

# Regulacja położenia silnika prądu stałego z wykorzystaniem regulatorów niecałkowitego rzędu

Andrzej Ruszewski, Andrzej Sobolewski

Wydział Elektryczny, Politechnika Białostocka

**Streszczenie:** W pracy rozpatrzono problem regulacji położenia wału silnika prądu stałego o napięciu znamionowym 24 V, obciążonego kołem zamachowym. Do sterowania wykorzystano regulator PD ułamkowego rzędu, zaimplementowany w urządzeniu National Instruments NI ELVIS II programowanym w środowisku LabView. Wykorzystując klasyczną metodę podziału D, podano prostą analityczno-komputerową metodę wyznaczania obszarów stabilności na płaszczyźnie parametrów rozpatrywanego regulatora. Znajomość tych obszarów pozwala na proste obliczenie nastaw regulatora, przy zapewnieniu określonego zapasu stabilności fazy układu regulacji.

**Słowa kluczowe:** położenie, silnik prądu stałego, regulator, niecałkowity rząd

## 1. Wstęp

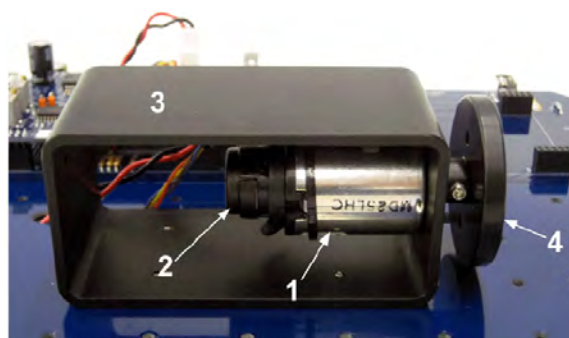
W ostatnich latach obserwuje się wzrost zainteresowania układami dynamicznymi opisanymi równaniami różniczkowo-całkowymi niecałkowitego rzędu (por. np. [4, 7, 9, 12]). Regulator PID niecałkowitego rzędu, określony jako  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ , został zaproponowany w pracach [15, 16]. W regulatorze tym rząd całkowania  $\lambda$  oraz różniczkowania  $\mu$  są w ogólnym przypadku dowolnymi nieujemnymi liczbami rzeczywistymi. Problem doboru nastaw regulatorów niecałkowitego rzędu rozpatrywany był m.in. w pracach [5, 6, 8, 10, 11, 18, 23]. W pracy [18] podano analityczno-komputerową metodę wyznaczania obszarów stabilności w przestrzeni parametrów regulatora  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  dla zadanych wartości zapasów stabilności modułu i fazy. Rozpatrywany był model obiektu regulacji w postaci członu inercyjnego ułamkowego rzędu z opóźnieniem.

W celu realizacji technicznej regulatora PID niecałkowitego rzędu najpierw dokonuje się aproksymacji transmitancji opisującej regulator za pomocą funkcji wymiernych, a następnie wyznacza się realizację wymiernej transmitancji aproksymującej. Metody wyznaczania aproksymacji transmitancji niecałkowitego rzędu opisane są np. w pracach [12–14, 20–22]. Najczęściej jest to postać kanoniczna filtra cyfrowego o nieskończonej odpowiedzi impulsowej (filtr IIR, ang. *Infinite Impulse Response*). Taki algorytm sterowania może być bezpośrednio zaimplementowany w mikroprocesorze lub sterowniku programowalnym [13, 14].

W niniejszej pracy zostanie przedstawiona regulacja położenia wału silnika prądu stałego obciążonego kołem zamachowym będącego składnikiem systemu QUANSER DCMPC (ang. *DC Motor Position Control*). Do sterowania wykorzystywany będzie regulator PD ułamkowego rzędu zaimplementowany w urządzeniu National Instruments NI ELVIS II programowanym w środowisku LabView. Synteza parametryczna regulatora będzie przeprowadzona za pomocą zaproponowanej metody wyznaczania obszarów stabilności w przestrzeni parametrów regulatora, przy zapewnieniu określonego zapasu stabilności fazy układu regulacji.

