

dr inż. Stanisław Popowski, mgr inż. Witold Dąbrowski  
Instytut Lotnictwa

## ESTYMACJA PRZECHYŁKI TORÓW KOLEJOWYCH PODCZAS RUCHU Z DUŻĄ PRĘDKOŚCIĄ

*W pracy przedstawiono metody estymacji przechyłki torów kolejowych podczas ruchu z dużą prędkością. Realizowane jest to dwutorowo. Raz poprzez pomiar odpowiedniej składowej przyspieszenia ziemskiego, na platformie umieszczonej na pojeździe, przy uwzględnieniu działającego przyspieszenia bocznego wynikającego z ruchu po łuku. A drugi raz poprzez całkowanie zmierzonej prędkości kątowej. W procesie estymacji następuje integracja obu pomiarów.*

## ESTIMATION OF TRACK CROSS INCLINATION IN HIGH SPEED MOTION

*The article presents methods for track cross inclination estimation, performed during high speed motion of the vehicle. The process is realized in two phases. The first phase is the measurement of the appropriate gravity vector component, performed on vehicle located platform, while the transversal acceleration resulted from the motion along curved trajectory is taken into account. The second phase is the integration of the measured angular velocity. The estimation process is finalized by the fusion of the results of both phases.*

### 1. WSTĘP

Jednym z głównych parametrów geometrii torów kolejowych jest przechyłka. Występuje ona w łukach i jest to wzniesienie górnej powierzchni główki szyny toku zewnętrznego względem górnej powierzchni główki szyny toku wewnętrznego. Przechyłkę mierzy się w milimetrach. Na prostych odcinkach torów przechyłka powinna być poniżej 20 mm. Na łukach może dochodzić do 150 mm. Przechyłkę stosuje się w łukach, aby skompensować pojawiające się przyspieszenie dośrodkowe. Pozwala to na pokonanie łuku z większą prędkością przy dopuszczalnym przyspieszeniu niezrównoważenia niż bez przechyłki. Wartość przechyłki w torach na szlakach, w torach głównych na stacjach oraz w rozjazdach łukowych położonych w tych torach, powinna być zawarta w przedziale wyznaczonym wartościami granicznymi [1]:

$$\begin{aligned}
 h_{\min} &= \frac{11.8v_{\max}^2}{R} - \frac{s}{g} a_{dop} \\
 h_{\max} &= \frac{11.8v_t^2}{R} + \frac{s}{g} a_t \\
 h_{\min} &\leq h \leq h_{\max}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

gdzie: rozstaw osi szyn w torze ( $s = 1500$  mm),

$g$  – przyspieszenie ziemskie ( $9,81$  m/s<sup>2</sup>),

$h_{\min}$  – najmniejsza dopuszczalna wartość przechyłki dla pociągów pasażerskich,

$v_{\max}$  – największa prędkość pociągów pasażerskich (km/h),

$R$  – promień łuku,

$a_{dop}$  – przyspieszenie niezrównoważone dla pociągów pasażerskich (tab. 1),

$h_{\max}$  – największa dopuszczalna wartość przechyłki dla pociągów towarowych,

$v_t$  – najmniejsza prędkość pociągu towarowego (km/h),

$a_t$  – przyspieszenie niezrównoważone dla pociągów towarowych (tab. 2),

$h$  – wartość przechyłki przyjmowana dla danego łuku.

W tabeli 1 podano dopuszczalne wartości przyspieszenia niezrównoważonego  $a_{dop}$ .

Tab. 1

Rodzaj układu torowego	$a_{dop}$ [ $m/s^2$ ]
Łuki i pojedyncze krzywe przejściowe	0,60
Łuki w torach zwrotnych rozjazdów	0,65
Łuki o promieniach: $200\text{ m} < R < 250\text{ m}$	0,50
Łuki o promieniach: $R < 200\text{ m}$	0,45
Poszerzenia międzytorzy w trudnych warunkach terenowych	0,45
Poszerzenia międzytorzy w dogodnych warunkach terenowych	0,30

Pomiar przechyłki może być dokonany w prosty sposób w warunkach statycznych. Do tego celu służą specjalne toromierze. Jednakże, aby przeprowadzić pomiary na długich odcinkach toru w krótkim czasie stosuje się specjalne drezyny pomiarowe (w Polsce, EM120), które umożliwiają pomiary przechyłki podczas jazdy z dużą prędkością. W niniejszej pracy przedstawiono systemy pomiarowe stosowane do tego celu.

