

dr Albin Czubła, mgr Paweł Fotowicz  
Główny Urząd Miar

## ROZDZIELCZOŚĆ A NIEPEWNOŚĆ WYNIKU POMIARU

*W niniejszym artykule przedstawiono sposób uwzględniania rozdzielczości w niepewności wyniku pomiaru w oparciu o doświadczenie metrologiczne autorów zdobywane podczas pomiarów przy wzorcowaniu i podczas analizy wpływu na niepewność wyniku pomiaru czynników związanych z przyrządem i metodą pomiarową. Zwrócono szczególną uwagę na problemy występujące w praktyce.*

### RESOLUTION AND UNCERTAINTY OF MEASUREMENT RESULT

*In this paper, the way of accounting the resolution in evaluation of uncertainty of measurement result was presented. It was based upon metrological experiences of authors, collected during performance of measurements for calibration and analysis of influence of factors concerning the measurement instrument and measurement method on uncertainty of measurement result. The special attention was paid into problems occurring in practice.*

#### 1. WSTĘP

Rozdzielczość wskazań przyrządu pomiarowego jest efektem kwantyzacji wskazania, które polega na przypisaniu do wskazania zmieniającej się skokowo wartości liczbowej. Kwantyzacja wskazania ściśle zależy od konstrukcji przyrządu, sposobu przetwarzania sygnałów przez układy wewnętrzne i wyjściowe, a także od osoby wykonującej pomiary. Ostatni czynnik jest niebagatelny, ponieważ od niego zależy, czy w sposób optymalny wykorzystane zostaną możliwości rozdzielczości wskazań przyrządu, aby uzyskać satysfakcjonujący wynik pomiaru, i czy w sposób poprawny uwzględniony zostanie wpływ rozdzielczości na wynik końcowy. Pomimo że pod względem teoretycznym zagadnienie udziału rozdzielczości w niepewności wyniku pomiaru w sytuacji modelowej jest dobrze poznane [1, 2], to już ściśle uwzględnienie w teorii kontekstu sytuacji praktycznych dotyczących rozdzielczości jest nadal przedmiotem badań [3-7]. Z kolei zastosowanie teorii w praktyce metrologicznej wymaga indywidualnego rozważenia w każdym konkretnym przypadku [8]. Dzięki temu zagadnienie to jest ciągle żywe i aktualne.

#### 2. ROZDZIELCZOŚĆ PRZYRZĄDU W POMIARZE TYPOWYM

##### 2.1. Pomiar wielkości mierzonej

W typowym pomiarze, którego celem jest wyznaczenie nieznannej wartości  $y$  wielkości mierzonej (Rys. 1), równanie pomiaru można zapisać w następującej postaci:

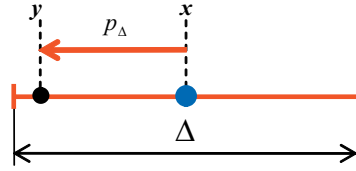
$$y = x + p_{\Delta} + \sum_i p_i, \quad (1)$$

gdzie  $x$  - jest wartością wskazaną przez przyrząd pomiarowy,  $p_{\Delta}$  - jest poprawką związaną z rozdzielczością przyrządu pomiarowego, a  $p_i$  - są to pozostałe poprawki związane z niedoskonałym działaniem układów przetwarzających mierzony sygnał oraz wpływem warunków wewnętrznych i zewnętrznych.

Za wartość  $x$ , wskazaną przez przyrząd pomiarowy, przyjmuje się zwykle wartość średnią z serii pomiarów i przypisuje się jej niepewność standardową równą odchyleniu standardowemu eksperymentalnemu średniej, tzn.:

$$u(x) = \frac{s(x)}{\sqrt{n}}, \quad (2)$$

gdzie  $s(x)$  jest odchyleniem standardowym eksperymentalnym wyników pomiaru wokół tej średniej.



Rys. 1. Ilustracja graficzna relacji zachodzących pomiędzy wartością ( $y$ ) wielkości mierzonej, wskazaniem przyrządu pomiarowego ( $x$ ), rozdzielczością ( $\Delta$ ) i poprawką ( $p_{\Delta}$ ) związaną z rozdzielczością – zgodnie z równaniem (1).

