Pomiary Automatyka Robotyka, ISSN 1427-9126, R. 28, Nr 4/2024, 21–38, DOI: 10.14313/PAR_254/21

Analiza syntezy układu sterowania feedback-feedforward z modelem niestabilnych, nieminimalnofazowych obiektów z opóźnieniem

Robert Bieda
Politechnika Śląska, Wydział Automatyki, Elektroniki i Informatyki, Katedra Automatyki i Robotyki, ul. Akademicka 2A, 44-100 Gliwice

Streszczenie: W pracy dokonano pełnej analizy proponowanego mechanizmu syntezy odpornego układu regulacji. Wykazano równoważność, popularnej w ostatnich latach, struktury MFC i klasycznej FB-FF. Na przykładzie drugiej struktury szczegółowo omówiono i pokazano proces syntezy układu sterowania wraz z jego wpływem na charakter uzyskanego układu. Rozważania prezentowanego mechanizmu syntezy układu regulacji obejmują szerokie spektrum dynamik obiektów regulacji od klasycznych, przez nieminimalnofazowe, z czasem opóźnienia oraz niestabilne. Wszystkie rozważania teoretyczne poparte zostały wynikami symulacyjnymi przykładowych układów regulacji. Przedstawiono również wariant syntezy umożliwiający zmniejszenie wpływu ograniczenia dynamiki zakłóceniowej układu regulacji przez dynamikę obiektu. Jako ciekawostkę zaprezentowano zjawisko zachodzące dla szybkich struktur pętlowych ze sprzężeniem zwrotnym, które umożliwia odwrócenie mechanizmu syntezy i bezpośrednie uwzględnienie wpływu dynamiki regulatora.

Słowa kluczowe: synteza układu regulacji automatycznej, parametryzacja Youla-Kucera, regulacja nadążająca za modelem – MFC, układ regulacji otwarto-zamkniętej – FB-FF

1. Wprowadzenie

Projektując układ sterowania (US) często wymaga się, aby syntezowany układ był odporny (niezawodny) (ang. *robust*). Odporność ta jest zdefiniowana bardzo różnie. Wydaje się jednak, że najprostszym sposobem umożliwiającym przejrzyste określenie wymagań stawianych układom odpornym jest żądanie od projektowanego US aby poprawnie realizował wartość zadaną oraz wykazywał brak wrażliwości na zakłócenia procesu regulacji i błędy modelowania obiektu regulacji. Wynika to z faktu, że wpływ zakłóceń, jako sygnałów negatywnie oddziałujących na zachowanie procesu regulacji, powinien być w miarę możliwości US szybko i skutecznie neutralizowany. Z drugiej strony synteza elementów sterujących (korektorów i regulatorów) bazuje na mniej lub bardziej dokładnych modelach procesu regulacji. Jeśli dodatkowo uwzględnić fakt, że proces regulacji ma charakter nieliniowy, a proces projektowania i strojenia regulatorów odbywa się z wykorzystaniem modelu zlinearyzowanego procesu regulacji, to zdolność do korygowania różnic (błędów) między modelem i procesem rzeczywistym wydaje się jak najbardziej pożądana.

W literaturze można znaleźć wiele różnych mechanizmów definiujących, często dla określonej klasy dynamiki procesu regulacji, struktury regulatorów/korektorów oraz metody ich strojenia [10, 17]. Jednak w znacznej mierze tego typu mechanizm syntezy US może zostać oceniony, pod względem jakości i odporności działania, dopiero po jego budowie i uruchomieniu. Można również znaleźć w literaturze [3, 5, 6, 21] przykłady mechanizmów, które już na etapie projektowania próbują w jak największym stopniu uwzględnić docelowe/pożądane właściwości syntezowanego układu regulacji (UR). Dotyczą one często jakości realizacji wartości zadanej oraz zdolności tłumienia zakłóceń i niewrażliwości na „zmianę" parametrów procesu regulacji.

2. Regulacja nadążająca za modelem – MFC

Jednymi z ciekawszych struktur UR, zapewniających szeroko rozumianą odporność, są różne warianty układów wykorzystujących model procesu regulacji MBC (ang. *Model Based Control*) [3, 13, 23, 24]. Wśród tych struktur najbardziej interesującą jest, promowana od końca lat 90. ubiegłego wieku [9, 10, 20, 26–28], struktura ze śledzeniem modelu MFC (ang. *Model Following Control*). Schemat ideowy struktury MFC pokazany został na rys. 1a.

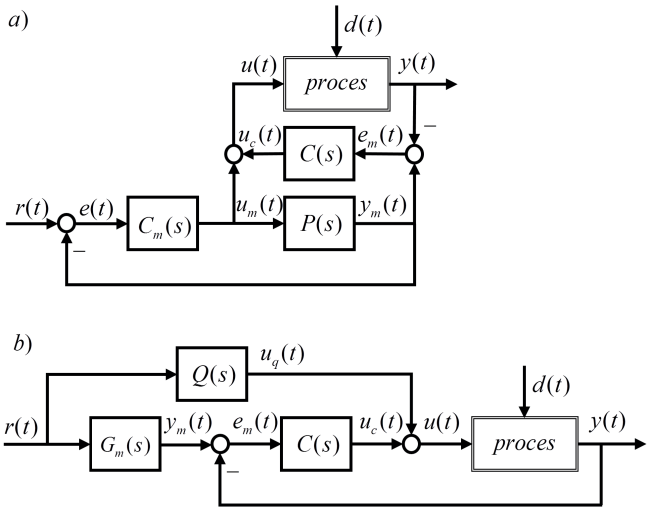
Jest to struktura dwupętlowa, a jej charakterystyczną cechą jest to, że proces rzeczywisty jest sterowany sumą dwóch sygnałów: $u_m(t)$ z regulatora modelu $C_m(s)$ i $u_c(t)$ z regulatora procesu $C(s)$.

Autor korespondujący:
Robert Bieda, robert.bieda@polsl.pl

Artykuł recenzowany
nadesłany 28.05.2024 r., przyjęty do druku 20.09.2024 r.

Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 3.0

Jak twierdzą autorzy [9, 20, 26], w odróżnieniu od dobrze znanych w automatyce jednopętlowych UR z modelem procesu, struktura MFC nie wymaga dokładnej znajomości modelu procesu (obiektu) regulacji $P(s)$. Dodatkowo jest odporna na zmiany parametrów procesu rzeczywistego przy jednoczesnym dobrym tłumieniu zakłóceń $d(t)$ oraz charakteryzuje się dobrymi właściwościami śledzenia wartości zadanej $r(t)$. Zagadnieniem otwartym jednak pozostaje, podobnie jak w wielu innych wariantach UR, sposób wyboru struktury regulatorów $C_m(s)$ i $C(s)$ oraz mechanizm ich strojenia.



Rys. 1. Schemat blokowy UR: a) o strukturze MFC oraz b) o strukturze FB-FF

Fig. 1. Block diagram of the control systems: a) MFC structure and b) FB-FF structure

Okazuje się jednak, że schemat UR o strukturze MFC, po prostych przekształceniach, można sprowadzić do powszechnie znanego schematu UR o strukturze otwarto-zamkniętej FB-FF (ang. *FeedBack-FeedForward*) [15, 16, 18, 19, 23, 30]. Schemat takiej struktury UR pokazany został na rys. 1b. Na schemacie tym dynamika $G_m(s)$ opisana jest zależnością:

$$G_m(s) = \frac{Y_m(s)}{R(s)} = \frac{C_m(s)P(s)}{1 + C_m(s)P(s)}, \tag{1}$$

i może być interpretowana jako dynamika UR z modelem procesu $P(s)$ jak w schemacie MFC lub jako dynamika modelowa/referencyjna opisująca pożądane właściwości dynamiczne UR wiążące sygnał wyjścia $y_m(t)$ modelu procesu od sygnału wartości zadanej $r(t)$. W konsekwencji można pokazać, że UR o strukturze MFC (rys. 1a) i o strukturze FB-FF (rys. 1b) są równoważne, jeżeli między dynamiką regulatora modelu $C_m(s)$ i dynamiką korektora $Q(s)$ zachodzi wzajemna zależność:

$$\begin{aligned} Q(s) &= \frac{C_m(s)}{1 + C_m(s)P(s)} = \frac{G_m(s)}{P(s)}, \\ C_m(s) &= \frac{Q(s)}{1 - Q(s)P(s)} = \frac{G_m(s)}{P(s)\left(1 - G_m(s)\right)}. \end{aligned} \tag{2}$$

W rezultacie dalsza część pracy będzie koncentrowała się przede wszystkim na wariancie UR o strukturze FB-FF. Zakładając, chwilowo, że dostępny jest „dokładny model" procesu opisany funkcją $\tilde{P}(s)$ można pokazać, że wyjście UR w postaci operatorowej określa zależność:

$$\begin{aligned} Y(s) = {} & \frac{Q(s)\tilde{P}(s) + G_m(s)C(s)\tilde{P}(s)}{1 + C(s)\tilde{P}(s)} R(s) \\ & + \frac{\tilde{P}(s)}{1 + C(s)\tilde{P}(s)} D_u(s) + \frac{1}{1 + C(s)\tilde{P}(s)} D_y(s), \end{aligned} \tag{3}$$

gdzie $D_u(s)$ oraz $D_y(s)$ są obrazami, po transformacie Laplace'a, sygnałów zakłócenia $d(t)$ występujących odpowiednio na wejściu $(d_u(t))$ oraz wyjściu $(d_y(t))$ procesu regulacji.

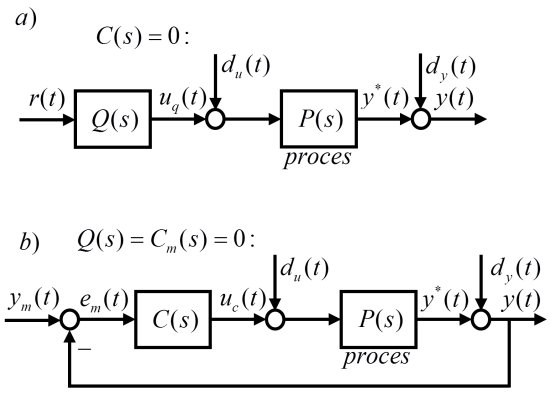
Zakładając dodatkowo, że różnica między „dokładnym modelem" procesu $\tilde{P}(s)$ i jego modelem operatorowym $P(s)$ definiuje błąd modelowania $E_P(s) = \tilde{P}(s) - P(s)$ można powyższą zależność przekształcić do postaci:

$$\begin{aligned} Y(s) = {} & Q(s)\tilde{P}(s)R(s) - \frac{E_P(s)Q(s)C(s)\tilde{P}(s)}{1 + C(s)\tilde{P}(s)} R(s) \\ & + \frac{\tilde{P}(s)}{1 + C(s)\tilde{P}(s)} D_u(s) + \frac{1}{1 + C(s)\tilde{P}(s)} D_y(s). \end{aligned} \tag{4}$$

Analizując zależność (4) wyraźnie widać, że w UR o strukturze FB-FF wartość zadana $r(t)$ realizowana jest bezpośrednio w torze FF z wykorzystaniem korektora $Q(s)$. Natomiast część FB, skojarzona z pętlą jednostkowego ujemnego sprzężenia zwrotnego, reaguje za pomocą regulatora $C(s)$ na zakłócenia $d(t)$ pojawiające się na wejściu $d_u(t)$ i wyjściu $d_y(t)$ procesu regulacji oraz na błędy modelowania $E_P(s)$ względem wartości zadanej $r(t)$. W rzeczywistości jednak określenie „dokładnego modelu" procesu $\tilde{P}(s)$ z założenia nie jest możliwe, dlatego w procesie syntezy UR wykorzystuje się jego model $P(s)$. Można więc założyć, że w procesie syntezy UR prawdziwa jest odpowiedniość: $\tilde{P}(s) \triangleq P(s)$.

