

Wybrane algorytmy automatycznego naprowadzania przeciwpancerneho pocisku raketowego atakujacego cel z gornego pułapu

Zbigniew Koruba, Łukasz Nocoń

Wydział Mechatroniki i Budowy Maszyn, Politechnika Świętokrzyska, Kielce

Streszczenie: W pracy zaprezentowano dwa algorytmy automatycznego naprowadzania pocisku raketowego (ppk), atakujacego cel z gornego pułapu. Pierwszy algorytm kieruje lotem ppk tak, aby wektor prędkości ppk w chwili zderzenia z celem był skierowany prostopadle w dół. Drugi zakłada przelot ppk tuż nad celem w czasie ataku. Uproszczony model matematyczny ppk oraz równania toru lotu posłużyły do przeprowadzenia symulacji komputerowej ataku celu z gornego pułapu. Wyniki badań symulacji komputerowej przedstawiono w postaci graficznej.

Słowa kluczowe: algorytm naprowadzania, przeciwpancerne pocisk kierowany, atak z gornego pułapu

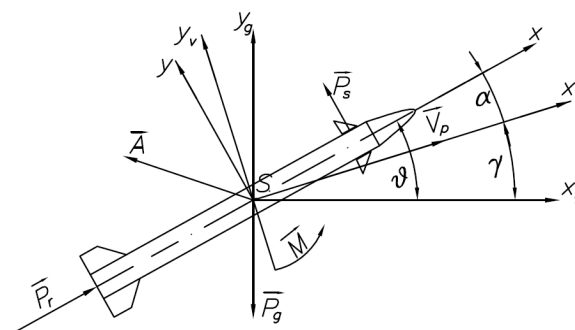
1. Wprowadzenie

Na współczesnym polu walki pancerze czołgów stają się coraz bardziej skuteczne w obronie przed atakami wszelkiego rodzaju pocisków. Ważnym i aktualnym zadaniem jest zatem właściwe wybranie punktu ataku na pancerzu i trafienie pociskiem przeciwpancernym w ten fragment pancerza, który jest najsłabszy [4, 5]. Biorąc pod uwagę fakt, że najsłabszy pancerz jest na górnej powierzchni czołgu, oczywistym jest, że najskuteczniej można go atakować właśnie w to niewralgiczne miejsce. Dlatego też pojawiło się wiele przeciwpancernych pocisków kierowanych (ppk) atakujących cel z gornego pułapu (*top attack*). Koncepcja takiego ataku zakłada, że oś wybuchu głowicy kumulacyjnej (EFP) jest skierowana prostopadle do powierzchni pancerza.

Kluczową rolę w naprowadzaniu ppk odgrywa pilot automatyczny (autopilot). Realizuje on w pocisku raketowym algorytm automatycznego naprowadzania i wypracowuje sygnały sterujące dla układu wykonawczego sterowania. Na potrzeby teoretycznych rozważań przyjęte jest, że sygnały sterujące odpowiadają sile sterującej P_s , która dokonuje zmian kierunku lotu pocisku. W niniejszej pracy algorytmy naprowadzania sprowadzają się do wyznaczania takiej siły P_s , która zapewni skuteczne sterowanie pociskiem zgodnie z założoną trajekcją.

2. Algorytmy naprowadzania ppk

W rozważaniach nad algorytmami naprowadzania wykorzystany jest, opracowany w pracy [2], uproszczony model matematyczny pocisku raketowego poruszającego się w płaszczyźnie pionowej oraz równania toru lotu opracowane na podstawie tego modelu.



Rys. 1. Widok pocisku raketowego poruszającego się w polu grawitacyjnym i w atmosferze Ziemi wraz z przyjętymi układami współrzędnych

Fig. 1. View of the missile moving in the Earth's gravitational field and atmosphere including the assumed systems of coordinates

Na rys. 1 wprowadzono następujące wielkości i oznaczenia: \vec{A} – wektor wypadkowej sił aerodynamicznych, \vec{P}_r – ciąg silnika raketowego, \vec{P}_g – siła ciężkości, \vec{P}_s – siła sterująca, \vec{V}_p – wektor prędkości, \vec{M} – suma momentów sił działających na pocisk, $Sx_gy_gz_g$ – układ współrzędnych o początku ustalonym na pocisku, $Sxvyvzv$ – układ współrzędnych związany z przepływem, $Sxyz$ – układ współrzędnych związany z pociskiem, α – kąt natarcia, γ – kąt pochylenia stycznej do toru; ϑ – kąt pochylenia osi podłużnej pocisku raketowego.