Poprawka  $p_{\Delta}$  odpowiada różnicy między wartością wyniku pomiaru przy założeniu nieograniczonej rozdzielczości przedstawiania wyniku pomiaru a przypisaną mu faktyczną wartością liczbową czy wskazaniem. Poprawce tej przypisuje się zwykle wartość zerową i, przy założeniu rozkładu prostokątnego, niepewność standardową równą:

$$u(p_{\Delta}) = \frac{\Delta}{2\sqrt{3}}, \quad (3)$$

gdzie  $\Delta$  - jest rozdzielczością odczytu wskazania z przyrządu pomiarowego. Poprawkę tę traktuje się jako zmienną losową centrowaną.

Rozdzielczość  $\Delta$  interpretuje się jako największą różnicę między aktualnym a najbliższym możliwym innym odczytem wskazania przyrządu pomiarowego. Nie zawsze spełniona jest równość:  $\Delta = \Delta_1$ , gdzie  $\Delta_1$  jest równe najmniejszej cyfrze znaczącej wyniku pomiaru. Często zachodzi sytuacja, gdy wskazanie zmienia się skokowo o wielokrotność  $\Delta_1$ , np. o  $2 \cdot \Delta_1$ , czy o  $5 \cdot \Delta_1$ . Źródłem informacji na ten temat powinna być dokumentacja techniczna przyrządu oraz obserwacje bieżących wskazań przyrządu.

W niektórych przypadkach, zwłaszcza dla kart pomiarowych, gdy wynik pomiaru ulega przetworzeniu z zapisu dwójkowego na dziesiętny, jeśli nie ma wprowadzonych programowo właściwych ograniczeń na rozdzielczość wyniku pomiaru podawanego na wyjście, faktyczna rozdzielczość  $\Delta$  może przekraczać wartość  $\Delta_1$  nawet ponad 1000-krotnie. Najbardziej kuriozalny przypadek stwierdzony przez autorów w trakcie praktyki metrologicznej, to:

$\Delta = \frac{10^{11}}{2^{20}} \Delta_1 \approx 95367 \cdot \Delta_1$ , przy braku odpowiedniej wzmianki w dokumentacji technicznej – deklarowane parametry techniczne przyrządu jednak były spełnione.

Wskazanie przyrządu pomiarowego może również zmieniać się w trakcie odczytu w sposób płynny, czy może wystąpić ciągle lub sporadyczne migotanie wyniku, itp. W takich przypadkach trudno jest mówić o jednoznacznym odczycie serii pomiarów i można przyjąć za wartość wskazaną przez przyrząd pomiarowy wartość środkową zakresu zmian wskazania, a za rozdzielczość wskazania  $\Delta$  – zakres zmian wskazania powiększony o wartość  $\Delta_1$ . Przykładowo, jeśli wskazanie płynnie zmienia się pomiędzy wartością 10 a 12 przy  $\Delta_1 = 1$ , to zakres zmian wskazania wtedy wynosi  $12 - 10 = 2$ , a za rozdzielczość można przyjąć  $\Delta = 2 + \Delta_1 = 3$ .

## 2.2. Odtwarzanie wielkości mierzonej

Przy pomiarze realizowanym za pomocą przyrządów odtwarzających wielkości mierzone znana jest zwykle wartość nominalna odtwarzanej wielkości, a istotna jest rzeczywista (umownie prawdziwa, poprawna) wartość odtwarzanej wielkości. Równanie pomiaru można w tym wypadku zapisać w analogicznej postaci jak równanie (1):

$$y = x_n + p_\Delta + \sum_i p_i, \quad (4)$$

gdzie:  $y$  - jest wartością (umownie) prawdziwą odtwarzanej wielkości,  $x_n$  - wartością nominalną odtwarzanej wielkości (wskazaniem),  $p_\Delta$  - jest ewentualną poprawką związaną z rozdzielczością przyrządu odtwarzającego tę wielkość, a  $p_i$  - są to pozostałe poprawki związane z niedoskonałym działaniem układów odtwarzających wielkość mierzoną oraz wpływem warunków wewnętrznych i zewnętrznych.

Poprawka  $p_\Delta$  w równaniu (4) związana jest wyłącznie z brakiem możliwości uzyskania powtarzalności nastawy odtwarzanej wielkości. Wszystkie pozostałe poprawki,  $p_i$ , związane są już z realizacją nastawionej wartości nominalnej – wśród nich zwykle jedna poprawka o charakterze systematycznym, korygująca wartość nominalną odtwarzanej wielkości do wartości umownie prawdziwej, i pozostałe o charakterze przypadkowym uwzględniające w niepewności wyniku pomiaru wpływ pozostałych czynników. Konsekwentnie, przyjmując model opisany równaniem (4), w przypadku powtarzalnych nastaw lub stałej wartości nominalnej odtwarzanej wielkości, poprawkę na rozdzielczość  $p_\Delta$  pomija się, a za wartość wielkości  $x_n$  przyjmuje się wartość nastawioną (nominalną) bez przypisywania jej niepewności – niepewność przypisuje się poprawkom  $p_i$ .