Zaobserwowany, w wyniku analizy równania (4), wniosek staje się jeszcze bardziej wyraźny jeśli rozpatrzymy dwa szczególne przypadki dotyczące schematu UR o strukturze FB-FF (rys. 1b). Zakładając, że regulator $C(s) = 0$ wówczas w układzie zanika część UR dotycząca struktury FB (ze sprzężeniem zwrotnym). W wariancie takim pozostaje jedynie tor główny o strukturze otwartej FF, dla której sterowanie realizowane jest z wykorzystaniem korektora $Q(s)$. Odpowiednio w wariancie UR o strukturze MFC (rys. 1a) sterowanie bazuje wówczas na pętli sterowania modelem procesu z wykorzystaniem regulatora $C_m(s)$. Schemat struktury FF pokazany został na rys. 2a.

Analogicznie zakładając, że $Q(s) = 0$, w UR praktycznie zanika kanał oddziaływania sygnału wejściowego wartości zadanej $r(t)$. Warto zauważyć, że założenie $Q(s) = 0$ pociąga za sobą automatycznie, zgodnie z (2), $C_m(s) = 0$ oraz zgodnie z (1) $G_m(s) = 0$ co powoduje, że sygnał $y_m(t) = 0$. W rezultacie zauważyć można,



Rys. 2. Schemat blokowy US procesem P(s): a) o strukturze otwartej typu FF, b) o strukturze zamkniętej typu FB

Fig. 2. Block diagram of P(s) process control system: a) open loop type FF structure, b) closed loop type FB structure

że struktura pętlowa US odpowiedzialna jest jedynie za reakcję układu na pojawiające się zakłócenia $d_u(t)$ oraz $d_y(t)$ (rys. 2b).

W konsekwencji więc proces syntezy UR o strukturze FB-FF można rozpatrywać w sposób niezależny dzieląc procedurę syntezy na konstrukcję toru otwartego FF (rys. 2a) oraz części pętlowej z ujemnym sprzężeniem zwrotnym FB (rys. 2b). Synteza struktury otwartej koncentruje się zatem na definicji korektora $Q(s)$ gwarantującego określony sposób realizacji wartości zadanej $r(t)$. Natomiast synteza struktury pętlowej koncentruje się na definicji regulatora $C(s)$ gwarantującego odpowiednie tłumienie zakłóceń $d(t)$, które mogą oddziaływać na UR w czasie jego pracy.

3. Układ sterowania o strukturze otwartej

Jak zostało pokazane w [4] synteza US o strukturze otwartej FF, wykorzystującej w formie jawnej model procesu sterowania $P(s)$, jest zadaniem względnie prostym, oczywiście jeżeli dbamy w procesie syntezy korektora o jego podstawowe właściwości takie jak stabilność czy realizowalność zaprojektowanej dynamiki. W procesie tym można bezpośrednio zdefiniować wymagania dotyczące właściwości projektowanego US i w rezultacie określić pożądaną dynamikę realizującą, w określony sposób, wartość zadaną US:

$$G_m(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = Q(s)P(s). \tag{5}$$

Wymagania jakościowe US można bezpośrednio skojarzyć z wcześniej określonymi wymaganiami stawianymi układom odpornym. Układ sterowania o dynamice $G_m(s)$ (5) jest dobry jakościowo, jeśli jest odpowiednio szybki oraz dokładny w swoim działaniu. Wymagania te można bezpośrednio określić [4] jako warunek dotyczący dokładności, związany z astatyzmem US. Wykorzystując twierdzenie o wartościach granicznych, w analizie stanu ustalonego uchybu regulacji US, można pokazać, że projektowany US będzie w stanie ustalonym dokładnie realizował skokową wartość zadaną $r(t)$, jeżeli prawdziwa będzie zależność:

$$G_m(0) = \frac{Y(0)}{R(0)} = 1, \tag{6}$$

oraz jako warunek dotyczący prędkości działania/reakcji projektowanego US:

$$\lambda < T, \tag{7}$$

gdzie λ to dominująca stała czasowa modelu $G_m(s)$, charakteryzująca jego prędkość działania, oraz T to dominująca stała czasowa modelu procesu regulacji $P(s)$ projektowanego US. Uwzględniając powyższe wymagania, można model US przedstawić w postaci dynamiki opisanej transmitancją:

$$G_m(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{Y_m(s)}{R(s)} = \frac{1}{\left(\lambda s + 1\right)^n}, \tag{8}$$

gdzie n określa rząd projektowanego US.

Mimo spełnienia warunków (6) i (7) dotyczących jakości US nadrzędnym warunkiem jego poprawnej pracy jest stabilność. Jak pokazano w [4], warunki stabilności US o strukturze otwartej (rys. 2a) można zdefiniować wykorzystując pojęcie wewnętrznej stabilności wejściowo-wyjściowej US [12, 25]:

Warunek 1. stabilności wymaga, aby dynamika (5) była stabilna. Warunek ten jest spełniony z założenia, jeżeli w procesie syntezy US to my definiujemy model $G_m(s)$, na przykład tak jak pokazano to w (8).

Warunek 2. stabilności US wymaga, aby dynamika projektowanego korektora $Q(s)$ była stabilna. Uwzględniając zależność (2) można pokazać, że warunek ten będzie spełniony jeżeli odwrotna dynamika procesu $P(s)^{-1}$ nie wprowadzi do definicji korektora niestabilnych oraz nierealizowalnych elementów. Powyższe wymaganie można spełnić dokonując operacji faktoryzacji [2, 3, 22] modelu $P(s)$ na część „odwracalną" $P_m(s)$ oraz „nieodwracalną" $P_p(s)$, zgodnie z zależnością:

$$P(s) = P_m(s)P_p(s). \tag{9}$$

Uwzględniając operację faktoryzacji (9) modelu procesu $P(s)$ oraz zależność (5) można korektor $Q(s)$ określić wyrażeniem podobnym do (2):

$$Q(s) = \frac{U_q(s)}{R(s)} = \frac{G_m(s)}{P_m(s)}. \tag{10}$$

Warto zauważyć, że dla funkcji przejścia korektora $Q(s)$ określonej zależnością (10) stawia się dodatkowe wymaganie aby była to funkcja wymierna właściwa tzn. aby jej względny rząd $q_Q \geqslant 0$. Uwzględniając definicję modelu US (8) oraz zakładając, że część „odwracalna" modelu procesu $P_m(s)$ ma względny rząd $q_P \geqslant 0$ wymaganie to będzie spełnione jeśli prawdziwa będzie relacja dotycząca względnego rzędu q_m modelu $G_m(s)$:

$$G_m(s) : q_m = n \geqslant q_P. \tag{11}$$

Spełnienie zależności (11), przy jednoczesnym uwzględnieniu definicji korektora $Q(s)$ (10), automatycznie gwarantuje, że $Q(s) : q_Q \geqslant 0$.