Tab. 2

Obciążenie przewozami [Tg/rok]*	$a_t$ [ $m/s^2$ ]
$0 \leq Q < 5$	0,6
$5 \leq Q < 10$	0,5
$10 \leq Q < 15$	0,4
$15 \leq Q < 20$	0,3
$Q \geq 20$	0,2

\*(1 Tg/rok =  $10^9$  kg/rok)

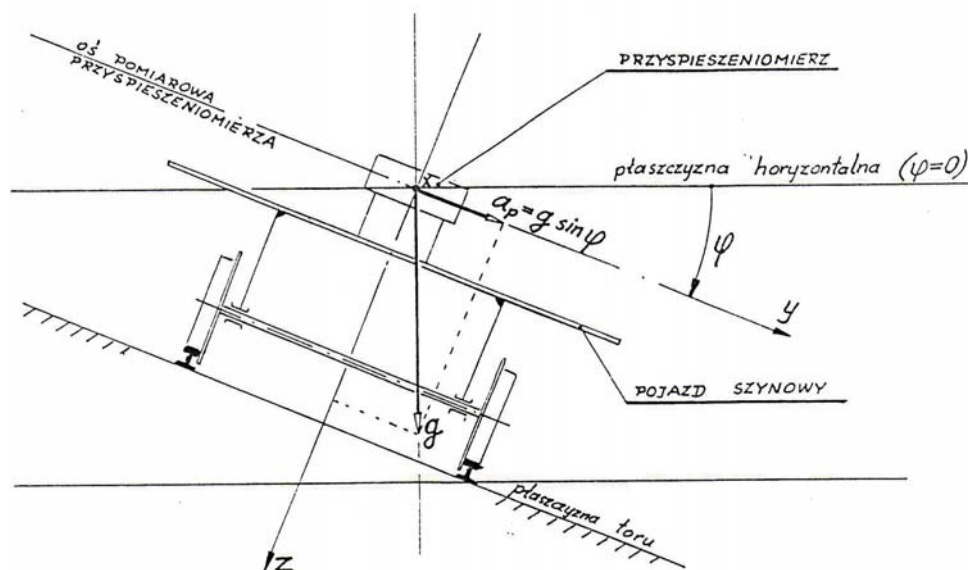
## 2. POMIAR PRZECHYŁKI W SYTUACJI BRAKU PRZYSPIESZEŃ BOCZNYCH

Pomiar przechyłki w sytuacji braku przyspieszeń bocznych można sprowadzić do pomiaru kąta przechylenia osi kół wózka ustawionego na torach, nieruchomego lub poruszającego się ruchem prostoliniowym (rys. 1). Taka sytuacja zachodzi w przypadku prostych torów oraz w sytuacji pomiarów statycznych (np. toromierzem).

Kąt przechylenia można zmierzyć za pomocą przyspieszeniomierza liniowego o osi pomiarowej leżącej w płaszczyźnie kąta przechylenia  $\varphi$  i skierowanej w kierunku horyzontalnym przy  $\varphi = 0$  (rys. 1). W tym przypadku sygnał wyjściowy przyspieszeniomierza  $U_a$  jest proporcjonalny do składowej  $a_y$  przyspieszenia ziemskiego w kierunku osi  $y$ .

$$U_a = k_{ag} a_y = k_{ag} g \sin \varphi \quad (2)$$

gdzie:  $k_{ag}$  – współczynnik skali (np. [Vs<sup>2</sup>/m]).