Jeśli nie ma możliwości uzyskania powtarzalnej nastawy lub wartość nominalna odtwarzanej wielkości wskazywana na pomocniczym wyświetlaczu ulega zmianom w trakcie pomiaru, to za wartość nominalną odtwarzanej wielkości zwykle przyjmuje się wartość środkową zakresu powtarzalności nastawy lub zakresu zmian wartości wskazywanych na pomocniczym wyświetlaczu. Można wówczas przyjąć, przy założeniu rozkładu prostokątnego, zerową wartość poprawki  $p_\Delta$  z niepewnością standardową wyliczoną zgodnie ze wzorem (3), gdzie rozdzielczość nastawy  $\Delta$  jest zakresem powtarzalności nastawy lub zakresem zmian wartości nominalnych odtwarzanej wielkości, wskazywanych na pomocniczym wyświetlaczu, powiększonym o rozdzielczość  $\Delta_1$  wyświetlacza.

## 3. ROZDZIELCZOŚĆ PRYZRZĄDU PRZY WZORCOWANIU

Podczas wzorcowania, którego podstawowym celem jest zwykle wyznaczenie błędów wskazań czy przypisanie wskazaniom przyrządu pomiarowego poprawnych wartości, sposób i uzasadnienie metody postępowania przy uwzględnianiu rozdzielczości wzorcowanego przyrządu w szacowaniu niepewności wyniku pomiaru nie jest tak oczywiste. Problem polega głównie na niejednoznacznej interpretacji pojęcia błędu wskazania przyrządu pomiarowego podczas wzorcowania, gdzie, w odróżnieniu od zwykłego pomiaru, wartość (umownie) prawdziwa wielkości mierzonej zwykle znana jest z dużo mniejszą niepewnością niż niepewności wnoszone przez przyrząd wzorcowany i wynik pomiaru bezpośrednio odnoszony jest do wskazań przyrządu wzorcowanego. Błąd wskazania jest różnicą między wskazaniem przyrządu pomiarowego a wartością (umownie) prawdziwą wielkości mierzonej [9], ale w przypadku zwykłego pomiaru jest to różnica między wartością znaną (wskazanie) i nieznaną (wartość

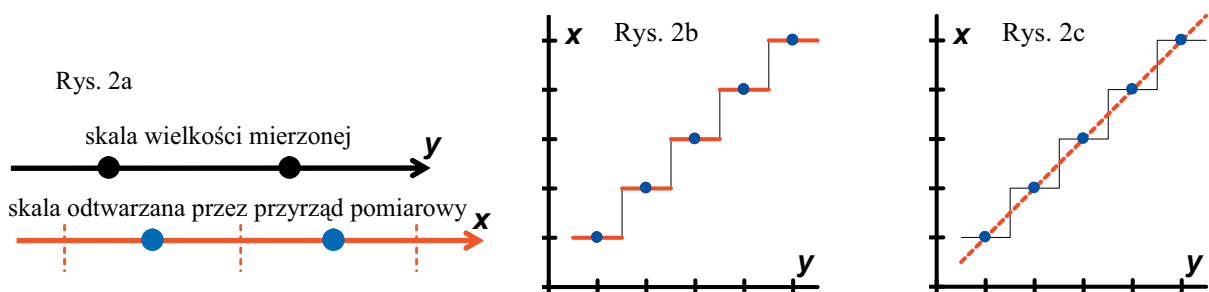
wielkości mierzonej), a w przypadku wzorcowania jest to różnica między dwoma wartościami znanymi (znane wskazanie i znana wartość wielkości mierzonej). W konsekwencji, przy szacowaniu niepewności wyniku pomiaru, udział rozdzielczości przyrządu wzorcowanego jest dyskusyjny.