## 2. Obiekt regulacji

NI ELVIS jest kompaktowym urządzeniem przeznaczonym do celów naukowo-badawczych, integrującym 12 wirtualnych instrumentów pomiarowych, które mogą być wykorzystywane przez inżynierów i badaczy w procesie gromadzenia, analizy i wizualizacji danych. W zestawie znajdują się m.in. multimetr, oscyloskop, analizator widma, narzędzia badania charakterystyk częstotliwościowych itp. Integracja tych urządzeń umożliwia również programowanie zautomatyzowanych procesów akwizycji danych i ich analizy, a w przypadku zadań regulacji procesów realizację algorytmów sterowania. Językiem programowania jest środowisko LabVIEW, umożliwiające budowanie aplikacji w sposób graficzny.



**Rys. 1.** System DCMPC i obiekt sterowania: 1) silniki DC, 2) enkoder, 3) obudowa zespołu silnika, 4) koło zamachowe

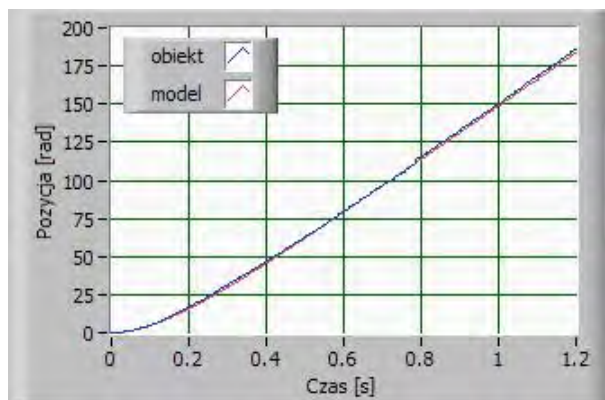
**Fig. 1.** DCMPC System and controlled object: 1) DC motor, 2) encoder, 3) motor metal chamber, 4) inertial load

System DCMPC zawiera silnik prądu stałego DC jako serwomechanizm obciążony kołem zamachowym. System zawiera również wzmacniacz sygnałowy, którego napięcie wyjściowe zasila silnik. Silnik sterowany jest napięciem  $\pm 24$  V DC z maksymalną wartością prądu 1,5 A. Na wale silnika zainstalowano optyczny enkoder do określania aktualnej pozycji wału. Rozdzielczość enkodera umożliwia pomiar pozycji wału z dokładnością  $0,0879^\circ/\text{impuls}$ .

Identyfikacja parametrów modelu silnika została przeprowadzona w warunkach wymuszenia silnika sygnałem skokowym o amplitudzie 2 V w układzie otwartym. Na rys. 2 pokazano odpowiedź układu zarejestrowaną z czasem próbkowania 5 ms. Z rysunku wynika, że rzeczywisty obiekt ma charakter astatyczny i można go opisać modelem o transmitancji operatorowej

$$G(s) = \frac{K}{s(sT + 1)} \quad (1)$$

gdzie  $K$  jest wzmocnieniem, zaś  $T$  – stałą czasową.



Rys. 2. Charakterystyka skokowa obiektu sterownia i jego modelu przy skoku o wartości 2 V

Fig. 2. Step responses of plant and its model with step input 2 V

Otrzymaną eksperymentalnie charakterystykę skokową obiektu regulacji przybliżono charakterystyką skokową modelu (1) przy  $K = 35$ ,  $T = 0,15$ . Charakterystykę modelu (1) dla podanych wartości parametrów pokazano na rysunku 2.

### 3. Regulator PID niecałkowitego rzędu

Regulator PID niecałkowitego rzędu został zaproponowany w pracach [15, 16] jako uogólnienie klasycznego regulatora PID [2, 17]. Regulator ten zawiera integrator niecałkowitego rzędu  $\lambda$  i człon różniczkujący niecałkowitego rzędu  $\mu$ . Transmitancja operatorowa regulatora  $PI^\lambda D^\mu$  ma postać

$$C(s) = k_p + k_i s^{-\lambda} + k_d s^\mu, \quad \lambda > 0, \mu > 0 \quad (2)$$

gdzie  $k_p$ ,  $k_i$  i  $k_d$  są współczynnikami wzmocnień części proporcjonalnej, całkującej oraz różniczkującej, odpowiednio, zaś  $\lambda$  oraz  $\mu$  są to liczby rzeczywiste będące niecałkowitymi rzędami całkowania oraz różniczkowania. Zauważmy, że w przypadku szczególnym (z całkowitymi

wartościami rzędów  $\lambda = 1$  i  $\mu = 1$ ) transmitancja (2) opisuje klasyczny regulator PID.

