

dr inż. Marta Góra

mgr inż. Ryszard Trela

Instytut Technologii Maszyn i Automatyzacji Produkcji

Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska

BADAWCZE WYZNACZENIE ELEMENTÓW MACIERZY SZTYWNOŚCI MANIPULATORA SZEREGOWEGO

W celu wyznaczenia wybranych elementów macierzy sztywności na podstawie charakterystyk liniowej sztywności manipulatora o strukturze szeregowej wykonano pomiary na przygotowanym stanowisku wykorzystując czujniki linkowe do pomiaru przemieszczenia. Badania wykonano dla dwóch manipulatorów (robot przemysłowych S420F i ARC Mate 100i) o strukturze szeregowej i ruchliwości równej 6. Porównano wyniki otrzymane w dwóch różnych położeniach członu roboczego manipulatorów.

EXPERIMENTAL DETERMINATION OF STIFFNESS MATRIX ELEMENTS OF SERIAL TYPE MANIPULATOR

In order to estimate components of stiffness matrix on the basis of linear stiffness characteristics of serial type manipulator measurements on a prepared test rig were carried out using a platform with three wire-based sensors arranged in a pyramid configuration. Measurements were performed for two robots (S420F and ARC Mate 100i) with 6 degrees of freedom. Comparison of the obtained results is presented for two distant poses of the manipulators.

1. WSTĘP

Jednym z istotnych problemów w badaniu robotów jest badanie jego charakterystyk sztywności i związanych z nią elementów macierzy sztywności [2], opisującej odkształcenia sprężyste manipulatora występujące w wyniku działania obciążenia zewnętrznego, przyłożonego do członu roboczego. Charakterystyki sztywności robotów należą do podstawowych cech użytkowych robotów przemysłowych, które ulegają modyfikacji podczas eksploatacji. Człony (ogniwa) manipulatora szeregowego cechują się zazwyczaj dużą sztywnością w porównaniu z układami napędowymi, które wykazują znaczną podatność m. in. ze względu na odkształcenia skrętne wałków napędowych i przekładni.

W celu wyznaczenia wszystkich elementów macierzy sztywności manipulator powinien być poddany działaniu sił (F_x , F_y , F_z) i momentów (M_x , M_y , M_z) obciążenia. Dodatkowo, urządzenie pomiarowe powinno umożliwić pomiar przemieszczeń liniowych i skrętnych obciążonego członu roboczego. Pomiar wykonany przy obciążaniu członu roboczego wyznacza wielowymiarową mapę podatności, która jest podstawą korekty sterowań przy przemieszczaniach pod różnym obciążeniem (przenoszenie przedmiotów o różnych ciężarach) [3]. Otrzymane macierze sztywności mogą być wykorzystane przy weryfikacji stanu robotów, sprawności i przydatności ich do określonych procesów wytwarzania.

W pracy przedstawiono stanowisko i metodę pomiarową do wyznaczania elementów macierzy sztywności związanych z przemieszczeniem liniowym członu roboczego spowod-

wanym obciążeniem zewnętrznym (F_z) najczęściej występującym w pracy manipulatora. Głównym zadaniem pracy było wykonanie stanowiska i przygotowanie metody, która będzie charakteryzować się odpowiednią dokładnością pomiaru, przestrzenią pomiarową i brakiem wpływu na obiekt badany (manipulator) podczas pomiaru oraz małymi kosztami [4].

W tym celu przygotowano układ pomiarowy (rys. 1) z linkowymi czujnikami przemieszczeń do wyznaczenia wektora pozycji członu roboczego względem układu $\{x\ y\ z\}$.

Elementy macierzy sztywności są odkształceniami sprężystymi manipulatora wywołanymi obciążeniem zewnętrznym przyłożonym do członu roboczego. W pracy rozważano sztywność zredukowaną do środka członu roboczego robota. Macierz sztywności [2] manipulatora o strukturze szeregowej przedstawia się jako:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{26} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{61} & k_{62} & \cdots & k_{66} \end{bmatrix} \quad (1)$$

gdzie: $k_{ij} = \partial F_j / \partial p_i$; $[p_1\ p_2\ \dots\ p_6] = [X\ Y\ Z\ \alpha\ \beta\ \gamma]$ oznaczają współrzędne wektora pozycji i macierzy orientacji członu roboczego manipulatora; $[F_1\ F_2\ \dots\ F_6] = [F_x\ F_y\ F_z\ M_x\ M_y\ M_z]$ współrzędne siły i momentu obciążenia zewnętrznego.

W przypadku $i = j$ elementy macierzy sztywności odnoszą się do zgodnych kierunki obciążeń i przemieszczeń, natomiast $i \neq j$ oznacza współczynniki wpływu obciążenia kierunku na przemieszczenie w innym kierunku. Ze względu na obciążenie siłą pionową F_z rozważano tylko linowe zależności przemieszczenia członu roboczego od siły, czyli następujące elementy macierz $\mathbf{K}$: k_{13} , k_{23} , k_{33} .