Równanie pomiaru przy wzorcowaniu zwykle można zapisać w następującej postaci:

$$\Delta y = x + p_{\Delta} - x_w + \sum_i p_{w_i} + p_m, \quad (5)$$

gdzie:  $\Delta y$  - jest błędem wskazania przyrządu wzorcowanego,  $p_{\Delta}$  - jest poprawką związaną z rozdzielczością przyrządu wzorcowanego,  $x_w$  - jest wartością wskazywaną przez wzorzec (przyrząd wzorcowy),  $p_{w_i}$  - są to poprawki związane z niedoskonałym działaniem wzorca (przyrządu wzorcowanego), a  $p_m$  - jest poprawką związaną z metodą wzorcowania.

Równanie (5) różni się od równań (1) i (4) brakiem poprawek związanych z niedoskonałym działaniem przyrządu wzorcowanego, ze względu na istotę samego wzorcowania, za wyjątkiem poprawki  $p_{\Delta}$ , która jednak tym razem jest powiązana z poprawką  $p_m$ .



Rys.2. a) Przesunięcie skali realizowanej przez przyrząd wzorcowany.

b) Skala schodkowa odczytów wskazania realizowana ze względu na ograniczoną rozdzielczość przyrządu wzorcowanego.

c) Założenie ciągłości skali realizowanej przez przyrząd wzorcowany.

Błąd wskazania odpowiada przesunięciu realizowanej przez przyrząd pomiarowy skali wielkości mierzonej a rzeczywistą skalą tej wielkości (realizowanej za pośrednictwem wzorca czy przyrządu wzorcowego) (Rys. 2a), ale, ze względu na ograniczoną rozdzielczość wskazań, możliwe odczyty wskazań skali realizowanej przez przyrząd pomiarowy tworzą skalę schodkową (Rys. 2b). Z jednej strony, wynik pomiaru błędu wskazania można interpretować jako lokalne przesunięcie skali wielkości mierzonej realizowanej przez przyrząd pomiarowy, przy założeniu schodkowości tej skali. Wtedy poprawka  $p_{\Delta}$  nie powinna być brana pod uwagę, ponieważ każde pojedyncze wskazanie jednoznacznie określa, na którym schodku skali znajduje się wynik pomiaru, ale jednocześnie wynik pomiaru będzie zależał od wyboru zadawanych wartości kontrolnych przy wzorcowaniu.

Z drugiej strony wynik pomiaru błędu wskazania można interpretować jako lokalne przesunięcie skali wielkości mierzonej realizowanej przez przyrząd pomiarowy, ale przy założeniu ciągłości tej skali (Rys. 2c). Wtedy poprawka  $p_{\Delta}$  w równaniu (5) związana z rozdzielczością przyrządu wzorcowanego powinna być uwzględniana, ale za wyjątkiem sytuacji, gdy przesunięcie skali wielkości mierzonej wyznaczone jest poprzez znajdowanie środka zakresu zadawanych wartości wzorcowych, przy których wskazanie przyrządu wzorcowanego nie ulega zmianie.

Tablica 1: Ilustracja tabelaryczna rozważanych metod wyznaczania błędu wskazania.

Lp.	Ustalona wartość wzorcowa w serii		Różne, ale ustalone, wartości wzorcowe w serii		Różne przypadkowe wartości wzorcowe w serii	
	Wartość wzorcowa	Wskazanie	Wartość wzorcowa	Wskazanie	Wartość wzorcowa	Wskazanie
1.	10,0	10	10,0	10	10,04	10
2.	10,0	10	10,1	10	10,37	10
3.	10,0	10	10,2	10	9,86	9
4.	10,0	10	10,3	10	10,48	10
5.	10,0	10	10,4	10	10,22	10
6.	10,0	10	10,5	10	10,08	10
7.	10,0	10	10,6	10	9,34	9
8.	10,0	10	10,7	10	9,26	9
9.	10,0	10	10,8	10	10,70	10
10.	10,0	10	10,9	10	10,43	10
Średnia wartość błędu wskazania:		$\Delta\bar{y} = 0$	$\Delta\bar{y} = -0,45$		$\Delta\bar{y} = -0,378$	