Rys. 1. Pomiar przechyłki jako kąta przechylenia za pomocą przyspieszeniomierza przy braku przyspieszeń bocznych

Dla dostatecznie małych wartości kąta przechylenia  $\varphi$  sygnał wyjściowy przyspieszeniomierza można traktować jako proporcjonalny do tego kąta. Przechyłkę obliczamy z zależności (3):

$$h = s \sin \varphi = \frac{s U_a}{k_{ay} g} \quad (3)$$

### 3. POMIAR PRZECHYŁKI PRZY ISTNIENIU PRZYSPIESZEŃ BOCZNYCH

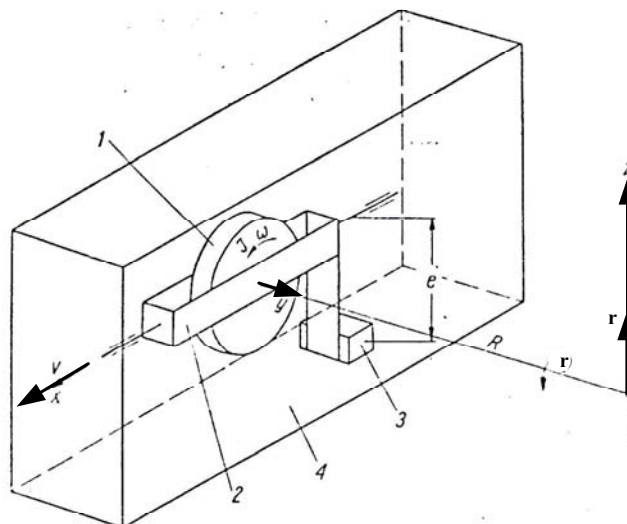
Podczas jazdy pojazdu szynowego po torze podlega on działaniu sił bocznych wywołujących przyspieszenia boczne nakładające się na składową wynikającą z przechylenia pojazdu (składowe przyspieszenia grawitacyjnego). Jednym z prostszych systemów, które eliminowały wpływ przyspieszeń bocznych jest tzw. wahadło giroskopowe.

#### 3.1. Układ pomiarowy wahadła giroskopowego stosowany w wagonie pomiarowym typu Matisa-Amslera [1]

Układ pomiarowy wahadła giroskopowego przedstawia sobą elektromechaniczny system pomiarowy (rys. 2). Układ jest ustawiony na podłodze wagonu pomiarowego, dokładnie na jego środku. Oś  $x$  skierowana jest wzdłuż osi wagonu. Względem osi  $x$  przebiega oś obrotu wahadła, które tworzy giroskop (1) w ramie (2) oraz mimośrodowo ( $e$  – mimośród) umieszczona masa ( $m$  nr 3 na rys. 2). Oś wirowania giroskopu jest prostopadła do osi obrotu wahadła. Giroskop jest tak skonstruowany, że jego prędkość obrotowa ( $\omega$ ) jest proporcjonalna do prędkości liniowej wagonu pomiarowego.

$$\omega = kv \quad (4)$$

gdzie:  $\omega$  - prędkość wirowania giroskopu,  
 $v$  - prędkość liniowa wagonu,  
 $k$  - współczynnik proporcjonalności.



Rys. 2. Układ pomiarowy wahadła giroskopowego (1 – wirnik giroskopu, 2 – rama, 3 – masa wahadła, 4 – obudowa)

Podczas jazdy w łuku o promieniu  $R$  z prędkością kątową  $r$  pojawia się przyspieszenie dośrodkowe, które działa na powstałe wahadło momentem o wartości:

$$M_d = me \frac{v^2}{R} \quad (5)$$

Jeżeli wahadło ma nie reagować na przyspieszenie dośrodkowe, to moment giroskopowy pojawiający się w zakręcie powinien być równy, co do wielkości, ale z przeciwnym znakiem do momentu  $M_d$ .

$$J\omega r = me \frac{v^2}{R} \quad (6)$$

gdzie:  $J$  - moment bezwładności wirnika giroskopu względem osi obrotu  $y$ .

Po podstawieniu (4) do (6) otrzymamy warunek równowagi w postaci:

$$Jk = me. \quad (7)$$

Jeśli spełniony jest ten warunek, to kąt wychylenia wahadła będzie zależeć tylko od wartości składowej przyspieszenia grawitacyjnego, która pojawi się wzdłuż osi  $y$ . Tym samym układ pomiarowy będzie działać identycznie jak opisany powyżej dla przypadku braku działania przyspieszeń bocznych. Zamiast przyspieszeniomierza użyliśmy wahadła fizycznego, które ma taką cechę szczególną, że samo kompensuje przyspieszenia boczne wynikające z ruchu po łuku. Kąt wychylenia wahadła jest miarą przechyłki zgodnie z (3).