W pracy będziemy wykorzystywać regulator PD niecałkowitego rzędu, którego transmitancja operatorowa ma postać

$$C(s) = k_p + k_d s^\mu \quad (3)$$

Transmitancję (3) otrzymamy, przyjmując w (2)  $k_i = 0$  i  $\lambda = 0$ .

#### 3.1. Synteza parametryczna regulatora

Przy wyznaczaniu wartości parametrów regulatora PD niecałkowitego rzędu wykorzystano tzw. tester zapasu fazy  $\exp(-j\phi)$ , gdzie  $\phi$  jest zapasem fazy. Tester ten nie występuje w rzeczywistym układzie regulacji, wykorzystywany jest on tylko przy syntezie parametrycznej regulatora. Wartości parametrów regulatora dobiera się tak, aby układ regulacji charakteryzował się określonym zapasem stabilności fazy. W typowych układach sterowania zapas fazy wynosi od  $30^\circ$  do  $60^\circ$ . Zapas ten związany jest ze wskaźnikami jakości określanymi na podstawie odpowiedzi skokowych układu regulacji automatycznej, tj. przeregulowaniem, czasem regulacji.

Uwzględniając tester zapasu fazy w torze głównym sterowania oraz transmitancje operatorowe obiektu (1) i regulatora (3), otrzymamy wielomian charakterystyczny rozpatrywanego układu regulacji o postaci:

$$w(s) = e^{-j\phi} K(k_p + k_d s^\mu) + s(sT + 1) \quad (4)$$

Wykorzystując klasyczną metodę podziału D, możemy wyznaczyć obszary stabilności w przestrzeni parametrów ( $k_d$ ,  $k_p$ ). Obszary te określają zbiór wartości parametrów, dla których rozpatrywany układ regulacji automatycznej jest stabilny. Granice stabilności (podziału D) odpowiadają takim wartościom parametrów, dla których wielomian charakterystyczny (4) ma przynajmniej jedno zero położone na osi urojonej. Może to być zero rzeczywiste lub para zer urojonych sprzężonych. Wobec tego granice podziału D dzielimy na granice zer rzeczywistych i zer zespolonych.

Dowolnemu punktowi na granicy zer rzeczywistych odpowiada wielomian (4), który ma zero  $s = 0$ . Łatwo zauważyć, że na płaszczyźnie ( $k_d$ ,  $k_p$ ) granicą zer rzeczywistych wielomianu (4) jest linia prosta  $k_d = 0$ .

Granica zer zespolonych odpowiada takim wartościom  $k_d$  i  $k_p$ , dla których wielomian (4) ma zera urojone sprzężone. Granicę zer zespolonych wyznacza się, rozwiązując względem  $k_d$  i  $k_p$  równanie

$$w(j\omega) = e^{-j\phi} K(k_p + k_d(j\omega)^\mu) + j\omega(j\omega T + 1) = 0 \quad (5)$$

Otrzymuje się je przyrównując do zera wielomian (4) przy  $s = j\omega$ . Równanie zespolone (5) jest spełnione, gdy odpowiednio jego części rzeczywiste i urojone są równe 0, tj.

$$\operatorname{Re}[w(j\omega)] = 0, \quad \operatorname{Im}[w(j\omega)] = 0 \quad (6)$$

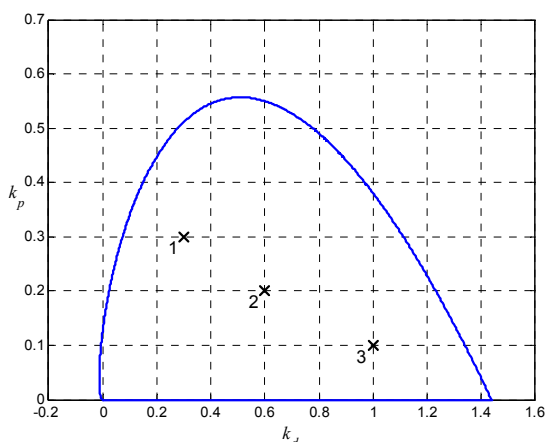
Rozwiązując układ równań (6) względem  $k_d$  i  $k_p$ , odpowiednio otrzymamy:

$$k_d = \omega^{1-\mu} \frac{\omega T \sin \phi - \cos \phi}{K \sin\left(\frac{\pi}{2} \mu\right)} \quad (7)$$

$$k_p = \omega \frac{\omega T \sin\left(\frac{\pi}{2} \mu - \phi\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} \mu - \phi\right)}{K \sin\left(\frac{\pi}{2} \mu\right)} \quad (8)$$

Linia krzywa o opisie parametrycznym (7), (8), wykreślona w funkcji  $\omega$  przy zadanych wartościach  $\phi, \mu$  wyznacza na płaszczyźnie  $(k_d, k_p)$  granicę zer zespolonych wielomianu (4).