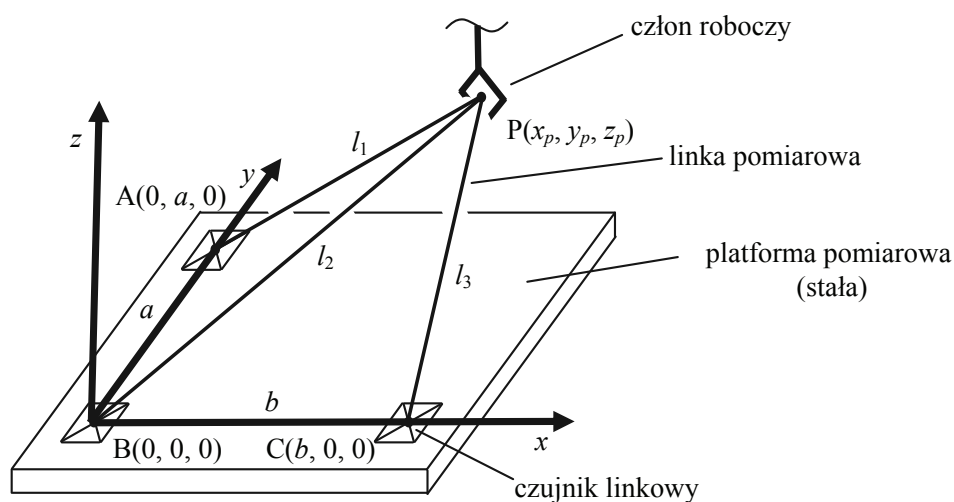
Jako obiekt badań wybrano manipulatory o strukturze szeregowej (robot przemysłowych S420F i ARC Mate100i) i ruchliwości równej 6 (6 par obrotowych (rys. 3)). Manipulatory takie stosowane są m.in. do paletyzowania, przenoszenia materiałów, precyzyjnego spawania łukowego, wysokowytrzymałego zgrzewania w przemyśle samochodowym, malowania czy cięcia laserowego.

Macierz sztywności można wykorzystać do analizy dokładności pozycjonowania i orientacji członu roboczego. Wyznaczenie elementów macierzy sztywności pozwala na korektę przy sterowaniu manipulatorem, gdy następuje zmiana położenia ze względu na obciążenia działające na manipulator. Współczynniki sztywności są także potrzebne do określenia własności dynamicznych (drganowych) manipulatora. Otrzymane charakterystyki sztywności manipulatorów mogą być wykorzystane formułowaniu lub weryfikacji jego modelu symulacyjnego. Dane tego typu rzadko występują w dostępnej literaturze źródłowej.

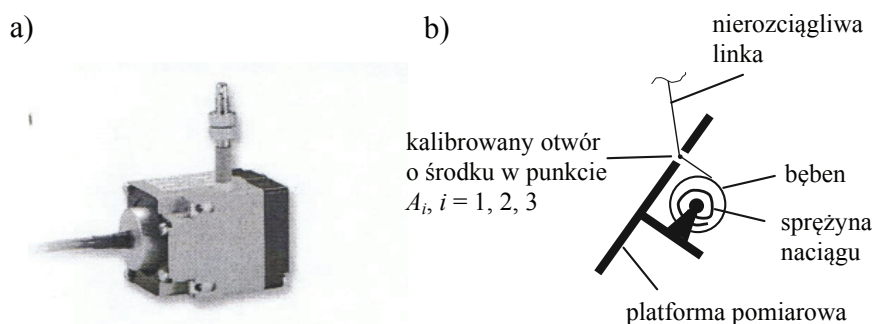
2. STANOWISKO POMIAROWE

W celu doświadczalnego wyznaczenia elementów macierzy sztywności manipulatora o strukturze szeregowej wykonano stanowisko pomiarowe (rys. 1), składające się ze stałej platformy, trzech czujników pomiaru długości oraz metalowego uchwytu. Do stałej platformy zamocowano trzy czujniki linkowe; rozmieszczenie czujników przyjęto zgodnie z osiami układu współrzędnych $\{x\ y\ z\}$ platformy. Końce linek połączono w jednym punkcie z uchwytem, który został zamocowany do chwytaka. Powstał w ten sposób układ ostrosłupa trójkątnego.

Zmiany odległości pomiędzy punktem P członu roboczego a platformą pomiarową są mierzone za pomocą czujników linkowych. Każda z trzech linek nawija się na bęben, znajdujący się w platformie pomiarowej, ze sprężyną napinającą oraz z układem do pomiaru kąta obrotu bębna (rys. 2). Linki przenoszą tylko obciążenie wynikające z układu napinającego, które wynosi od kilku do kilkunastu N [1]. Wypadkowe obciążenie od sił napięcia linek zazwyczaj nie wpływa na rozkład obciążeń w mechanizmie prowadzącym człon roboczy. Przeszyczenie członu roboczego z platformą ruchomą względem nieruchomej wywołuje zmiany długości linek, które wyznacza się na podstawie sygnałów z czujników. Znając długości linek i odpowiednie współrzędne punktów platformy można wyznaczyć pozycję członu roboczego. Przedstawiony układ pomiarowy jest przydatny do pomiarów małych przemieszczeń, przy wymuszeniach dynamicznych i pożądanej wysokiej dokładności.