### 3.2. Układ pomiarowy przechyłki z kompensacją przyspieszeń bocznych i filtracją komplementarną

Sygnal przyspieszenia mierzony przez przyspieszeniomierz w osi  $y$  (rys. 3) podczas ruchu po torze w łuku  $a_p$  jest równy sumie:

$$a_p \equiv a_y = g \sin \varphi + a_d + a_n. \quad (8)$$

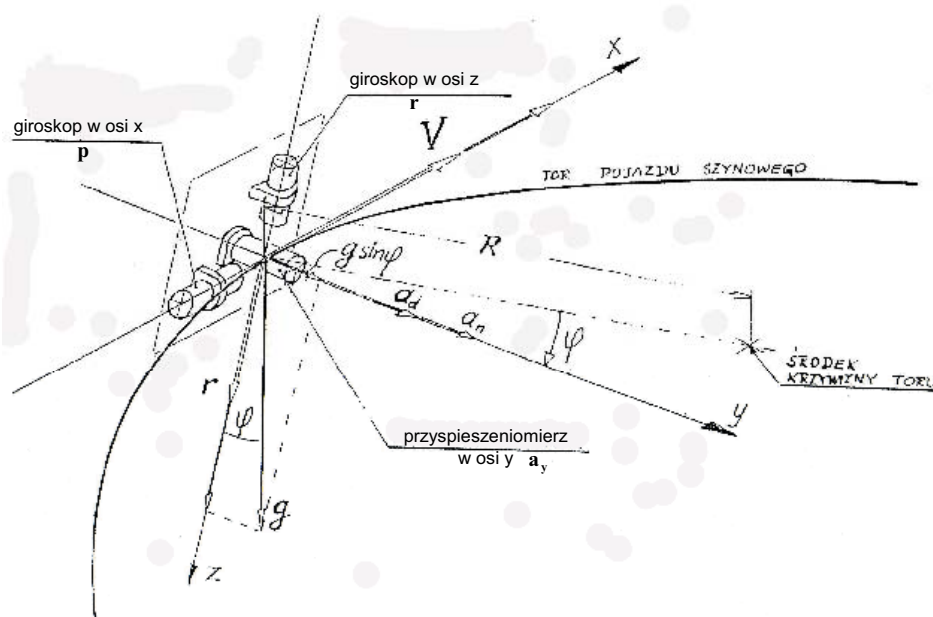
Dwa ostatnie składniki w tym wyrażeniu oznaczają:

$a_d$  – przyspieszenie dośrodkowe pojazdu wynikające z krzywizny toru,

$$a_d = \Omega v, \quad (9)$$

$a_n$  – przyspieszenie boczne pojazdu wynikające z nierówności toru, porywów wiatru, drgań silnika, itp.

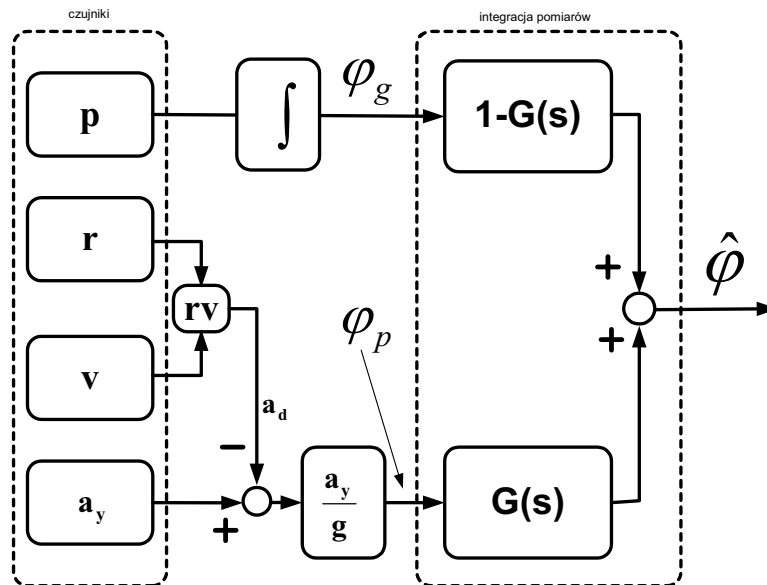
Kompensacja przyspieszenia dośrodkowego  $a_d$  dokonuje się stosując pomiar pośredni tego przyspieszenia zgodnie z zależnością (9). Prędkość kątową odchylenia  $\Omega$  mierzy giroskop prędkościowy o osi pomiarowej skierowanej wzdłuż osi z (rys. 3). Sygnał prędkości liniowej wagonu  $v$  otrzymywany jest z oddzielnego systemu pomiarowego powiązanego z licznikiem drogi. Sygnał ten jest otrzymywany z pomiarów prędkości kątowej kół jezdnych. Oba te sygnały są mnożone, a następnie wynik tego mnożenia jest odejmowany od sygnału wyjściowego przyspieszeniomierza  $a_p$  (rys. 4).