Równania dynamiki lotu pocisku raketowego w układzie współrzędnych związanym z przepływem – $Sxvyvzv$ w płaszczyźnie pionowej mają postać [1, 3]:

$$m_p \dot{V}_p = P_r \cos(\alpha) - P_g \sin \gamma - m_p \lambda_x V_p^2 \quad (1a)$$

$$m_p V_p \dot{\gamma} = P_r \sin(\alpha) - P_g \cos \gamma + m_p \lambda_y \alpha V_p^2 + P_s \quad (1b)$$

$$\ddot{\vartheta} = -D_1 \frac{V_p^2}{L} \alpha - D_2 V_p \dot{\alpha} - D_3 V_p \dot{\vartheta} + \frac{e P_s}{J_z} \quad (1c)$$

gdzie:

$$P_g = m_p g, \quad D_i = \frac{C_i L}{J_z}, \quad m_p - \text{masa pocisku}, \quad \lambda_x, \lambda_y -$$

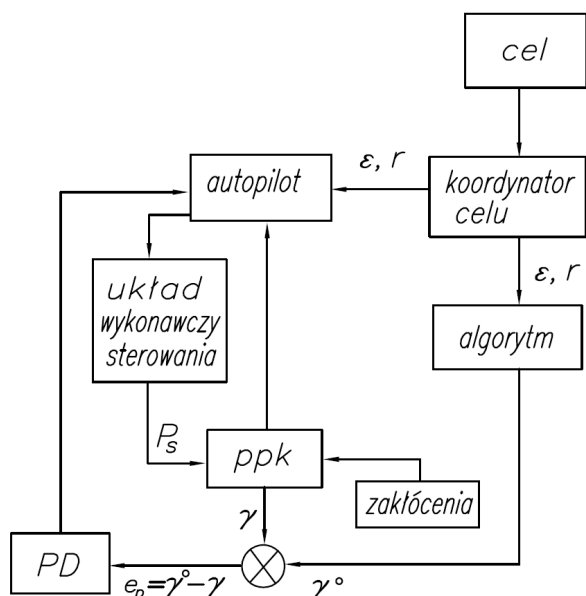
współczynniki sił aerodynamicznych, C_1 – są współczynnikami momentów siły nośnej i siły znoszenia, C_2 – są współczynnikami momentów tłumienia, L – jest długością

korpusu, e – ramię (odległość środka masy pocisku do przyłożenia siły sterującej).

Pocisk raketowy wyposażony jest w wiele czujników mierzących m.in. kąty pochylenia, prędkość, położenie w przestrzeni oraz własne położenie względem celu. Należy podkreślić, że znany z pomiarów kąt pochylenia stycznej do toru γ (rys. 1.), określający rzeczywiste położenia wektora prędkości, w zestawieniu z kątem sterowania γ° określającym programowe położenie wektora prędkości, pozwala na wyznaczenie uchybu $e_p = \gamma^\circ - \gamma$. Aby naprowadzanie zachodziło poprawnie, uchyb $e_p = \gamma^\circ - \gamma$, różnica między kątem rzeczywistym γ , a kątem zadaniem γ° powinna zmierzać do wartości minimalnej. Do obliczenia siły sterującej P_s zastosowany jest regulator proporcjonalno-różniczkujący (PD) w postaci:

$$P_s = k_s \cdot e_p + h_s \cdot \frac{de_p}{dt} \quad (2)$$

Kąt zadany γ° jest więc istotą algorytmów zawartych w tym artykule i dąży się do jego obliczenia z wykorzystaniem danych pomiarowych [3].



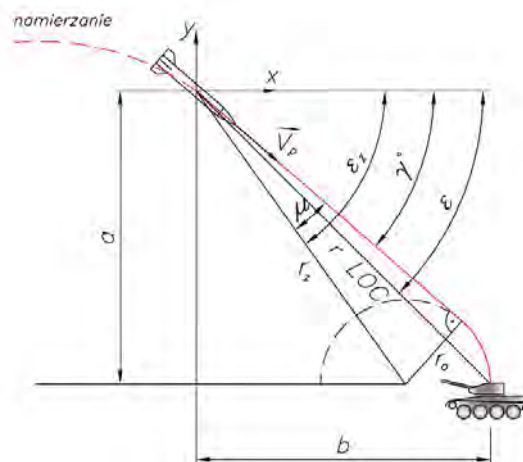
Rys. 2. Uproszczony schemat naprowadzania ppk
Fig. 2. Simplified diagram of the anti-tank guided missile (ATGM) ppk

W artykule opracowane są dwie metody naprowadzania przy założeniach, że pocisk raketowy porusza się w płaszczyźnie pionowej oraz jest wyposażony w czujniki mierzące odległość do celu. Przedstawiamy je poniżej.