Jednocześnie uwzględniając rozszerzenie warunku (6) na sygnały wejściowe o charakterze harmonicznym pożądanym jest, aby rząd n modelu (8) był możliwie niski [4]. W konsekwencji użyteczna forma warunku (11) przyjmuje zwykle postać: $G_m(s) : q_m = q_P$.

Jak zostało pokazane w [4], tak zaprojektowany US ma główną dynamikę wiążącą wyjście US $y(t)$ z wartością zadaną $r(t)$ opisaną zależnością zgodną z założonym modelem $G_m(s)$ (8) i „nieodwracalną" składową procesu $P_p(s)$:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = G_m(s)P_p(s). \tag{12}$$

Niestety samoistna struktura US postaci FF (rys. 2a) nie działa poprawnie w przypadku, gdy w układzie pojawiają się zakłócenia (US w żadnym stopniu nie kompensuje ich wpływu), gdy występują różnice między modelem $P(s)$ a rzeczywistym procesem regulacji oraz w przypadku, gdy obiekt regulacji jest niestabilny (określa to warunek 3. stabilności układu otwartego pokazany w [4]).

4. Układ sterowania o strukturze zamkniętej

Niedogodności części FF układu regulacji (rys. 1b) mogą zostać zniwelowane przez część struktury tego układu tworzącej pętlę sprzężenia FB (rys. 2b). Jak zostało pokazane w zależności (4) ta część układu FB-FF odpowiedzialna jest za reakcję układu na zakłócenie oraz na ewentualne błędy procesu modelowania obiektu regulacji. Jednak w rozdzielnym procesie syntezy US, toru otwartego dla wartości zadanej oraz pętli sprzężenia dla zakłóceń, określenie regulatora $C(s)$ pozwala uwzględnić jedynie zadanie tłumienia zakłóceń. Uwzględnienie błędu modelowania $E_P(s)$ nie jest możliwe z definicji, nie można bowiem wyznaczyć „dokładnego modelu" procesu $\tilde{P}(s)$.

W pierwszym etapie proponowanego mechanizmu syntezy struktury pętlowej należy zdefiniować samą pętlę projektowanego US. Dynamika pętli $G_L(s)$ definiowana jest jako transmitancja zastępcza układu przedstawionego na rys. 2b. Opisuje ona zależność pomiędzy dowolnym sygnałem zewnętrznym oddziałującym na pętlę (wchodzącym do węzła sumacyjnego pętli) i sygnałem wewnętrznym/zależnym wchodzącym do tego węzła sumacyjnego analizowanej pętli:

$$G_L(s) = \frac{Y(s)}{Y_m(s)} = \frac{-U_c(s)}{D_u(s)} = \frac{-Y^*(s)}{D_y(s)} = \frac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)}. \tag{13}$$

Definiując pożądany charakter projektowanej pętli opisanej dynamiką $G_L(s)$ można posłużyć się wymaganiami jakościowymi podobnymi, jak w przypadku dynamiki referencyjnej $G_m(s)$ struktury FF oraz analizą zależności (4). Analizując zależność $Y(s)$ równania (4) łatwo można zauważyć, że dynamika pętli bezpośrednio wpływa na zachowanie US będące reakcją na pojawiające się zakłócenie $d(t)$ ($d_u(t)$ na wejściu oraz $d_y(t)$ na wyjściu procesu regulacji). Dynamiki zastępcze opisujące wpływ zakłóceń na wyjście US opisane są transmitancjami:

$$G_{d_u}(s) = \frac{Y(s)}{D_u(s)} = \left(1 - G_L(s)\right)P(s), \tag{14}$$

$$G_{d_y}(s) = \frac{Y(s)}{D_y(s)} = 1 - G_L(s). \tag{15}$$

Struktura US o charakterze pętlowym z ujemnym sprzężeniem zwrotnym powinna więc być projektowana przede wszystkim ze względu na możliwość pojawienia się zakłóceń podczas pracy UR.

W konsekwencji podstawowym wymaganiem stawianym projektowanemu US jest taka konstrukcja pętli $G_L(s)$, która gwarantuje eliminację niepożądanego wpływu zakłócenia $d(t)$ na wyjście $y(t)$ US. Analizując zależności (14) oraz (15) łatwo zauważyć, że wymaganie to będzie spełnione jeżeli $1 - G_L(s) = 0$ w możliwie jak największym zakresie sygnałów zakłócenia. Podstawowy wariant tej właściwości, gwarantujący tłumienie w stanie ustalonym wpływu zakłóceń o charakterze skokowym $d(t) = 1(t)$, określa warunek bliźniaczy do warunku (6) wynikający z analizy astatyzmu US i jest określony zależnością:

$$G_L(0) = 1. \tag{16}$$

Powyższy warunek można wyprowadzić z analizy stanu ustalonego uchybu regulacji struktury pętlowej podobnie jak to zostało pokazane w [4]. Wykorzystując twierdzenie o wartościach granicznych oraz zależności (14) i (15) można pokazać, że spełnienie wymagania (16) gwarantuje $G_{d_u}(0) = G_{d_y}(0) = 0$, i w konsekwencji całkowitą eliminację w stanie ustalonym wpływu zakłócenia $d(t) = 1(t)$ na wyjście US.