Rys. 1. Schemat stanowiska pomiarowego do wyznaczania wektora pozycji członu roboczego



Rys. 2. a) Przykład czujnika linkowego o wymiarach 40/40/50mm o dokładności 0.1 % dla zakresu pomiarowego 1 m [3], b) Schemat mechanizmu nawijania linki [1]

W celu uzyskania wybranych wartości elementów macierzy sztywności Wyznaczono pozycję członu roboczego na podstawie zależności określających długość każdej z linek (l_i – długość i linki, gdzie $i = 1, 2, 3$) jako:

$$\|AP\| = l_1, \|BP\| = l_2, \|CP\| = l_3 \quad (2)$$

Zgodnie z oznaczeniami przedstawionymi na rys. 1 otrzymano:

$$\begin{aligned}
 l_1^2 &= x_p^2 + (y_p - a)^2 + z_p^2 \\
 l_2^2 &= x_p^2 + y_p^2 + z_p^2 \\
 l_3^2 &= (x_p - b)^2 + y_p^2 + z_p^2
 \end{aligned} \tag{3}$$

Po rozwiązaniu równań (3) kolejne składowe pozycji członu roboczego względem układu $\{xyz\}$ przedstawiają się jako:

$$\begin{aligned}
 x_p &= (l_2^2 - l_3^2 + b^2)/(2b) \\
 y_p &= (l_2^2 - l_1^2 + a^2)/(2a) \\
 z_p &= \pm(l_2^2 - x_p^2 - y_p^2)^{1/2}
 \end{aligned} \tag{4}$$

Rozpatrywano tylko jedną konfigurację ze względu na sposób zamocowania czujników umożliwiające pomiar tylko dla $z_p > 0$. Warunkiem dobrze przeprowadzonego pomiaru w zakresie przestrzeni roboczej układu pomiarowego jest uwzględnienie m.in. zakresu wysuwu linek i ich kątów względem podstawy [1].

Wykorzystując powyższe stanowisko i metodę obliczeniową można wyznaczyć następujące elementów macierzy sztywności: k_{ij} dla $i = 1, 2, 3, j = 1, 2, \dots, 6$.

3. WYNIKI POMIARÓW

W celu wyznaczenie wybranych elementów sztywności manipulatora jego człon roboczy został poddany obciążeniu zewnętrznemu (F_z) co spowodowało jego odchylenie od położenia początkowego (bez obciążenia). Badania przeprowadzono wyznaczając sztywność statyczną. Człon roboczy był stopniowo obciążany od $F_z = 0$ do $F_z = F_{zmax}$ w kilku cyklach ustalono warunki pomiaru ruchy wolnozmiennie o przebiegu quasi-sinusoidalnym. Otrzymane przemieszczenie członu roboczego było wynikiem małych przemieszczeń w połączeniach ruchowych. Wielkość tego odchylenia zależała od przyłożonego obciążenia i sztywności manipulatora. Największy wpływ na charakterystykę sztywności mają układy napędowe, które wykazują znaczące podatności ze względu na odkształcenia skrętne wałków napędowych i przekładni, natomiast człony manipulatora wykazują znaczną sztywność, dlatego można założyć, że nie wpływają na zmianę sztywności manipulatora.

Człon roboczy został poddany obciążeniu zewnętrznemu w przypadku robota przemysłowego S420F ok. 50 % obciążenia nominalnego a robota ARC Mate 100i 100 % obciążenia nominalnego. W przypadku pierwszy wyznaczono charakterystyki robota przy obciążeniu roboczym (50 kg) w drugim przypadku przy max obciążeniu (6 kg). Wybrano położenia w otoczeniu max zasięgu robotów ze względu na max ugięcie ramienia robota.

Dodatkowo wykonano pomiar dla manipulatora o strukturze szeregowej 6R ARC Mate 100i w dwóch wybranych położeniach (tabela 1, 2, rys. 4a). Współrzędne kartezjańskie i konfiguracyjne określające położenie chwytaka względem układu związanego z podstawą manipulatora bez obciążenia zewnętrznego przedstawiono w tabelach 1, 2, gdzie: X, Y, Z – współrzędne linowe, w, p, r – kąty obrotu osi układu określone względem ustalonego układu współrzędnych, θ_i – parametry D-H, gdzie $i = 1, \dots, 6$. Próbę 1 wykonano zwiększając obciążenie członu roboczy o 1 kg do masy max 6 kg (rys.5, wykres w1), następnie zmniejszono obciążenie o 1 kg do masy 0 kg (rys.5, wykres w2).

W przypadku pomiaru manipulatora o strukturze szeregowej 6R firmy FANUC w położeniu 1 członu roboczego (tabela 3, 4) próbę 1 wykonano zwiększając obciążenie członu roboczy o 5 kg do masy max 50 kg (rys.6, wykres w1), następnie zmniejszono obciążenie o 5 kg do masy 0 kg (rys. 6, wykres w2).