Rys. 3. Prędkości kątowe i przyspieszenie w systemie pomiaru przechyłki

Eliminacji wpływu przyspieszenia  $a_n$  na pomiar kąta przechylenia  $\varphi$  dokonano korzystając z faktu, że przyspieszenie to jest szumem o częstotliwości leżącym z reguły, powyżej 2 Hz, który daje się odfiltrować za pomocą filtra dolnoprzepustowego. W tym celu sumę algebraiczną sygnału przyspieszeniomierza  $a_p$  i układu kompensacji przyspieszenia dośrodkowego  $a_d = rv$  wprowadza się na wejście filtra dolnoprzepustowego  $G(s)$  (rys. 4). Filtr dolnoprzepustowy oprócz eliminacji z sygnału przyspieszeniomierza składowej  $a_n$ , co jest działaniem pożądanym z punktu widzenia dokładności pomiaru kąta  $\varphi$ , wytłumia również i powoduje opóźnienia fazowe szybkozmiennych sygnałów kąta  $\varphi$  mierzonych przez przyspieszeniomierz. Aby skompensować to szkodliwe działanie filtra dolnoprzepustowego zastosowano drugi giroskopowy czujnik prędkości kątowej o osi skierowanej wzdłuż osi x układu współrzędnych związanego z drezyną i mierzący prędkość kątową przechylenia  $p$ . Sygnał ten jest całkowany w celu otrzymania przebiegu kąta przechylenia  $\varphi$  oraz filtrowany za pomocą fil-

tru górnoprzepustowego. Składowe szybkozmienne kąta przechylenia wycięte przez filtr dolnoprzepustowy z sygnału przyspieszeniemia są dostarczane do układu poprzez sygnał wyjściowy czujnika prędkości katowej przechylenia.



Rys. 4. Schemat blokowy układu pomiarowego przechyłki w warunkach działania przyspieszeń bocznych

Jak napisano powyżej, pomiary kątów za pomocą przyspieszeniemia i giroskopów wykazują odmienne charakterystyki błędów w zależności od częstotliwości zakłóceń. Proces, w wyniku, którego otrzymamy z dwóch takich wielkości, które przedstawiają ten sam parametr zmierzony różnymi metodami, jedną optymalną pod względem dokładności wielkość nazwiemy integracją pomiarów. Na rys. 4 transmitancje filtrów uzupełniają się do jedności tworząc tzw. filtr komplementarny.

Sygnał kąta otrzymany z całkowania prędkości katowej ulega degradacji w stosunkowo krótkim okresie czasu przede wszystkim na skutek całkowania błędów giroskopu zwanych dryfami. Im lepszy giroskop, tym dryf mniejszy i błędy w czasie narastają wolniej. Kąty otrzymane z giroskopów charakteryzują się wolnozmiennymi, narastającymi z czasem błędami.

Przeciwieństwem tego są kąty otrzymane z przyspieszeniemia. Same czujniki posiadają dość szerokie pasmo pomiarowe (od kilkudziesięciu do kilkuset herców). Z racji tego dominujące błędy przyspieszeniemia to szumy w zakresie wyższych częstotliwości.