Otrzymane granice podziału D dzielą przestrzeń parametrów regulatora na obszary. W celu sprawdzenia, czy wyznaczony obszar jest obszarem stabilności, należy zbadać stabilność wielomianu (4) dla jednego punktu z tego obszaru.



Rys. 3. Obszar stabilności wyznaczony przy  $\phi = 60^\circ, \mu = 0,6$

Fig. 3. Stability regions for  $\phi = 60^\circ, \mu = 0,6$

Dla wartości parametrów transmittancji (1) uzyskanych w wyniku identyfikacji wyznaczono obszar stabilności przy  $\phi = 60^\circ, \mu = 0,6$ . Obszar ten pokazano na rys. 3. Wybierając punkt z obszaru ograniczonego linią krzywą i linią prostą  $k_d = 0$  (granica zer rzeczywistych), otrzymamy wartości nastaw regulatora, przy których układ regulacji ma zapas stabilności fazy większy niż  $60^\circ$ .

Na rys. 3 oznaczono krzyżykami trzy przykładowe punkty, którym odpowiadają wartości nastaw regulatora  $k_d, k_p$ . Obliczone zapasy stabilności fazy układu regulacji dla określonych wartości parametrów regulatora zestawiono w tab. 1.

Tab. 1. Zapasy modułu i fazy

Tab. 1. Gain and phase margins

Punkt	Nastawy regulatora	Zapas fazy [°]
1	$k_d = 0,3 \quad k_p = 0,3 \quad \mu = 0,6$	64,5
2	$k_d = 0,6 \quad k_p = 0,2 \quad \mu = 0,6$	63,2
3	$k_d = 1,0 \quad k_p = 0,1 \quad \mu = 0,6$	61,3

Z tabeli wynika, że wszystkie układy regulacji charakteryzują się większymi zapasami fazy od przyjętego do wyznaczenia granicy zer zespolonych  $60^\circ$ . Potwierdza to

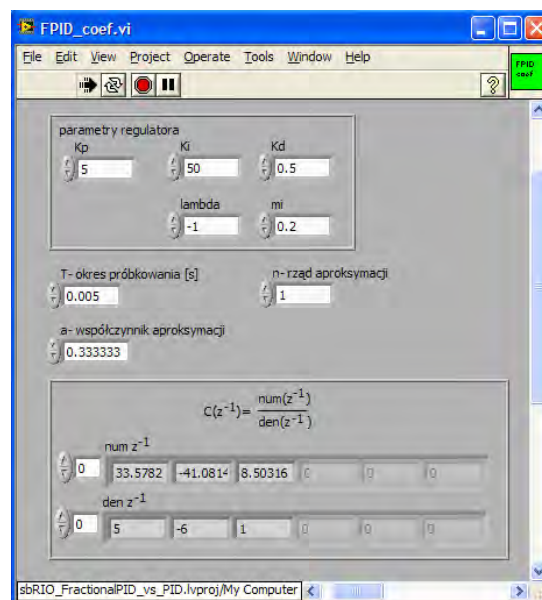
rezultat otrzymany na podstawie metody podziału D, że punkt z wyznaczonego obszaru stabilności zapewnia określone wartości zapasu fazy.

### 3.2. Realizacja praktyczna regulatora

Transmittancja (2) układu niecałkowitego rzędu jest funkcją niewymierną zmiennej  $s$ , dlatego nie jest możliwa fizyczna dokładna realizacja całkowania oraz różniczkowania niecałkowitego rzędu [4]. W celu realizacji technicznej transmittancji operatorowej (2) najpierw dokonuje się jej aproksymacji za pomocą funkcji wymiernych, a następnie wyznacza się realizację wymiernej transmittancji aproksymującej. Wyznaczona wymierna transmittancja aproksymująca może być transmittancją dyskretną całkowitego rzędu, z której bezpośrednio wynika komputerowa metoda realizacji praktycznej transmittancji (2). Metody wyznaczania aproksymacji transmittancji niecałkowitego rzędu są opisane np. w pracach [12–14, 20–22].