2.1. Metoda stałego promienia

W proponowanym algorytmie tor lotu ppk nie pokrywa się z linią obserwacji celu (LOC). Zamiast tego pocisk porusza się po krzywej określonej kątem sterowania γ° , jak to widać na rys. 3. W końcowej fazie ataku ppk porusza się po okręgu o stałym promieniu r_0 tak, aby wektor prędkości pocisku w chwili detonacji zwrócony był pionowo w dół. Wyznaczenie kąta zadanego γ° w każdej chwili lotu pocisku staje się kluczowym problemem do rozwiązania.

Zakładamy, że pocisk raketowy ma przestrzenny układ przeszukiwania przestrzeni (skanowania). Znaczy to, że LOC określona jest kątem wizowania ϵ oraz odległością pocisku od celu r .



Rys. 3. Widok ogólny ataku z górnego pułapu z przyjętymi oznaczeniami
Fig. 3. General view of an attack from the ceiling with the assumed designation

Na rys. 3 mamy: r – wzajemna odległość pocisku i celu, ϵ – kąt wizowania, a i b – składowe odległości ppk od celu, r_z – odległość ppk od środka okręgu (pozorna LOC), ϵ_z – pozorny kąt wizowania, μ – kąt pomiędzy r_z a wektorem prędkości.

Wartości a i b można obliczyć z danych pomiarowych:

$$a = r \sin \epsilon; \quad b = r \cos \epsilon \quad (3)$$

Kąt zadany γ° jest różnicą pozornego kąta wizowania ϵ_z i pomocniczego kąta μ :

$$\gamma^\circ = \epsilon_z - \mu \quad (4)$$

Wielkości występujące w (3) ϵ_z i μ obliczamy z zależności geometrycznych widocznych na rys. 3:

$$\epsilon_z = \begin{cases} \arctg \frac{a}{b - r_0} & \text{dla } b > r_0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{dla } b = r_0 \\ -\pi + \arctg \frac{a}{b - r_0} & \text{dla } b < r_0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\mu = -\arcsin \frac{r_0}{r_z} \quad (6)$$

Obliczamy odległość pocisku raketowego od środka okręgu:

$$r_z = \sqrt{a^2 + (b - r_0)^2} \quad (7)$$

Pod koniec fazy ataku, gdy pocisk jest już w końcowym etapie lotu po okręgu, składowa na osi Ox jego wektora prędkości jest bliska zeru. Od tej chwili cel ma możliwość uniknięcia ataku, gdyż porusza się szybciej w poziomie niż ppk. Aby zapobiec jego ucieczce, należy wprowadzić samonaprowadzanie ppk metodą „krzywej pogoni” od chwili,

gdy kąt elewacji ε staje się mniejszy od $-\pi/2$ lub większy od γ° . Warunek naprowadzania wg krzywej pogoni jest następujący:

$$\gamma^\circ = \varepsilon \Rightarrow \dot{\gamma}^\circ = \dot{\varepsilon} \quad (8)$$

Przy założeniu, że regulator autopilota jest typu PD, siła sterująca dla kanału pochylenia pocisku raketowego będzie miała postać:

$$P_s = k_s \cdot (\gamma^\circ - \gamma) + h_s \cdot (\dot{\gamma}^\circ - \dot{\gamma}) \quad (9)$$

gdzie: k_s, h_s – współczynniki wzmocnień regulatora.