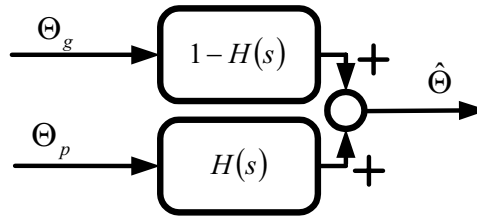
Na rys. 5 przedstawiono działanie takiego filtra integrującego dwa sygnały kąta z różnych źródeł, o różnych charakterystykach błędów. Kąt  $\Theta_g$  pochodzi z pomiarów giroskopowych i charakteryzuje się niskoczęstotliwościowymi błędami wynikającymi z całkowania błędów giroskopu (10),

$$\Theta_g = \Theta + \Delta\Theta_1, \quad (10)$$

gdzie:  $\Theta$  – dokładna wartość kąta,

$\Delta\Theta_1$  – niskoczęstotliwościowe błędy pomiaru kąta,

$\Theta_g$  – kąt zmierzony za pomocą giroskopu.



Rys. 5. Schemat integracji sygnałów z dwóch źródeł o komplementarnych właściwościach błędów ( $H(s)$  – transmitancja filtru dolnoprzepustowego,  $1 - H(s)$  – transmitancja filtru górnoprzepustowego)

Podobnie można zapisać wartość kąta zmierzona za pomocą przyspieszoniomierza (11).

$$\Theta_p = \Theta + \Delta\Theta_2. \quad (11)$$

gdzie:  $\Delta\Theta_1$  – wysokoczęstotliwościowe błędy pomiaru kąta,

$\Theta_g$  – kąt zmierzony za pomocą przyspieszoniomierza.

Im bardziej są rozdzielone błędy niskoczęstotliwościowe giroskopu od błędów wysokoczęstotliwościowych przyspieszoniomierza (w zakresie częstotliwości), tym łatwiej zbudować skuteczny filtr komplementarny. Filtr ten składa się, z co najmniej dwóch filtrów (rys. 5), których transmitancje muszą uzupełniać się do jedności. W przypadku większej ilości źródeł informacji, co za tym idzie większej liczby filtrów, warunek komplementarności pozostaje ten sam. Suma transmitancji wszystkich filtrów powinna wynosić 1.

$$\sum_{i=1}^n H_i(s) = 1 \quad (12)$$

gdzie:  $H_i(s)$  – transmitancja  $i$ -tego filtru,

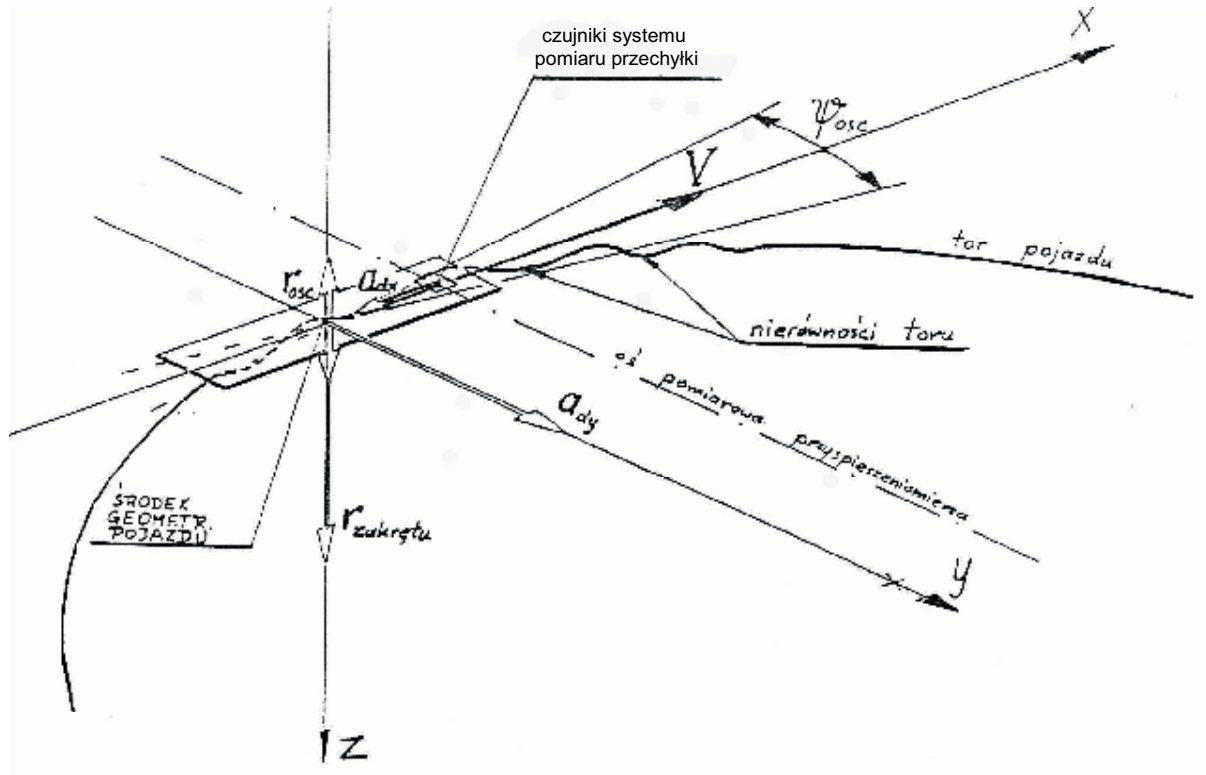
$n$  – ilość filtrów,  $n \geq 2$ .