Warto także zauważyć, że w przypadku UR o strukturze zamkniętej jak na rys. 2b w przypadku, gdy $y_m(t) = r(t)$ (lub równoważnie jeżeli $G_m(s) = 1$), jak zostało pokazane w [4], warunek (16) gwarantuje również astatyzm UR względem wartości zadanej.

Z drugiej strony przed dynamiką pętli $G_L(s)$ stawiane jest wymaganie szybkiego działania, które ma gwarantować, że proces tłumienia wpływu zakłócenia $d(t)$ na działanie US będzie przebiegał szybko. Jest to wymaganie zgodne z określonymi wcześniej warunkami syntezy US o charakterze odpornym. Łatwo pokazać, także w tym przypadku, że prędkość działania pętli US (rys. 2b) zależy bezpośrednio od prędkości działania dynamiki $G_L(s)$. Można zatem, podobnie jak w przypadku syntezy układu otwartego (o strukturze FF), prędkość pętli zdefiniować w oparciu o jej dominującą stałą czasową μ. W rezultacie, podobnie jak w warunku (7), można prędkość pętli określić względem prędkości (dominującej stałej czasowej T) procesu regulacji $P(s)$:

$$\mu \ll T. \tag{17}$$

Inaczej niż w (7), warunek dotyczący prędkości pętli można zdefiniować jako dużo silniejszy. W granicznym przypadku, dla pętli o dynamice $G_L(s)$ o działaniu bardzo szybkim można założyć, że $\mu \sim 0$. Warto także zauważyć, że warunek (17) gwarantuje dokładność śledzenia wartości zadanej dla dużego zakresu pulsacji wartości zadanych o charakterze harmonicznym [4].

Warunki, opisane zależnością (16) oraz (17), dotyczące jakości projektowanej pętli $G_L(s)$ można spełnić opisując pętlę dynamiką klasy wykorzystanej do definicji dynamiki toru otwartego (8):

$$G_L(s) = \frac{1}{\left(\mu s + 1\right)^n}. \tag{18}$$

Dla określonej odgórnie pożądanej dynamiki pętli $G_L(s)$ projektowanego US (rys. 2b) proces syntezy regulatora $C(s)$, wykorzystujący model procesu $P(s)$, bazuje na równoważności struktury otwartej oraz zamkniętej/pętlowej spotykanej w literaturze jako parametryzacja Youla-Kučera [1, 2, 13, 14, 25]:

$$\frac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)} = Q_L(s)P(s). \tag{19}$$

Dokonując przekształcenia (19), podobnie jak w [4], otrzymujemy prostą regułę syntezy regulatora $C(s)$ dla danej dynamiki pętli $G_L(s)$ (13):

$$C(s) = \frac{U_c(s)}{E_m(s)} = \frac{Q_L(s)}{1 - Q_L(s)P(s)} = \frac{G_L(s)}{P(s)\left(1 - G_L(s)\right)}. \tag{20}$$

Podobnie jak w przypadku struktury FF, tak i powstały w ten sposób US o strukturze FB powinien cechować się stabilnością. Warunki stabilnej pracy struktur FB (rys. 2b) można określić z warunków stabilności wewnętrznej, podobne jak w [4], analizując poniższe transmitancje zastępcze

$$\begin{bmatrix} Y(s) \\ U_c(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_L & (1-G_L)P & 1-G_L \\ (1-G_L)C & -G_L & -(1-G_L)C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_m(s) \\ D_u(s) \\ D_y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_L P & (1-Q_L P)P & 1-Q_L P \\ Q_L & -Q_L P & -Q_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_m(s) \\ D_u(s) \\ D_y(s) \end{bmatrix} \tag{21}$$

Układ sterowania o strukturze zamkniętej jest zatem stabilny, jeżeli:

1) $Q_L(s)P(s) = G_L(s)$ jest stabilne;
2) $Q_L(s)$ jest stabilne;
3) $(1 - Q_L(s)P(s))P(s) = (1 - G_L(s))P(s)$ jest stabilne;

Warunek 1. stabilności układu zamkniętego, podobnie jak w przypadku układu otwartego, spełniony jest z założenia dotyczącego modelowej dynamiki pętli $G_L(s)$ (18) projektowanego US, którą sami określamy.

Warunek 2. podobnie jak dla US o strukturze otwartej, jest spełniony jeśli w procesie syntezy US, a w szczególności dynamiki $Q_L(s)$ (będącej odpowiednikiem korektora $Q(s)$), wykorzystamy mechanizm faktoryzacji (9) modelu procesu $P(s)$ na część „odwracalną" $P_m(s)$ oraz „nieodwracalną" $P_p(s)$:

$$Q_L(s) = \frac{G_L(s)}{P_m(s)}. \tag{22}$$

Jednocześnie obowiązuje także odpowiednik warunku (11) dotyczący względnego rzędu q_L dynamiki $G_L(s)$, który gwarantuje, że dynamika $Q_L(s)$ oraz projektowany regulator $C(s)$ będą funkcjami wymiernymi właściwymi:

$$G_L(s) : q_L = n \geqslant q_P \Rightarrow Q_L(s) : q_Q \geqslant 0. \tag{23}$$

Z analizy właściwości dynamiki $G_L(s)$ w dziedzinie sygnałów o charakterze harmonicznym [4], podobnie jak dla wymagania (6), użyteczna forma warunku (23) przyjmuje zwykle postać: $G_L(s) : q_L = q_P$.