Tabela 1. Współrzędne kartezjańskie i konfiguracyjne członu roboczego określone względem układu podstawy manipulatora ARC Mate 100i w położeniu 1 bez obciążenia

Współrzędne kartezjańskie					
X [mm]	Y [mm]	Z [mm]	w [°]	p [°]	r [°]
1389.705	-101.254	342.483	97.472	62.666	93.906
Współrzędne konfiguracyjne θ_i [°], $i = 1, \dots, 6$					
1	2	3	4	5	6
-3.973	36.486	-23.188	3.639	19.801	-210.486

Tabela 2. Współrzędne kartezjańskie i konfiguracyjne członu roboczego określone względem układu podstawy manipulatora ARC Mate 100i w położeniu 2 bez obciążenia

Współrzędne kartezjańskie					
X [mm]	Y [mm]	Z [mm]	w [°]	p [°]	r [°]
1598.579	-121.059	332.048	82.412	62.384	79.454
Współrzędne konfiguracyjne θ_i [°], $i = 1, \dots, 6$					
1	2	3	4	5	6
-3.973	69.723	0.558	3.071	2.955	-210.486

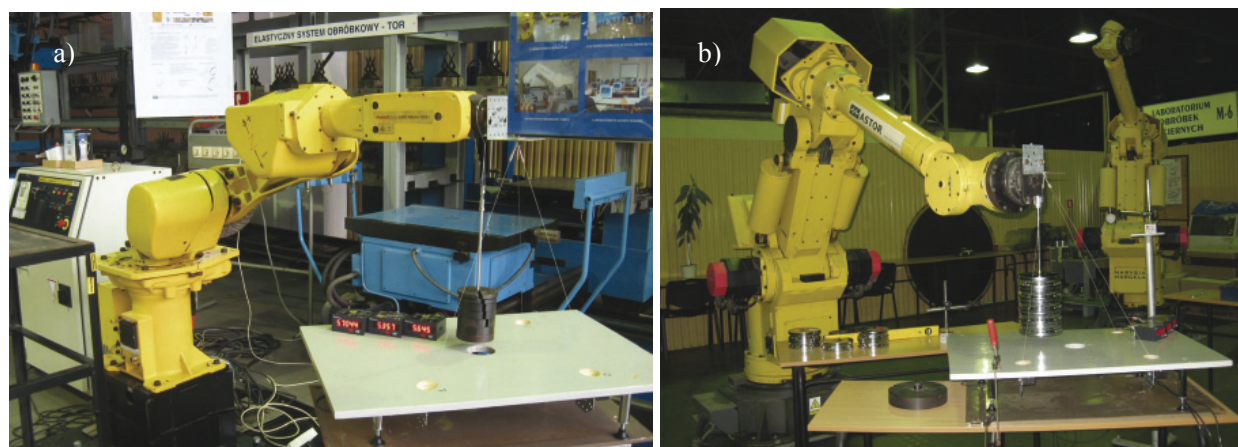
Tabela 3. Współrzędne kartezjańskie i konfiguracyjne członu roboczego określone względem układu podstawy manipulatora S420F w położeniu 1 bez obciążenia

Współrzędne kartezjańskie					
X [mm]	Y [mm]	Z [mm]	w [°]	p [°]	r [°]
-23.13	-2913.19	534.44	-89.47	75.2	-179.7
Współrzędne konfiguracyjne θ_i [°], $i = 1, \dots, 6$					
1	2	3	4	5	6
-90.48	64.74	-5.27	181.98	-5.41	192.73

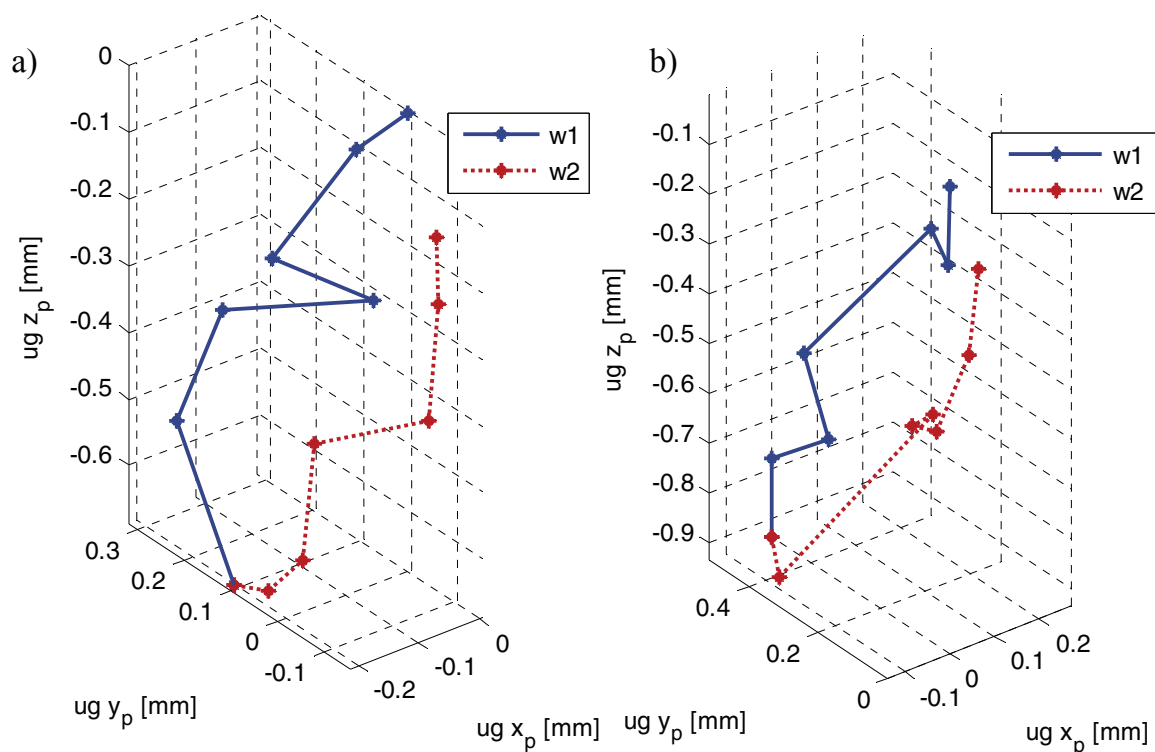
Tabela 4. Współrzędne kartezjańskie i konfiguracyjne członu roboczego określone względem układu podstawy manipulatora S420F w położeniu 1 z obciążeniem roboczym