Pochodne po czasie odpowiednich wielkości są niezbędne do realizacji rozpatrywanego algorytmu

$$\dot{\gamma}^\circ = \dot{\varepsilon}_z + \dot{\mu} \quad (10)$$

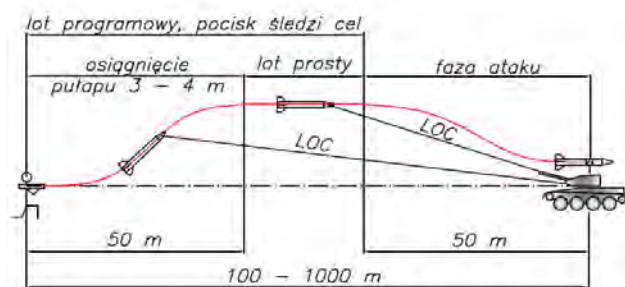
$$\dot{\varepsilon}_z = \frac{\dot{a}(b-r_0) - \dot{b}a}{(b-r_0)^2 + a^2} \quad (11)$$

$$\dot{\mu} = \frac{-\dot{r}_z r_0}{r_z \sqrt{r_z^2 - r_0^2}} \quad (12)$$

$$\dot{r}_z = \frac{\dot{a}a + (b-r_0)\dot{b}}{\sqrt{a^2 + (b-r_0)^2}} \quad (13)$$

2.2. Metoda wykorzystująca funkcje harmoniczne

Koncepcja tego algorytmu zakłada, że pocisk raketowy atakuje górną powierzchnię obiektu opancerzonego, przelatując w niedużej odległości (ok. 0,5 m) nad nim. Głowica bojowa jest skierowana pionowo w dół, prostopadłe do osi pocisku. To rozwiązanie wykorzystane jest w pociskach bliskiego zasięgu w sytuacji, gdy pocisk namierza cel przed odpaleniem.



Rys. 4. Ideowy schemat koncepcji algorytmu
Fig. 4. Schematic diagram of the algorithm concept

2.2.1. Pierwsza faza – lot programowy, wznoszenie

W fazie tej lot odbywa się zgodnie z funkcją harmoniczną $-\cos x$ w zakresie argumentu $x \in (0, \pi)$. Ppk w pierwszym odcinku (ok. 50 m) realizuje lot według funkcji:

$$f(x) = -\cos x \quad (14)$$

Pochodna funkcji $f(x)$ dla danego argumentu jest współczynnikiem kierunkowym A prostej $y = Ax + B$,

stycznej do funkcji $f(x)$ w danym punkcie. Współczynnik kierunkowy A jest więc równy tangensowi kąta γ pochylenia toru:

$$\frac{df}{dx} = \sin(x) = A \quad \sin(x) = \operatorname{tg}(\gamma) \quad (15)$$

$$A = \operatorname{tg}(\gamma)$$

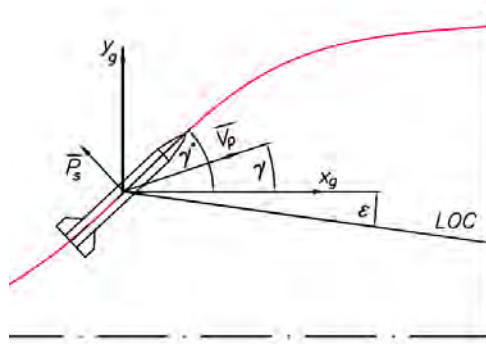
Wyznaczamy kąt zadany γ° dokonując przekształcenia współczynnika kierunkowego A z zależności:

$$\gamma^\circ = \operatorname{arctg}(c \cdot \sin(\delta)) \quad (16)$$

gdzie $c = \frac{4}{25} \cdot \sin(\delta)$ jest współczynnikiem korygującym.

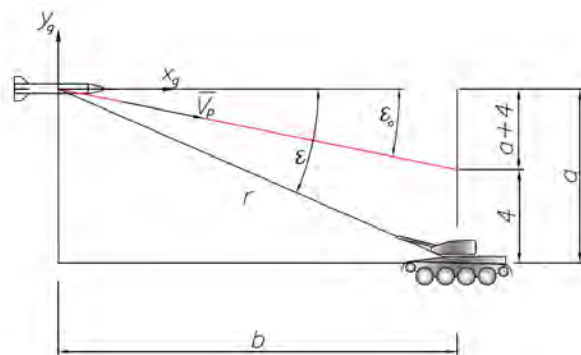
Aby zapewnić lot ppk po wymaganym torze, algorytm przelicza przebytą odległość x_p na odpowiadający mu argument funkcji, to jest kąt z zakresu argumentu $\delta \in \langle 0, \pi \rangle$

$$\delta = \frac{x_p}{50} \cdot \pi \quad (17)$$



Rys. 5. Widok wznoszenia się ppk na zadaną wysokość nad celem (ok. 4 m)