Uwzględniając powyższe warunki stabilności można doprecyzować definicję regulatora UR o strukturze zamkniętej [4]:

$$C(s) = \frac{G_L(s)}{P_m(s)\left(1 - G_L(s)P_p(s)\right)}. \tag{24}$$

W rezultacie, definicja rzeczywistej transmitancji wejściowo-wyjściowej pętli (13) projektowanego UR przyjmuje postać:

$$\frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} = G_L(s)P_p(s). \tag{25}$$

Warunek 3. stabilności US o strukturze zamkniętej, inaczej niż w przypadku US o strukturze otwartej, może zostać spełniony w przypadku niestabilnej postaci modelu procesu $P(s)$. Dynamikę procesu uważamy za niestabilną, jeśli ma ona co najmniej jeden biegun s^*, którego składowa rzeczywista spełnia warunek:

$$s^* : \Re\{s^*\} > 0. \tag{26}$$

W rezultacie warunek 3. stabilności układu zamkniętego będzie spełniony jeżeli referencyjna dynamika pętli US $G_L(s)$ zagwarantuje, że transmitancja $(1 - G_L(s))$ będzie miała zera tam gdzie model procesu $P(s)$ ma niestabilne bieguny. Warunek narzucony na dynamikę $G_L(s)$ można pokazać w następujący sposób:

$$\left(1 - G_L(s)\right)\Big|_{s=s^*} = 1 - G_L(s^*) = 0. \tag{27}$$

Powyższy warunek powinien zachodzić dla każdego niestabilnego bieguna modelu procesu $P(s)$.

Uwzględniając powyższe warunki dotyczące stabilności struktury pętlowej oraz warunki (16)–(17) dotyczące właściwości dynamiki $G_L(s)$ można pokazać wpływ części FB projektowanego UR na sygnał wyjściowy $y(t)$:

$$\begin{aligned} Y(s) = {} & G_m(s)P_p(s)R(s) \\ & - E_P(s)Q(s)G_L(s)P_p(s)R(s) \\ & + \left(1 - G_L(s)\mathrm{P}_p(s)\right)P(s)D_u(s) \\ & + \left(1 - G_L(s)\mathrm{P}_p(s)\right)D_y(s). \end{aligned} \tag{28}$$

Podobnie jak w (4) wyraźnie widać, że dynamika części pętlowej bezpośrednio odpowiada za reakcję UR na zakłócenie oraz wpływa na „składową błędu modelowania" $E_P(s)$.

W dalszej części pokazane zostały przykłady analizy procesu syntezy struktury FB w przypadku konkretnych klas dynamik procesu $P(s)$. W prezentowanej analizie zakłada się, że projektowana pętla o dynamice $G_L(s)$ opisana jest zależnością (18). Przyjmując, że projektowana pętla będzie odpowiednio szybka, można pokazać, że dla dynamiki (18) prawdziwa jest właściwość:

$$G_L(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} \overset{\mu<1}{\simeq} \frac{1}{n\mu s + 1} \overset{\mu\sim 0}{\simeq} 1. \tag{29}$$

4.1. Proces stabilny, minimalnofazowy bez opóźnienia

Dla obiektu regulacji nieposiadającego „nieodwracalnych" części dynamiki $P_p(s)$ można zdefiniować „odwracalną" część procesu jako cały model zgodnie z zależnością:

$$P(s) = P_m(s). \tag{30}$$

Natomiast sam problem syntezy regulatora $C(s)$ staje się prosty i można go opisać poniższą formułą:

$$C(s) = \frac{G_L(s)}{P_m(s)\left(1 - G_L(s)\right)}. \tag{31}$$

Jednocześnie składowe reakcji UR na pojawiające się zakłócenia określają dynamiki:

$$\begin{aligned} G_{d_u}(s) &= \left(1 - G_L(s)\right)P(s) \overset{\mu<1}{\simeq} n\mu s P(s) G_L(s) \\ &\overset{\mu\sim 0}{\simeq} n\mu s P(s) = n\mu s P_m(s), \end{aligned} \tag{32}$$

$$G_{d_y}(s) = 1 - G_L(s) \overset{\mu<1}{\simeq} n\mu s G_L(s) \overset{\mu\sim 0}{\simeq} n\mu s. \tag{33}$$

Przykład 1

Rozpatrzmy wariant US z procesem opisanym transmitancją:

$$P_1(s) = \frac{2}{3s + 1}, \tag{34}$$

dla którego założymy, że referencyjna dynamika pętli $G_{L1}(s)$, spełniająca warunki (16), (17) oraz (23) określona jest zależnością:

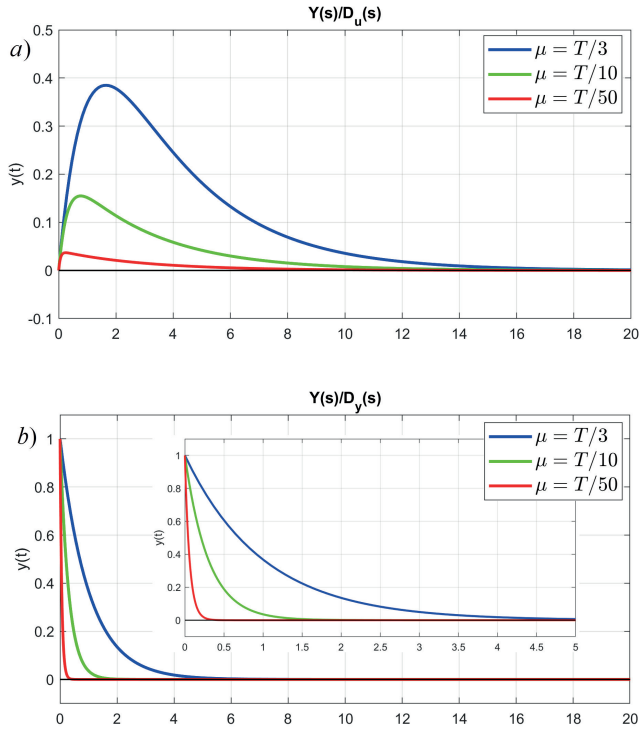
$$G_{L1}(s) = \frac{1}{\mu s + 1}. \tag{35}$$

Dla tak zdefiniowanego wariantu US regulator $C(s)$, zgodnie z (24), przyjmuje postać:

$$C_1(s) = \frac{3s + 1}{2\mu s}. \tag{36}$$

Warto zauważyć, że otrzymany w ten sposób regulator $C_1(s)$, dla procesu opisanego dynamiką $P_1(s)$, jest *de facto* klasycznym regulatorem o strukturze PI.