Dodatkowo w zależności od przyjętej metody wzorcowania, mogą wystąpić w ogólności różne sytuacje pomiarowe (Tablica 1). W każdym przypadku decyzja powinna być podejmowana świadomie na podstawie doświadczenia metrologicznego, uwzględniając aktualną wiedzę na temat właściwości metrologicznych wzorcowanego przyrządu oraz potencjalne zastosowanie i wymagania użytkownika. Po pierwsze, w serii pomiarów podczas wzorcowania może być zadawana ustalona ta sama wartość wzorcowa wielkości mierzonej – wtedy metoda pomiaru może być obciążona dodatkowo błędem odpowiadającym rozdzielczości przyrządu wzorcowanego ze względu na taką czułość tej metody. Wówczas można, jeśli uzna się to za wskazane, uwzględnić w niepewności standardowej poprawki  $p_m$  składową  $\frac{\Delta}{2\sqrt{3}}$ , gdzie  $\Delta$  jest roz-

dzielczością przyrządu wzorcowanego. Po drugie, w serii pomiarów podczas wzorcowania mogą być zadawane różne, ale ustalone, wartości wzorcowe wielkości mierzonej – wtedy metoda pomiaru obciążona jest dodatkowo rozdzielczością  $\Delta_m$  zadawania wartości wzorcowych w pobliżu granic zakresu wartości wzorcowych, przy których wskazanie przyrządu wzorcowanego nie ulega zmianie. Można wówczas uwzględnić w niepewności standardowej poprawki  $p_m$  składową  $\frac{\Delta_m}{2\sqrt{3}}$ . Po trzecie, w serii pomiarów podczas wzorcowania mogą być

zadawane różne przypadkowe wartości wzorcowe wielkości mierzonej – wtedy jest zwykle ograniczony wpływ na zadawane wartości wzorcowe wielkości mierzonej. Wówczas, analogicznie jak w pierwszej sytuacji pomiarowej, można uwzględnić w niepewności standardowej poprawki  $p_m$  składową:  $\frac{\Delta}{2\sqrt{3}}$ , gdzie  $\Delta$  jest rozdzielczością przyrządu wzorcowanego, lub

składową  $\frac{\Delta_m}{2\sqrt{3}}$ , gdzie  $\Delta_m$  jest oszacowaną rozdzielczością zadawania przypadkowych wartości wzorcowych w pobliżu granicy zmiany wskazania.

#### 4. PODSUMOWANIE

Przedstawione powyżej sytuacje pomiarowe nie wyczerpują wszystkich możliwości sytuacji praktycznych, w których uwzględnianie rozdzielczości przyrządu pomiarowego w szacowaniu niepewności wyniku pomiaru jest problematyczne, a w szczególności dotyczy to wzorcowania. Kosztem posiadania jak najpełniejszej informacji o wpływie rozdzielczości na wynik pomiaru, jaką jest wiedza o lokalnej szerokości zakresu i wartości przesunięcia względem wskazania środka zakresu wielkości mierzonej, przy którym wskazanie to nie ulega zmianie, jest konieczność wykonywania większej liczby pomiarów. Takie postępowanie może być uzasadnione tylko wtedy, gdy wpływ pozostałych czynników na wynik pomiaru i jego niepewność jest pomijalny.

#### 5. LITERATURA

- [1] *Wyrażanie niepewności pomiaru przy wzorcowaniu. Dokument EA-4/02*, European cooperation for Accreditation. Tłumaczenie Główny Urząd Miar, Warszawa, 2001.
- [2] *Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik*, International Organization for Standardization. Tłumaczenie: Główny Urząd Miar, Warszawa, 1999.
- [3] I. Lira, W. Woeger: *The evaluation of standard uncertainty in presence of limited resolution of indicating devices*, Measurement Science and Technology 8 (1997), s. 441-443
- [4] I. Lira: *Resolution revisited*, Metrologia 43 (2006), s. L14-L17
- [5] G. Taraldsen: *Instrument resolution and measurement accuracy*, Metrologia 43 (2006), s. 539-544
- [6] R. Willink: *On the uncertainty of the mean of digitized measurements*, Metrologia 44 (2007), s. 73-81
- [7] J. Hannie, H. K. Iyer, C. M. Wang: *Fiducial approach to uncertainty assessment accounting for error due to instrument resolution*, Metrologia 44 (2007), s. 476-483
- [8] M. Lisowski: *Czynniki pomijane a wpływające na niepewność wzorcowania analogowych i cyfrowych przyrządów pomiarowych*, Podstawowe Problemy Metrologii – Prace Komisji Metrologii PAN, Seria: Konferencje Nr 11, s. 17-22, Katowice, 2006.
- [9] *Międzynarodowy słownik podstawowych i ogólnych terminów metrologii*, International Organization for Standardization. Tłumaczenie: Główny Urząd Miar, Warszawa, 1996