Fig. 5. View of the ATGM ascent to a pre-determined altitude of approx. 4 m above the target



Rys. 6. Widok położenia ppk na stałej wysokości nad celem (ok. 4 m)

Fig. 6. View of the ATGM position at a constant altitude of approx. 4 m above the target

Ostatecznie algorytm sterowania w pierwszej fazie lotu *ppk* ma postać:

$$\gamma^\circ = \arctg\left(\frac{4}{25} \cdot \sin^2(\delta)\right) + \varepsilon_0 \quad (18a)$$

$$P_s = k_s \cdot (\gamma^\circ - \gamma) \quad (18b)$$

Kąt ε_0 , występujący w (18a) to przyrost kąta zadanego γ° zależny od przemieszczania się celu (rys. 6)

$$\varepsilon_0 = \arcsin\left(c' \cdot \frac{a+4}{r}\right) \quad (19)$$

gdzie: $c' = \sin\left(-\frac{a}{4} \cdot \frac{\pi}{2}\right)$ jest współczynnikiem korygującym.

Kąt ε_0 określa kierunek wektora równoległego do linii łączącej pocisk z punktem umieszczonym na zadanej wysokości (około 4 m) nad celem.

2.2.2. Druga faza – lot programowy

W tej fazie lotu *ppk* utrzymuje stały pułap, powiększany w zależności od kąta wizowania ε . Kąt ε_0 jest wprowadzony do wyznaczenia kierunku wektora prędkości tak, aby wektor był skierowany na punkt umieszczony około 4 m nad celem. Dzięki temu pocisk jest kierowany nad cel. Etap ten jest podzielony na dwie części. W pierwszej części *ppk* kieruje się na zadany wirtualny punkt (ok. 4 m) nad celem:

$$\varepsilon_0 = \arctg \frac{a+4}{b} \quad (20a)$$

W drugiej części tej fazy następuje poziomowanie lotu pocisku raketowego tak, aby na końcu tej fazy wektor prędkości pokrywał się z osią x_p . Wykorzystamy do tego funkcję \sin z przedziału od 0 do 90° .

$$\varepsilon_0 = \arctg \sin \frac{b-50}{0,5b_0} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a+4}{b} \quad (20b)$$

gdzie b_0 – stała, będąca odległością *ppk* od celu na początku drugiej fazy lotu.

Ostatecznie

$$\gamma^\circ = \varepsilon_0 \quad (21a)$$

$$P_s = k_s \cdot (\gamma^\circ - \gamma) \quad (21b)$$

2.2.3. Trzecia faza – atak celu

Trajektoria lotu w fazie ataku to kosinusoida. Wektor prędkości skierowany jest równoległe do stycznej $y = Ax + B$ funkcji $f(x) = \cos(x)$ w danym punkcie. Kierunek stycznej $y = Ax + B$ jest wyznaczany przez współczynnik kierunkowy A :

$$A = \tg(\gamma) \quad \gamma = \arctg(A) \quad (22)$$

Jednocześnie współczynnik kierunkowy A stycznej do funkcji $f(x)$ to pochodna funkcji $f(x)$:

$$f(x) = \cos(x) \quad \frac{df}{dx} = -\sin(x) \quad (23)$$

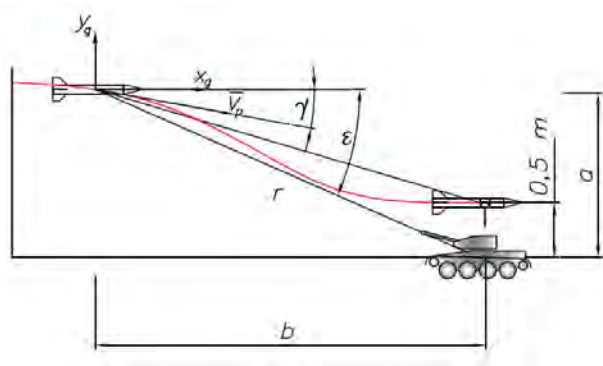
Aby wyznaczyć współczynnik kierunkowy z funkcji trygonometrycznej, argumentem tej funkcji powinien być kąt. Obecnie naszym argumentem jest odległość pocisku od celu – b . Przeliczamy odpowiednio odległość b na kąt α

$$\alpha = \frac{b}{50} \pi \quad (24)$$

Kąt zadany γ° to superpozycja odwrotnej funkcji tangensa (22) ze współczynnikiem kierunkowym (23):

$$\gamma^\circ = \arctg c \cdot (-\sin(\alpha)) \quad (25)$$

gdzie: $c = -\frac{a+0,5}{0,5 \cdot b} \cdot \sin(\alpha)$ jest współczynnikiem korygującym – stosunek wysokości do odległości *ppk* i celu.



