.

[3] Bach I., Wójcik R. Bocewicz G.: Projects portfolio prototyping subject to imprecise activities specification, In: Conference proceedings of 14th International Congress of Cybernetics and Systems of WOSC – ICCS'08, Wroclaw, Poland, 2008; 261-272.

[4] Banaszak Z., CP-based decision support for project-driven manufacturing. In: Perspectives in Modern Project Scheduling, (Józefowska J. and J. Węglarz (Ed)), International Series in Operations Research and Management Science, Vol. 92, Springer Verlag, New York, 2006; 409-437.

[5] Barták R. Incomplete Depth-First Search Techniques: A Short Survey, Proceedings of the 6th Workshop on Constraint Programming for Decision and Control, Ed. Figwer J., 2004; 7-14.

[6] Bocewicz G., Muszyński W., Banaszak Z.: Planowanie pracy zespołu robotów wielofunkcyjnych w systemach potokowej produkcji wieloasortymentowej (Model referencyjny). W: Problemy Robotyki, Prace naukowe, Elektronika, z. 166, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej 2008, str. 635-646.

[7] Bocewicz G., Wójcik R., Banaszak Z.: Planowanie pracy zespołu robotów wielofunkcyjnych w systemach potokowej produkcji wieloasortymentowej (Interakcyjne wspomaganie decyzji). W: Problemy Robotyki, Prace naukowe, Elektronika, z. 166, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej 2008, 647-660.

[8] Bocewicz G., Banaszak Z., Wójcik R.: Design of admissible schedules for AGV systems with constraints: a logic-algebraic approach, In: Agent and Multi-Agent Systems: Technologies and Applications, Nguyen N.T., Grzech A., Howlett R.J., Jain L.C. (Eds.), Lecture Notes in Artificial Intelligence 4496, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2007; 578-587.

[9] Bzdyra K., Kużdowicz P.: proALPHA - studium przypadku, W: Systemy wspomagania inżynierii zarządzania.- Koszalin: Wyd. Politechniki Koszalińskiej, 2005 s. 177-197

[10] Puget J-F.: *A C++ Implementations of CLP,* Proceeding of SPICS 94, 1994.

[11] Schulte CH., Smolka G., Wurtz J.: Finite Domain Constraint Programming in Oz, DFKI OZ documentation series, German Research Center for Artificial Intelligence, Stuhlsaltzenhausweg 3, D-66123 Saarbrucken, Germany, 1998.