Na rys. 3 pokazane zostały przebiegi czasowe $y(t)$ UR na skokową zmianę wartości zakłócenia $d_u(t)$ oraz $d_y(t)$ dla różnych „prędkości" (różnych wartości stałej czasowej μ) projektowanej pętli $G_{L1}(s)$.



Rys. 3. Przebiegi czasowe odpowiedzi US obiektem $P_1(s)$ o strukturze FB a) na skokową zmianę zakłócenia $d_u(t)$ oraz b) zakłócenia $d_y(t)$
Fig. 3. Simulation of the time responses of the control system of an $P_1(s)$ object with FB structure (a) to a step change in the disturbance $d_u(t)$ and (b) to the disturbance $d_y(t)$

4.2. Proces stabilny, nieminimalnofazowy bez opóźnienia

Dla nieminimalnofazowego procesu regulacji $P(s)$ wymagana jest jawna faktoryzacja (9) na składową „odwracalną" oraz „nieodwracalną":

$$P(s) = P_m(s)(1-\beta s), \quad \beta > 0. \tag{37}$$

Uwzględniając powyższy fakt dynamikę regulatora $C(s)$ oraz docelowe dynamiki składowej wyjścia UR od zakłócenia występującego w strukturze FB można opisać zależnościami:

$$C(s) = \frac{G_L(s)}{P_m(s)\big(1-G_L(s)(1-\beta s)\big)}, \tag{38}$$

$$\begin{aligned} G_{d_u}(s) &= \big(1-G_L(s)(1-\beta s)\big)P(s) \\ &\overset{\mu<1}{\simeq} (n\mu+\beta)sP(s)G_L(s) \\ &\overset{\mu\sim 0}{\simeq} \beta sP(s) = \beta s(1-\beta s)P_m(s), \end{aligned} \tag{39}$$

$$\begin{aligned} G_{d_y}(s) &= 1-G_L(s)(1-\beta s) \\ &\overset{\mu<1}{\simeq} (n\mu+\beta)sG_L(s) \overset{\mu\sim 0}{\simeq} \beta s. \end{aligned} \tag{40}$$

Przykład 2

Rozpatrzmy wariant US z procesem nieminimalnofazowym zdefiniowanym transmitancją $P_2(s)$ oraz odpowiadającą mu referencyjną dynamikę pętli $G_{L2}(s)$, spełniającą warunki (16), (17) oraz (23):

$$P_2(s) = \frac{3(1-s)}{(3s+1)(s+1)}, \tag{41}$$

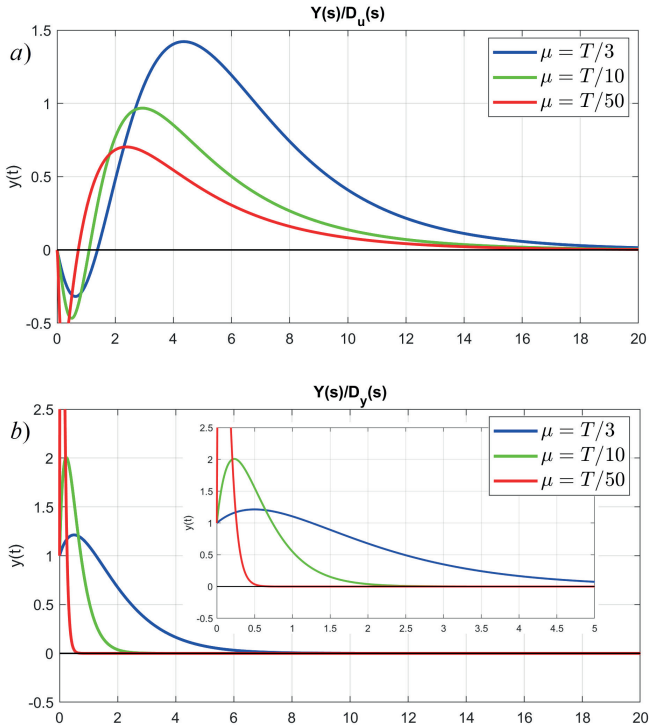
$$G_{L2}(s) = \frac{1}{(\mu s+1)^2}. \tag{42}$$

Dla tak zdefiniowanej struktury FB regulator $C(s)$ projektowanego US opisany jest transmitancją:

$$C_2(s) = \frac{(3s+1)(s+1)}{3s(\mu^2 s+2\mu+1)}. \tag{43}$$

Podobnie jak w przykładzie wcześniejszym warto zauważyć, że powstały regulator $C_2(s)$, dla procesu $P_2(s)$, jest właściwie regulatorem o strukturze PID z szeregowo dołączonym filtrem dolnoprzepustowym pierwszego rzędu.

Przebiegi czasowe wyjścia $y(t)$ powstałej struktury FB, w zależności od prędkości dynamiki pętli μ, na skokową zmianę wartości zakłócenia $d_u(t)$ oraz $d_y(t)$ pokazane zostały na rys. 4.



Rys. 4. Przebiegi czasowe odpowiedzi US obiektem nieminimalnofazowym $P_2(s)$ o strukturze FB a) na skokową zmianę zakłócenia $d_u(t)$ oraz b) zakłócenia $d_y(t)$
Fig. 4. Simulation of the time responses of the control system of a non-minimum phase object $P_2(s)$ with FB structure (a) to a step change in the disturbance $d_u(t)$ and (b) to the disturbance $d_y(t)$

4.3. Proces stabilny, minimalnofazowy z opóźnieniem

Kolejną klasą obiektów regulacji w tej grupie są dynamiki z czasem opóźnienia T_o. Podobnie jak dla procesów nieminimalnofazowych, tak i w tym przypadku konieczna jest faktoryzacja modelu obiektu regulacji na część „odwracalną" $P_m(s)$ i „nieodwracalną" $P_p(s)$:

$$P(s) = P_m(s)e^{-sT_o}, \quad T_o > 0 \tag{44}$$

Uwzględniając powyższą faktoryzację regulator $C(s)$ przyjmuje postać:

$$C(s) = \frac{G_L(s)}{P_m(s)\left(1-G_L(s)e^{-sT_o}\right)}. \tag{45}$$

Taka postać regulatora nie spełnia warunku funkcji wymiernej ze względu na składową eksponencjalną w mianowniku wyrażenia (45). Problem ten znany jest w literaturze poruszającej zagadnienia sterowania procesami z opóźnieniem [3, 11, 22, 23, 33]. Elementem łączącym te rozwiązania jest sprowadzenie niewymiernego wyrażenia $C(s)$ (45) do funkcji wymiernej przez aproksymację funkcji wykładniczej funkcją wymierną.