Rys. 7. Faza ataku
Rys. 7. Attack phase

Ostatecznie

$$\gamma^\circ = \arctg \frac{2(a+0,5)}{b} \cdot \sin^2(\alpha) \quad (26)$$

Przy założeniu, że regulator autopilota jest typu PD, siła sterująca dla kanału pochylenia pocisku raketowego będzie miała postać:

$$P_s = k_s \cdot (\gamma^\circ - \gamma) + h_s \cdot (\dot{\gamma}^\circ - \dot{\gamma}) \quad (27)$$

Wyznaczamy pochodną kąta zadanego $\dot{\gamma}^\circ$.

$$\dot{\gamma}^\circ = \frac{-1}{1 + c^2 \sin^2 \alpha} (\dot{c} \sin \alpha + c \dot{\alpha} \cos \alpha) \quad (28a)$$

$$\dot{c} = \frac{2ab - b(2a+1)}{b^2} \sin \alpha + \frac{2a+1}{b} \dot{\alpha} \cos \alpha \quad (28b)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{\dot{b}}{50} \pi \quad (28c)$$

$$\dot{a} = \dot{r} \sin \varepsilon + r \dot{\varepsilon} \cos \varepsilon \quad (28d)$$

$$\dot{b} = \dot{r} \cos \varepsilon - r \dot{\varepsilon} \sin \varepsilon \quad (28e)$$

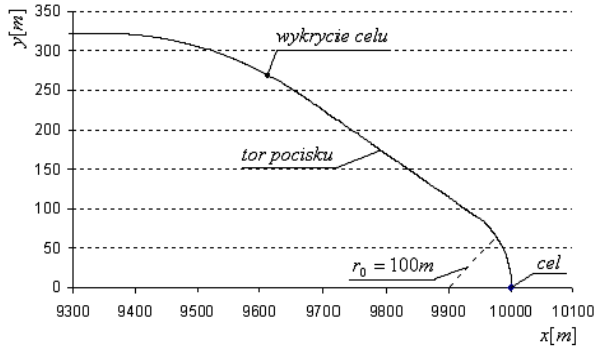
3. Otrzymane wyniki

Dla sprawdzenia poprawności działania algorytmów automatycznego naprowadzania, przeprowadzona została symulacja komputerowa dla „hipotetycznego” pocisku raketowego. Parametry przyjętego pocisku raketowego wynoszą: $m_P = 13 \text{ kg}$, $L = 1 \text{ m}$, $e = 0,45 \text{ m}$, $J_z = 0,903 \text{ kgm}^2$, współczynnik momentu siły nośnej - $D_1 = 0,0251$, współczynniki momentu tłumienia - $D_2 = 0,0821$, $D_3 = 0,041$, współczynnik oporu aerodynamicznego - $\lambda_X = 0,000 771$, współczynnik oporu aerodynamicznego (siły nośnej) - $\lambda_Y = 0,0051$.

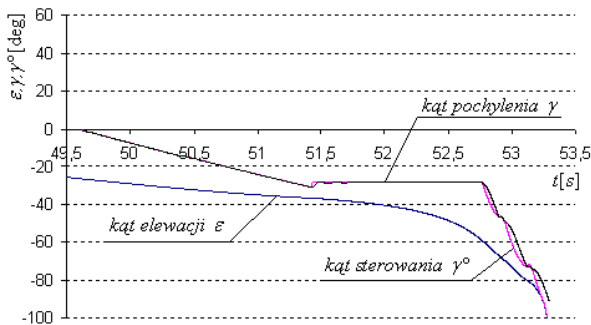
Parametry regulatora autopilota dobrane były w sposób optymalny ze względu na minimum uchybu między ruchem zadaniem a rzeczywistym. W metodzie stałego promienia wynoszą odpowiednio: $k_S = 100 000$, $h_S = 1700$. W metodzie wykorzystującej funkcje harmoniczne wynoszą: $k_S = 700 000$, $h_S = 17$.

3.1. Wyniki symulacji dla metody stałego promienia

Symulacja przeprowadzona dla celu nieruchomego, oddalonego o 10 km.