Współrzędne kartezjańskie					
X [mm]	Y [mm]	Z [mm]	w [°]	p [°]	r [°]
-23.17	-2913.20	534.38	-89.48	75.29	-179.80
Współrzędne konfiguracyjne θ_i [°], $i = 1, \dots, 6$					
1	2	3	4	5	6
-90.48	64.74	-5.28	181.97	-5.41	192.73

Na rys.5 i 6 przedstawiono zależności pomiędzy składowymi liniowymi przemieszczenia przestrzennego członu roboczego manipulatora ARC Mate 100i spowodowane zmieniającym się obciążeniem zewnętrznym, gdzie wyróżniono krzywą w1 – obciążania i w2 – odciążania. W przypadku położenia nr 1 dla współrzędnej x_p maksymalne ugięcie wynosi 0.2 [mm], współrzędnej y_p maksymalne ugięcie wynosi 0.45 [mm] oraz współrzędnej z_p maksymalne ugięcie wynosi 0.7 [mm]. W przypadku położenia nr 2 dla współrzędnej x_p maksymalne ugięcie wynosi 0.4 [mm], współrzędnej y_p maksymalne ugięcie wynosi 0.5 [mm] oraz współrzędnej z_p maksymalne ugięcie wynosi 0.9 [mm].

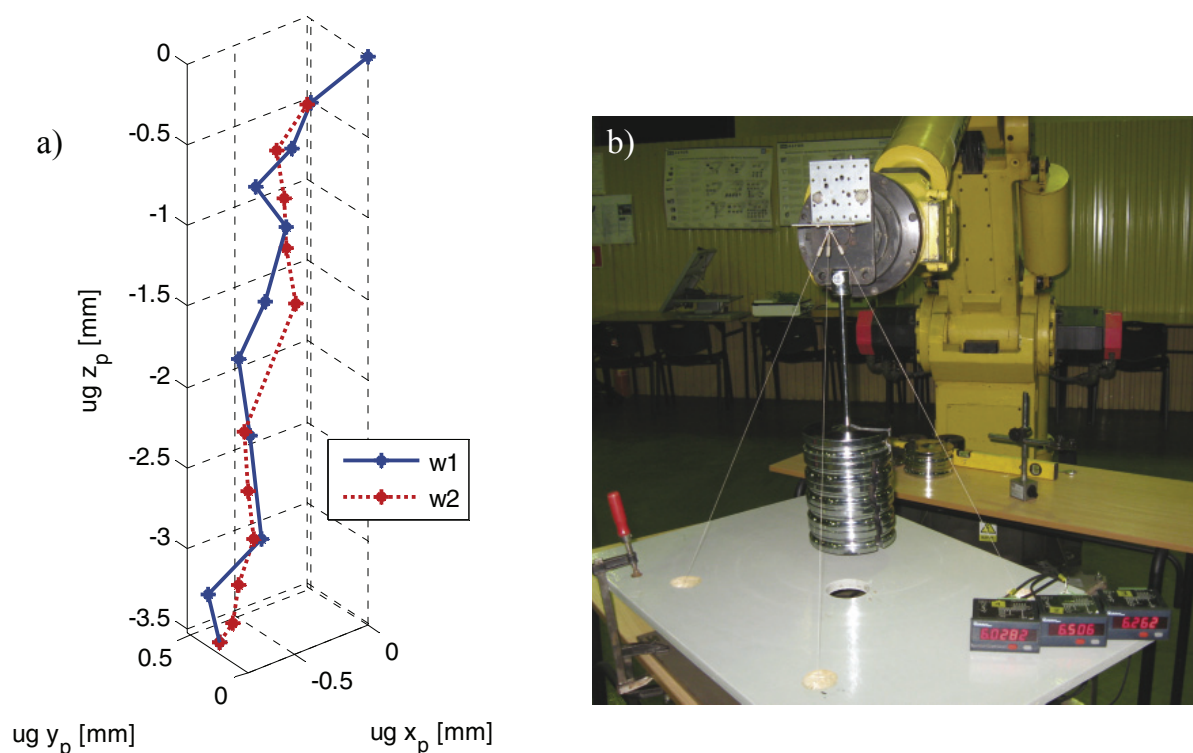


Rys. 4. Stanowisko pomiarowe do wyznaczania sztywności zredukowanej do środka członu roboczego
a) robota ARC Mate100i – udźwig 6 kg, b) S420F –udźwig 120 kg