Dla sytuacji jak na rysunku 5 wartość estymowana kąta wynosi:

$$\begin{aligned} \hat{\Theta} &= \Theta_p H(s) + \Theta_g (1 - H(s)) = (\Theta + \Delta\Theta_2) H(s) + (\Theta + \Delta\Theta_1) (1 - H(s)) = \\ &= \Theta + \Delta\Theta_1 (1 - H(s)) + \Delta\Theta_2 H(s). \end{aligned} \quad (13)$$

Błędy niskoczęstotliwościowe  $\Delta\Theta_1$  zostaną wytłumione filtrem górnoprzepustowym o transmitancji  $(1 - H(s))$ , a błędy wysokoczęstotliwościowe  $\Delta\Theta_2$  zostaną wytłumione filtrem niskoczęstotliwościowym  $H(s)$ . Problemem, który trzeba rozwiązać w takim filtrze jest dobór częstotliwości rozdzielającej pracę filtrów przy zachodzeniu na siebie zakresów częstotliwości zakłóceń  $\Delta\Theta_1$  i  $\Delta\Theta_2$ , co ma najczęściej miejsce w przypadku stosowania tanich czujników. W takiej sytuacji konstrukcja odpowiedniego filtru jest bardzo utrudniona. Najczęściej w roli filtru integracyjnego stosuje się odpowiednio skonfigurowany filtr Kalmana. W pracach [2] i [3] można znaleźć przykłady rozwiązań tego problemu.

W przypadku wystąpienia nierówności w płaszczyźnie torów w kierunku poprzecznym do kierunku jazdy (rys. 6) na pojazd szynowy będą działały siły poprzeczne, w kierunku osi  $y$ , wywołujące oscylacje pojazdu w płaszczyźnie  $xy$  wokół jego środka geometrycznego.



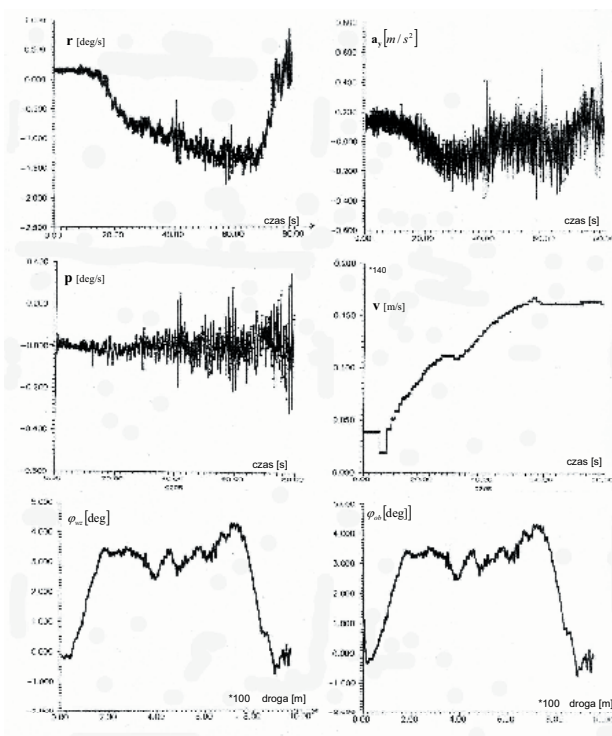
Rys. 6. Kompensacja wpływu nierówności toru