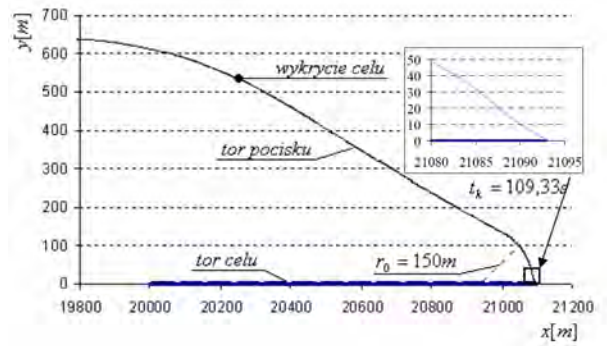


Rys. 8. Końcowy etap lotu ppk
Rys. 8. Final stage of the ATGM flight ppk

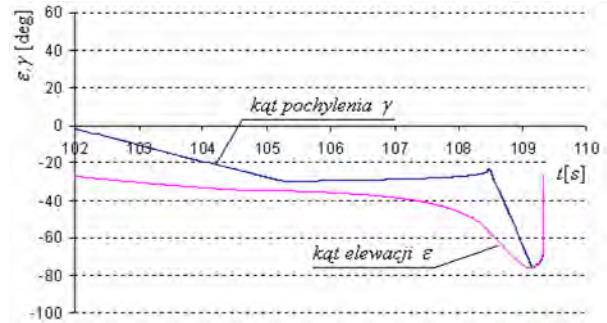


Rys. 9. Kąty ε , γ , γ° w funkcji czasu t
Rys. 9. Angles ε , γ , γ° in the function of time t

Symulacja przeprowadzona dla celu oddalonego o 20 km, cel przemieszcza się z prędkością 10 m/s.



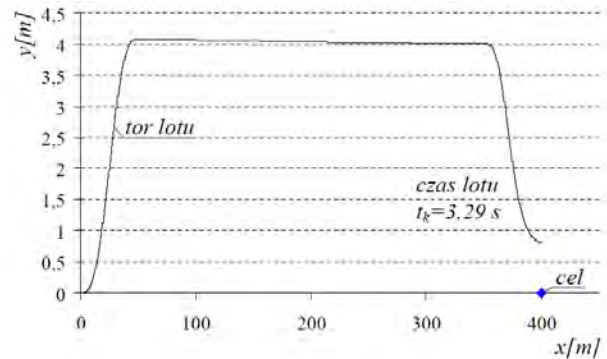
Rys. 10. Końcowy etap lotu ppk
Rys. 10. Final stage of the ATGM flight ppk



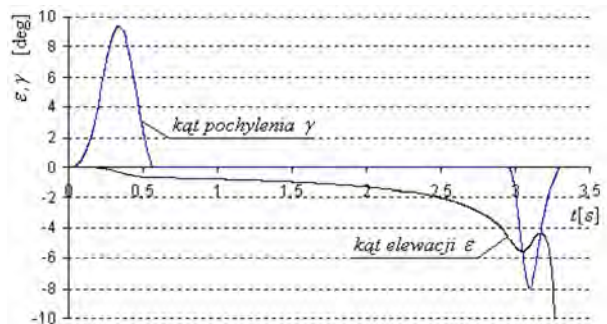
Rys. 11. Kąty ε , γ w funkcji czasu t
Rys. 11. Angles ε , γ in the function of time t

3.2. Wyniki symulacji dla metody wykorzystującej funkcje harmoniczne

Symulacja przeprowadzona dla celu nieruchomego, oddalonego o 400 m.