W pracy [19] przedstawiono sposób wyznaczania transmittancji dyskretniej aproksymującej transmittancję regulatora PID niecałkowitego rzędu oparty na rozwinięciu transmittancji niewymiernej w ułamek łańcuchowy i przyjęciu skończonej liczby elementów tego rozwinięcia. Wyznaczoną postać transmittancji aproksymującej zaimplementowano w sterowniku sbRIO-9631 National Instruments.

W niniejszej pracy zastosowano taką samą procedurę wyznaczania realizacji praktycznej regulatora PD ułamkowego rzędu wykorzystywanego w zadaniu regulacji położenia. Algorytm sterowania został zrealizowany za pomocą programu napisanego w środowisku LabView, który następnie zaimplementowano w urządzeniu NI Elvis II.



Rys. 4. Okno programu do wprowadzania wartości parametrów regulatora

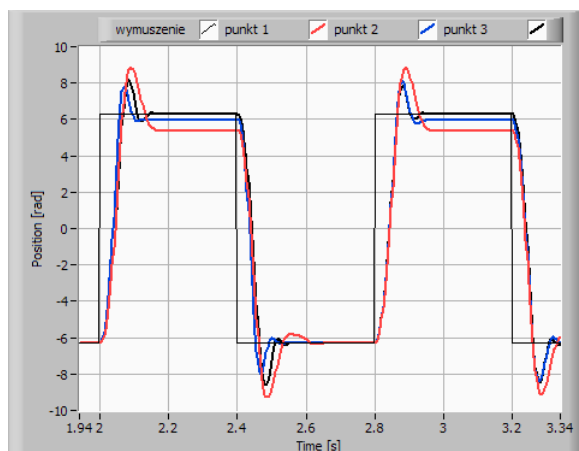
Fig. 4. Program window for setting up fractional control coefficients

Aplikacja umożliwia wprowadzenie przez użytkownika wartości parametrów regulatora  $k_p, k_i, k_d, \lambda, \mu$  oraz parametrów aproksymacji  $T, n, a$  [19]. Parametry te są wyko-

rzystywane do wyznaczania wartości współczynników wielomianów licznika i mianownika dyskretnej transmisji aproksymującej regulator niecałkowitego rzędu.

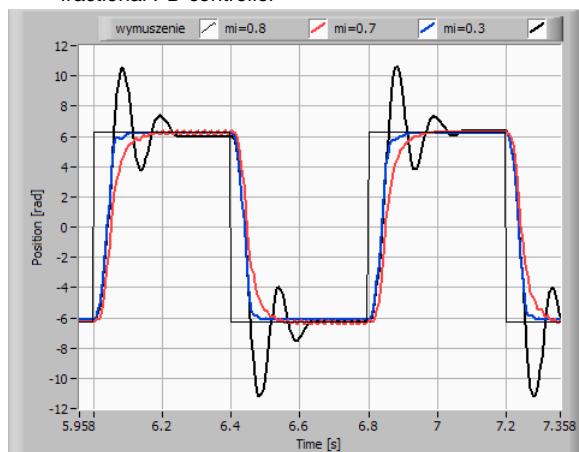
#### 4. Badania eksperymentalne

Warunki eksperymentów pozwalały na zbadanie zachowania się obiektu w czasie regulacji automatycznej pozycji wału silnika przy jej zmianie  $\pm 2\pi$  rad. Odpowiedzi obiektu rejestrowano z czasem próbkowania 5 ms. Otrzymane charakterystyki położenia wału silnika pokazano na rys. 5. Parametry regulatora wybrano zgodnie z wartościami zawartymi w tab. 1 zapewniającymi określone wartości zapasu stabilności fazy. Na rys. 5 widoczny jest wpływ zmian wartości nastaw regulatora na odpowiedzi układu regulacji przy skokowej zmianie pozycji zadanej. Odpowiedź układu dla wartości parametrów regulatora z p. 1 tab. 1 charakteryzuje się największym przeregulowaniem, jak również uchybem ustalonym. Podobnie, uchyb ustalony zaobserwowano w przypadku badania układu z regulatorem o nastawach z p. 2 tab. 1. Można jednak dobrać nastawy tak, aby regulator zredukował uchyb ustalony do zera. Przykładem takich nastaw jest punkt 3 w tab. 1.