Ponieważ składowa przyspieszenia dośrodkowego wywołana przez te oscylacje skierowana jest do środka geometrycznego pojazdu, tj. w kierunku osi  $x$ , zatem nie wpływa ona na pomiar kąta przechylenia  $\varphi$  przyspieszeniemierzem. Jednakże sygnał korekcji przyspieszenia dośrodkowego proporcjonalny do  $rv$  w dalszym ciągu jest odejmowany od sygnału przyspieszeniomierza. W tym przypadku korekcja jest niepożądana, a jej obecność zwiększa błąd pomiaru kąta przechylenia. Dla uniknięcia tego wpływu korekcji stosuje się kompensację sygnału korekcji poprzez dodatkowe sprzężenie z sygnałem prędkości kątowej odchylenia  $r$  (na schemacie 4, niewidoczniome).

#### 4. PRZYKŁAD REALIZACJI OBLICZEŃ

Na rysunku 7 przedstawiono przykładowe przebiegi sygnałów czujników pomiarowych systemu do pomiaru przechyłki ze schematu 4, podczas przejazdu przez łuk długości ok. 900 m. Wykres górny, lewy przedstawia przebieg prędkości kątowej względem osi  $z$ , górny prawy, sygnał z przyspieszeniomierza, środkowy, lewy, sygnał prędkości kątowej względem osi  $x$ , a środkowy prawy, sygnał prędkości liniowej. W wyniku przeprowadzonych obliczeń zgodnych ze schematem 4 otrzymano kąt przechylenia pokazany na wykresie dolnym prawym. W trakcie pokonywania łuku prędkość pojazdu zwiększała się od 5 km/h do wartości 80 km/h. Jak widać po przebiegu przyspieszenia  $a_y$ , i prędkości kątowej  $p$ , wraz ze wzrostem prędkości wzrastał poziom zakłóceń. Mimo to końcowy wynik (wykres dolny prawy) nie odbiega w znaczący sposób od wzorcowego przebiegu (dolny lewy), który został wyznaczony ręcznym toromierzem.





Rys. 7. Wykresy mierzonych parametrów i obliczonego kąta przechylenia

## 5. WNIOSKI KOŃCOWE

W przedstawionym powyżej opisie pomiaru przechyłki nie poruszono zagadnienia uwzględnienia kątów przechylenia pudła drezyny względem układu jezdny. Z reguły zestawy czujników pomiarowych (giroskopy i przyspieszeniometer) montuje się w części amortyzowanej, a względne ruchy pudła drezyny względem podwozia mierzy się dodatkowym układem pomiarowym, najczęściej zbudowanym w oparciu o transformatory różnicowe dużych przemieszczeń. Zmierzone wzajemne przemieszczenia są uwzględniane w końcowym przeliczaniu przechyłki. Takie rozwiązanie ma na celu ochronę modułu pomiarowego od narażeń mechanicznych (udary, wibracje), które na podwoziu mają znacząco większy poziom. Jakkolwiek są rozwiązania, które zakładają umieszczenie czujników wprost na osi kół podwozia [4], to jednak takie rozwiązania są wyjątkiem. We wszystkich opisach, które jako wynik końcowy przedstawiają kąt  $\phi$ , można za pomocą zależności (3) przejść na wymiar przechyłki w mm.

Dobór czujników pomiarowych pod konkretne zastosowanie wynika z zakładanej dokładności przechyłki. Na torach do 20 mm przechyłki dopuszczalne błędy powinny być mniejsze niż  $2 \div 3$  mm. Dla przechyłek większych dopuszczalny błąd powinien być mniejszy niż 5 mm.

## LITERATURA

1. H. Bałuch, Diagnostyka nawierzchni kolejowej, WKŁ, 1978.
2. M. S. Grewal, A. P. Andrews: Kalman Filtering, Prentice-Hall, Inc. 1993.
3. S. Merhav: Aerospace Sensor Systems and Applications, Springer –Verlag, 1996.
4. M. Rechel, V.I.Gupalov, D.P. Loukianov, A.V. Mochałov: Construction Principles and Operation Experience of the Track Surveying System on Laser Gyros, Stuttgart 1996.