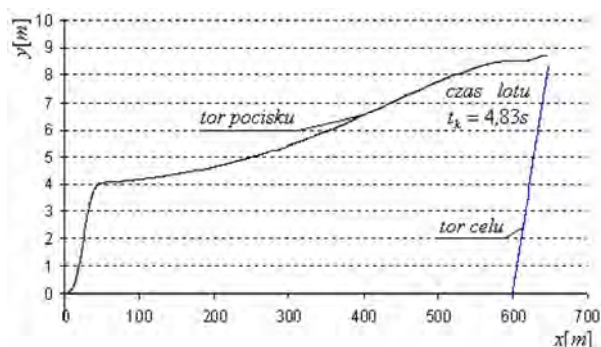


Rys. 12. Atak celu nieruchomego
Rys. 12. Fixed target attack

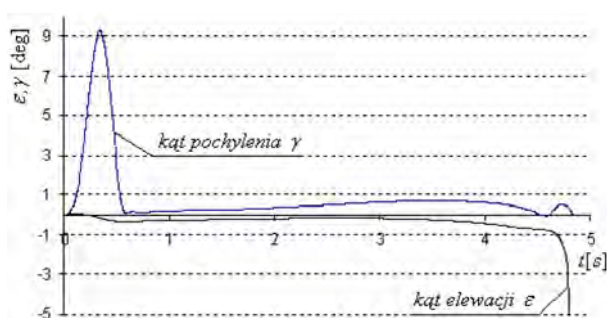


Rys. 13. Kąty ε , γ w funkcji czasu t
Rys. 13. Angles ε , γ in the function of time t

Symulacja przeprowadzona dla celu oddalonego o 600 m, cel przemieszcza się z prędkością 10 m/s pod kątem 10 stopni.



Rys. 14. Atak celu poruszającego się
Rys. 14. Moving target attack



Rys. 15. Kąty ε , γ w funkcji czasu t

Rys. 15. Angles ε , γ in the function of time t

4. Wnioski i uwagi końcowe

Z przeprowadzonych rozważań teoretycznych i badań symulacyjnych można wysunąć następujące wnioski:

1. Uproszczony model matematyczny pocisku raketowego poruszającego się tylko w płaszczyźnie pionowej jest wystarczający do wstępnej analizy układu naprowadzania *ppk*, atakującego cel z górnego pułapu. Pozwala na sprawdzenie poprawności działania zaproponowanych algorytmów.
2. Skuteczny atak pociskiem raketowym przeprowadzony jest, gdy cel porusza się z prędkością nie większą niż 20 m/s po płaskim terenie.
3. W przypadku zróżnicowania terenu skuteczny atak ma miejsce, gdy prędkość celu nie przekracza 10 m/s. Nie dotyczy to jednak metody *stałego promienia*.
4. W metodzie *stałego promienia* przed samym atakiem wykorzystana jest metoda *krzywej pogoni*. Zapobiega to ucieczce celu przy jednoczesnym utrzymaniu zakładanego kąta ataku, jakim jest 90° .

Bibliografia

1. Dziopa Z.: *Mechanika lotu*, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2007, PL ISSN 0239-6394.

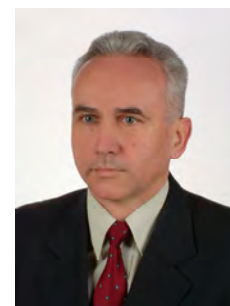
2. Koruba Z., Osiecki J.: *Budowa, dynamika i nawigacja pocisków raketowych bliskiego zasięgu – cz. I. Skrypt nr 348*, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 1999, PL ISSN 0239-6386, 47 -102.
3. Koruba Z., Osiecki J.: *Budowa, dynamika i nawigacja wybranych broni precyzyjnego rażenia*, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2006, ISBN 83-88906-17-8, 50-209.
4. John Harris, Nathan Slegers, *Performance of a fire-and-forget anti-tank missile with a damaged wing*, Mathematical and Computer Modelling
5. <http://www.eng.uah.edu/~slegers/Publications/> ■

Selected algorithms of automatic guidance for armor-piercing rocket attacking a target from a ceiling

Abstract: The paper presents two algorithms of automatic guidance of an armor-piercing rocket (apr) attacking a target from a ceiling. The first algorithm direct flight amr so that the velocity vector of amr in the moment of impact with the target was directed perpendicularly downwards. The second assumes amr flight just above the target during the attack. A simplified mathematical model amr and trajectory flight equations were used to carry out computer simulation of attack of target from the ceiling. The results of computer simulation are presented in graphical form.

Keywords: guidance algorithm, anti-tank guided missile, top attack

prof. dr hab. inż. Zbigniew Koruba
Kierownik Katedry Techniki Komputerowych i Uzbrojenia, Wydział Mechatroniki i Budowy Maszyn, Politechnika Świętokrzyska,
Al. Tysiąclecia PP 7
25-314 Kielce
e-mail: ksmzko@tu.kielce.pl



mgr inż. Łukasz Nocon
Doktorant, Wydział Mechatroniki i Budowy Maszyn, Politechnika Świętokrzyska,
Al. Tysiąclecia PP 7
25-314 Kielce
e-mail: waldek.afro@op.pl