Rys. 5. Otrzymane składowe przemieszczenia liniowego członu roboczego (ARC Mate 100i) z położenia nr1 (a) oraz położenia nr2 (b) pod wpływem zmieniającego się obciążenia pionowego (w1 – krzywa obciążania i w2 – odciążania)

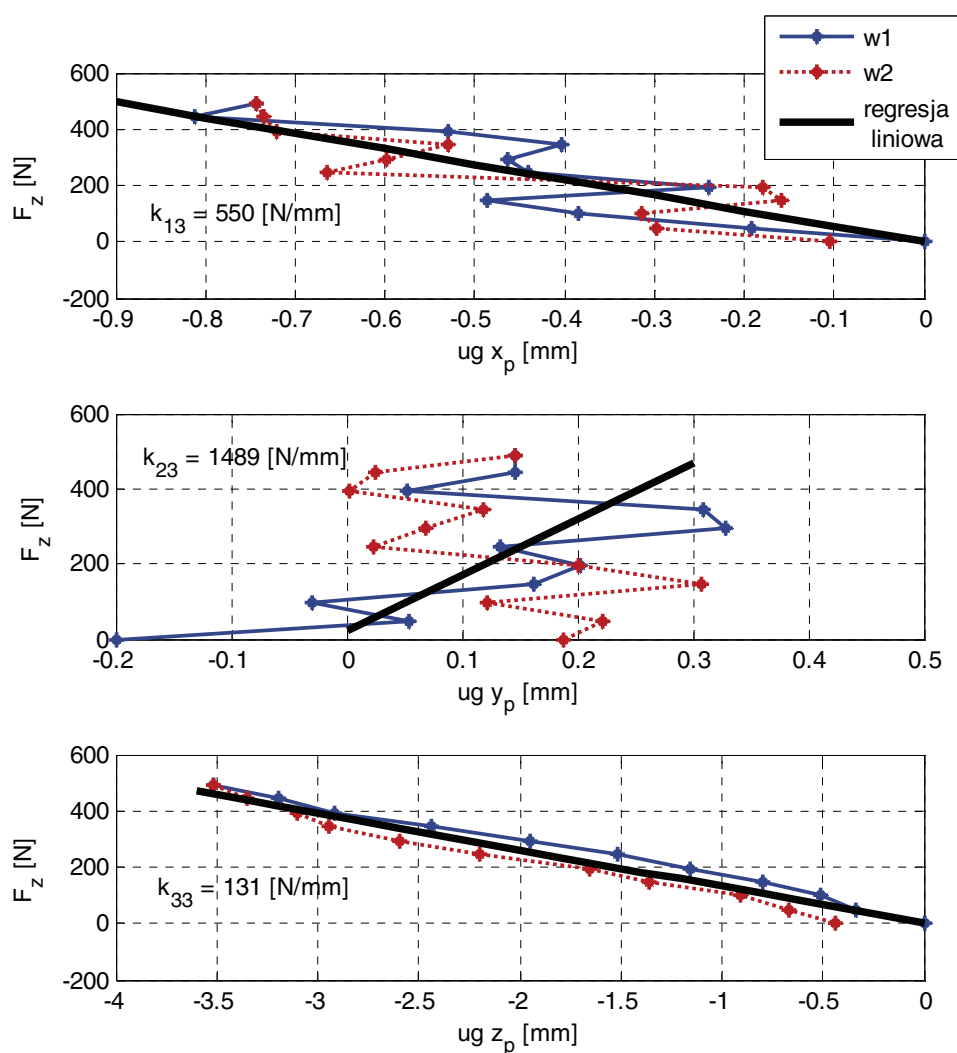
Na rys. 6 przedstawiono zależności pomiędzy składowymi liniowymi przemieszczenia przestrzennego członu roboczego manipulatora (S420F) spowodowane zmieniającym się obciążeniem zewnętrznym, gdzie wyróżniono krzywą w1 – obciążania i w2 – odciążania. W przypadku współrzędnej x_p maksymalne ugięcie wynosi 0.81 [mm], współrzędnej y_p maksymalne ugięcie wynosi 0.53 [mm] oraz współrzędnej z_p maksymalne ugięcie wynosi 3.5 [mm].



Rys. 6. Otrzymane składowe przemieszczenia liniowego członu roboczego (S420F) w położeniu nr 1 (a) pod wpływem zmieniającego się obciążenia pionowego (w1 – krzywa obciążania i w2 – odciążania), b) stanowisko pomiarowe

Na rys. 5 i 6 przedstawiono zmiany współrzędnych (x_p , y_p , z_p) wektora pozycji członu roboczego określone względem układu platformy pomiarowej spowodowane zmianą obciążenia (F_z). Występują zmiany położenia krzywych obciążania (w1) i odciążania (w2), czyli charakterystyki te wykazują występowanie tzw. pętli histerezy. Spowodowane jest to luzami i tarciami występującym w parach kinematycznych manipulatora.