Rys. 5. Odpowiedzi skokowe układu regulacji z regulatorem PD niecałkowitego rzędu

Fig. 5. Transient responses of the closed-loop system with the fractional PD controller



Rys. 6. Odpowiedzi skokowe układu regulacji z regulatorem PD niecałkowitego rzędu dla różnych wartości  $\mu$

Fig. 6. Transient responses of the closed-loop system with the fractional PD controller related to  $\mu$

Na stanowisku laboratoryjnym zbadano również wpływ współczynnika  $\mu$  na kształt odpowiedzi układu. Nastawy regulatora  $k_d$  i  $k_p$  przyjęto zgodnie z p. 3 tab. 1 i zmieniano wartości  $\mu$ . Przykładowe charakterystyki skokowe otrzymane dla  $\mu = 0,8, 0,7, 0,3$  pokazano na rys. 6. Widoczna jest tendencja zmian charakterystyk skokowych w zależności od współczynnika  $\mu$ . Im bliższy jest on jedności, tym krótszy czas regulacji i mniejsze przeregulowanie, które zanika dla  $\mu \geq 0,7$ . Jednakże dla wartości współczynnika  $\mu$  powyżej wartości 0,8 zaobserwowano możliwość wystąpienia drgań wokół wartości ustalonej.

#### 5. Uwagi końcowe

W pracy przedstawiono regulację położenia wału silnika prądu stałego obciążonego kołem zamachowym, będącego składnikiem systemu QUANSER DCMPC. Do sterowania wykorzystano regulator PD ułamkowego rzędu, zaimplementowany w urządzeniu National Instruments NI ELVIS II programowanym w środowisku LabVIEW. Syntezę parametryczną regulatora przeprowadzono za pomocą zaproponowanej metody wyznaczania obszarów stabilności na płaszczyźnie parametrów rozpatrywanego regulatora. Znajomość tych obszarów pozwoliła na obliczenie nastaw regulatora, przy zapewnieniu określonego zapasu stabilności fazy układu regulacji. Dokonano weryfikacji działania regulatora w rzeczywistym systemie regulacji położenia wału silnika prądu stałego. Otrzymane wyniki badań eksperymentalnych potwierdzają, że zadanie pozycjonowania za pomocą regulatora niecałkowitego rzędu może być efektywnie realizowane w środowisku programistycznym LabVIEW.

Pracę wykonano w ramach projektu badawczego N N514 638940, finansowanego przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

#### Bibliografia

1. Al-Alaoui, M. A.: *Filling the gap between the bilinear and the backward difference Transforms: an interactive design approach*, "Int. J. Elect. Eng. Edu.", Vol. 34, No. 4, 1997, 331–337.
2. Astrom K. J., Hagglund T.: *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*, 2<sup>nd</sup> ed., Research Triangle Park, NC: Instrument Society of America, 1995.
3. Biswas A., Das S., Abraham A., Dasgupta S.: *Design of fractional-order  $PI^{\lambda}D^{\nu}$  controllers with an improved differential evolution*, "Engineering Applications of Artificial Intelligence", Vol. 22, No. 2, 2009, 343–350.
4. Busłowicz M.: *Wybrane zagadnienia z zakresu liniowych ciągłych układów niecałkowitego rzędu*, „Pomiary Automatyka Robotyka”, nr 2 (2010), 93–114.
5. Caponetto R., Dongola G., Fortuna L., Gallo A.: *New results on the synthesis of FO-PID controllers*, "Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation", Vol. 15, No. 4, 2010, 997–1007.
6. Castillo J., Feliu V., Rivas R., Sanchez L.: *Design of a class of fractional controllers from frequency specifications with guaranteed time domain behavior*,