Dokonując analizy otrzymanych wyników oszacowano charakterystyk sztywności liniowej dla manipulatora szeregowego (S420F, rys. 7). Zbudowane stanowisko (rys. 1 i 4b) może służyć do wyznaczania elementów macierzy sztywności $\mathbf{K}$ w przypadku działania sił zewnętrznych F_x , F_y , F_z (k_{jm} , j , $m = 1, 2, 3$) oraz momentów sił M_x , M_y , M_z (k_{jm} , $j = 1, 2, 3$, $m = 4, 3, 6$). Rozpatrywano tylko działanie zewnętrznej siły pionowej F_z , dlatego wyznaczono elementy k_{13} , k_{23} , k_{33} macierzy sztywności. Na podstawie charakterystyk sztywności (w1 – krzywa obciążania, w2 – krzywa odciążania) wyznaczonych odpowiednio dla osi x , y , z wyznaczono współczynniki sztywności na podstawie krzywej regresji. Otrzymano następujące elementy macierzy: $k_{13} = 550$ N/mm, $k_{23} = 1489$ N/mm, $k_{33} = 131$ N/mm. Oznacza to, że największą sztywność uzyskano w osi y a najmniejszą w osi z . Podatność manipulatora w kierunku osi z jest największa w przypadku działania siły zewnętrznej F_z .



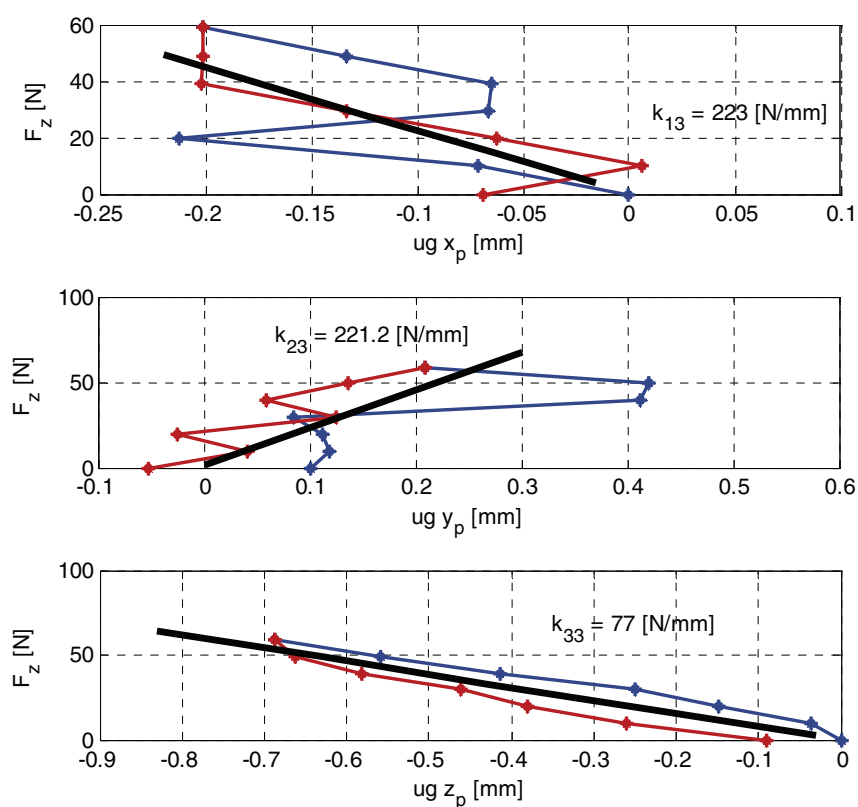
Rys. 7. Oszacowane charakterystyki sztywności liniowej dla manipulatora szeregowego (robot S420F)

Podobną analizę przeprowadzono dla manipulatora ARC Mate 100i w dwóch położeniach (tabela 1 i 2, rys. 4a). Otrzymane wyniki umieszczono na rys. 8 i 9. Przedstawione charakterystyki liniowej sztywności wykazują zmiany sztywności w zależności od położenia członu roboczego. Otrzymane wartości elementów macierzy sztywności dla obu położeni manipulatora ARC umieszczono w tabeli 5.