- “Computers and Mathematics with Applications”, Vol. 59, No. 5, 2010, 1656–1666.
7. Das S.: *Functional fractional calculus for system identification and controls*, Springer, Berlin 2008.
  8. Hamamci S. E.: *An algorithm for stabilization of fractional-order time delay systems using fractional-order PID controllers*, “IEEE Trans. on Automatic Control”, vol. 52, 2007, 1964–1969.
  9. Kaczorek T.: *Selected Problems of Fractional Systems Theory*, Springer, Berlin 2011.
  10. Luo Y., Chen Y.Q., *Fractional order [proportional derivative] controller for a class of fractional order systems*, “Automatica”, Vol. 45, No. 10, 2009, 2446–2450.
  11. Monje C. A., Vinagre B. M., Feliu V., Chen Y.: *Tuning and auto-tuning of fractional order controllers for industry applications*, “Control Engineering Practice”, Vol. 16, 2008, 798–812.
  12. Ostalczyk P.: *Zarys rachunku różniczkowo-calkowego ułamkowych rzędów. Teoria i zastosowania w automatyce*, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 2008.
  13. Petras I.: *Fractional-order feedback control of a DC motor*, “Journal of Electrical Engineering”, Vol. 60, No. 3, 2009, 117–128.
  14. Petras I.: *Realization of fractional-order controller based on PLC and its utilization to temperature control*, “Transfer inovacji”, No. 14, 2009, 34–38.
  15. Podlubny, I.: *Fractional differential equations*, Academic Press, California, 1999.
  16. Podlubny I.: *Fractional-order systems and  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  controllers*, “IEEE Trans. on Automatic Control”, Vol. 44, 1999, 208–214.
  17. Ruszewski A.: *Synteza parametryczna regulatorów dla określonej klasy obiektów o niepewnych parametrach*, Praca doktorska, Politechnika Białostocka, Białystok, 2008.
  18. Ruszewski A.: *Stabilizacja układów inercyjnych ułamkowego rzędu z opóźnieniem za pomocą ułamkowego regulatora PID*, „Pomiary Automatyka Robotyka”, 2/2009, 406–414.
  19. Sobolewski A., Ruszewski A.: *Realizacja praktyczna regulatora niecałkowitego rzędu*, „Pomiary Automatyka Robotyka”, 2/2011, 586–594.
  20. Tenreiro M., Galhano A. M., Oliveira A. M., Tar J. K.: *Approximating fractional derivatives through the generalized mean*, “Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation”, Vol. 14, No. 11, 2009, 3723–3730.
  21. Vinagre B. M., Podlubny I., Hernandez A., Feliu V.: *Some approximations of fractional order operators used in control theory and applications*, “Fractional Calculus and Applied Analysis”, Vol. 3, No. 3, 2000, 231–248.
  22. Vinagre B. M., Chen Y.Q. Petras I.: *Two direct Tustin discretization methods for fractional – order differentiator/integrator*, “Journal of the Franklin Institute: Engineering and applied mathematics”, Vol. 340, 2003, 349–362.
  23. Zhao C., Xue D., Chen Y.Q.: *A fractional order PID tuning algorithm for a class of fractional order plants*, [w:] Proc. of the IEEE International Conference on Mechatronics & Automation, Niagara Falls (Canada) 2005, 216–221. ■

### Position control of DC motor using fractional order controller

**Abstract:** The paper presents the problem of position control of DC motor with rated voltage 24 V loaded by flywheel. The fractional order PD controller implemented in National Instruments NI ELVIS II programmed in LabView is used for controlling. Using the D-partition method simple method for determining stability regions in the controller parameters space is given. Knowledge of these regions permits tuning of the controller and ensures required the phase margin of the system.

**Keywords:** position, DC motor, controller, fractional order

#### dr inż. Andrzej Ruszewski

Absolwent Wydziału Elektrycznego Politechniki Białostockiej, gdzie w 2008 r. obronił rozprawę doktorską z zakresu syntezy parametrycznej regulatorów dla obiektów o niepewnych parametrach. Obecnie zatrudniony na stanowisku adiunkta w Katedrze Automatyki i Elektroniki. Główne kierunki badań naukowych to analiza i synteza układów sterowania, a w szczególności układów z opóźnieniami i układów niecałkowitego rzędu.

e-mail: andrusz@pb.edu.pl



#### dr inż. Andrzej Sobolewski

Pracownik Wydziału Elektrycznego Politechniki Białostockiej od 1998 r. Rozprawę doktorską z dziedziny diagnostyki technicznej maszyn elektrycznych obronił w 2008 r. Obecnie zatrudniony na stanowisku adiunkta w Katedrze Automatyki i Elektroniki. Główne kierunki badań naukowych to diagnostyka techniczna i detekcja uszkodzeń w maszynach indukcyjnych oraz nowoczesne metody sterowania.

e-mail: soboland@pb.edu.pl