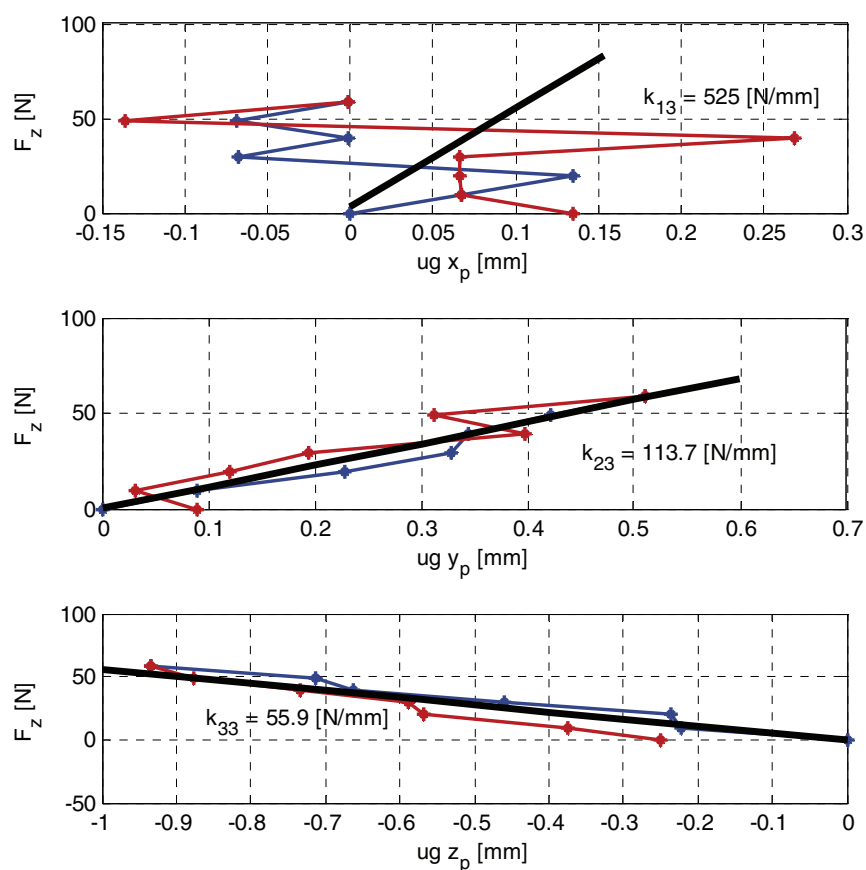
Tabela 5. Wyznaczone wartości elementów (k_{13} , k_{23} , k_{33}) macierzy sztywności manipulatora ARC Mate 100i

Położenie	k_{13}	k_{23}	k_{33}
Nr 1	223 N/mm	221 N/mm	77 N/mm
Nr 2	525 N/mm	114 N/mm	56 N/mm

Największą podatność uzyskano w kierunku osi z , ze względu na działanie siły zewnętrznej F_z . Porównując otrzymane wyniki z dwóch położeni można zauważyć, że współczynnik np. k_{33} macierzy sztywności jest mniejszy im zasięg ramienia większy tym sztywność w osi z mniejsza.



Rys. 8. Oszacowane charakterystyki sztywności liniowej dla manipulatora szeregowego (ARC Mate 100i) w położeniu nr 1



Rys. 9. Oszacowane charakterystyki sztywności liniowej dla manipulatora szeregowego (ARC Mate 100i) w położeniu nr 2

6. PODSUMOWANIE

W pracy przygotowano stanowisko i opracowano metodę pomiarów przemieszczenia liniowego członu roboczego mechanizmu, przy wykorzystaniu linkowych czujników przemieszczenia, rozpiętych pomiędzy środkiem członu roboczego (chwytaka) i nieruchomej platformy pomiarowej, tworząc konfigurację ostrosłupa. Wyznaczono charakterystyki liniowej sztywności dwóch manipulatorów, których człony robocze obciążano quasi-statycznie wertykalną siłą. Porównano oszacowane wybrane elementy macierzy sztywności dla dwóch różnych położenia manipulatorów.

Opracowana metoda pomiarowa spełnia, przy małych kosztach, podstawowe wymagania dotyczące odpowiedniej dokładności pomiaru, przestrzeni roboczej oraz minimalizacji wpływu na badany obiekt podczas pomiaru. Ze względu na małą masę ruchomą linek pomiarowych oraz ich napięcie wstępne, zbudowane stanowisko może być użyte także do pomiarów w warunkach dynamicznych, jak i do wyznaczania powtarzalności pozycjonowania manipulatora.

Wyznaczone elementy macierzy sztywności można wykorzystać do analizy dokładności pozycjonowania członu roboczego, czy przy wprowadzaniu korekty w sterowaniu manipulatorem, gdy następuje zmiana położenia ze względu na działające obciążenia. Współczynniki sztywności są także potrzebne do opisu własności drganiowych manipulatora. Dane tego typu rzadko występują w dostępnej literaturze źródłowej, a są wykorzystane przy formułowaniu lub weryfikacji modeli symulacyjnych.

BIBLIOGRAFIA

1. Góra M., Knapczyk J., Maniowski M., *Estimation of platform pose and displacement of parallel mechanism using wire-based sensors*, The Archive of Mechanical Engineering, Vol. 54, No 4, s. 365–389, 2007.
2. Morecki A., Knapczyk J., Kędzior K., *Teoria mechanizmów i manipulatorów, Podstawy i przykłady zastosowań w praktyce*, WNT, Warszawa, 2002.
3. PN-EN ISO 9283. Roboty przemysłowe. Metody badania charakterystyk.
4. Jeong J.W., Kim S.H., Kwak Y.K.: *Kinematics and workspace analysis of a parallel wire mechanism for measuring a robot pose*. Mechanism and Machine Theory, vol.34, pp. 825–841, 1999.