4.3.1. Aproksymacja szeregiem Taylora I-go rzędu

Jedną z najprostszych form aproksymacji jest rozwinięcie niewymiernej funkcji w szereg Taylora. W literaturze spotkać można wariant z rozwinięciem do wyrazów liniowych (do wyrazów I-go rzędu):

$$P_p(s) = e^{-sT_o} \simeq 1 - sT_o. \tag{46}$$

Tego rodzaju aproksymacja wprowadza do modelu procesu $P(s)$ swoistego rodzaju nieminimalnofazowość. Wynik procedury syntezy regulatora $C(s)$ jest zatem zbliżony do regulatora określonego dla procesu nieminimalnofazowego (38):

$$C(s) = \frac{G_L(s)}{P_m(s)\Big(1 - G_L(s)(1 - T_o s)\Big)}. \tag{47}$$

Jednak dynamika pętli $G_L(s)$ projektowanego US, zwłaszcza w przypadku syntezy układu spełniającego warunek (17), dla procesów z względnie dużym opóźnieniem ($\mu \ll T_o$) degraduje się do następującej operatorowej funkcji przejścia:

$$\frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} \overset{\mu \ll T_o}{\simeq} \frac{e^{-sT_o}}{T_o s + e^{-sT_o}}. \tag{48}$$

W rezultacie, dynamiki składowych sygnału wyjściowego US od zakłóceń, przyjmują postać:

$$G_{d_u}(s) \overset{\mu \ll T_o}{\simeq} \frac{T_o s e^{-sT_o}}{T_o s + e^{-sT_o}} P_m(s), \tag{49}$$

$$G_{d_y}(s) \overset{\mu \ll T_o}{\simeq} \frac{T_o s}{T_o s + e^{-sT_o}}. \tag{50}$$

Dynamiki te praktycznie nie zależą od dynamiki referencyjnej $G_L(s)$, inaczej niż to ma miejsce w (28), przy uwzględnieniu właściwości (29).

4.3.2. Aproksymacja Padégo I-go rzędu – wariant 1

Innym, spotykanym w literaturze, modelem aproksymacji jest przybliżenie Padé pierwszego rzędu:

$$P_p(s) = e^{-sT_o} = \frac{e^{-s0,5T_o}}{e^{s0,5T_o}} \simeq \frac{1 - s0,5T_o}{1 + s0,5T_o}. \tag{51}$$

Wykorzystując definicję regulatora $C(s)$ (24) oraz przybliżenie części „nieodwracalnej" procesu (51) otrzymujemy:

$$C(s) = \frac{G_L(s)}{P_m(s)\left(1 - G_L(s)\dfrac{1 - 0,5T_o s}{1 + 0,5T_o s}\right)}. \tag{52}$$

Podobnie jak wcześniej otrzymujemy wymierną definicję regulatora $C(s)$, jednak i w tym przypadku próbując spełnić warunek (17) dotyczący prędkości dynamiki $G_L(s)$ otrzymujemy dynamikę pętli US postaci:

$$\frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} \overset{\mu \ll T_o}{\simeq} \frac{e^{-sT_o}}{\dfrac{T_o s}{0,5T_o s + 1} + e^{-sT_o}}. \tag{53}$$

Odpowiednio, dla takiego rodzaju przybliżenia, dynamiki $G_{d_u}(s)$ oraz $G_{d_y}(s)$ przyjmują postać:

$$G_{d_u}(s) \overset{\mu \ll T_o}{\simeq} \frac{2T_o s e^{-sT_o}}{(2 + e^{-sT_o})T_o s + 2e^{-sT_o}} P_m(s), \tag{54}$$

$$G_{d_y}(s) \overset{\mu \ll T_o}{\simeq} \frac{2T_o s}{(2 + e^{-sT_o})T_o s + 2e^{-sT_o}}. \tag{55}$$

Podobnie jak w przypadku aproksymacji szeregiem Taylora, dynamika pętli US, przy względnie dużym czasie T_o, praktycznie nie zależy od założonego modelu $G_L(s)$.

4.3.3. Aproksymacja Padégo I-go rzędu – wariant 2

Możliwe jest również wykorzystanie aproksymacji Padé na etapie przybliżenia modelu procesu $P(s)$ z opóźnieniem T_o:

$$P(s) = P_m(s)e^{-T_o s} \simeq P_m(s)\frac{1 - 0,5T_o s}{1 + 0,5T_o s}. \tag{56}$$

W rezultacie takiego podejścia istnieje konieczność modyfikacji operacji faktoryzacji modelu procesu na część „odwracalną" $P_m^*(s)$ oraz „nieodwracalną" $P_p^*(s)$:

$$P_m^*(s) = \frac{P_m(s)}{0,5T_o s + 1}, \quad P_p^*(s) = 1 - 0,5T_o s. \tag{57}$$

Modyfikacja ta wymusza zwiększenie względnego rzędu q_L modelu $G_L(s)$ zgodnie z warunkiem (23):

$$G_L^*(s) = \frac{G_L(s)}{\mu s + 1}. \tag{58}$$

Przy takim wariancie aproksymacji, podobnie jak dla aproksymacji szeregiem Taylora, procedura wyznaczenia regulatora $C(s)$ pokrywa się z wariantem przedstawionym dla procesów nieminimalnofazowych (38):

$$C(s) = \frac{G_L^*(s)}{P_m^*(s)\Big(1 - G_L^*(s)(1 - 0,5T_o s)\Big)}. \tag{59}$$

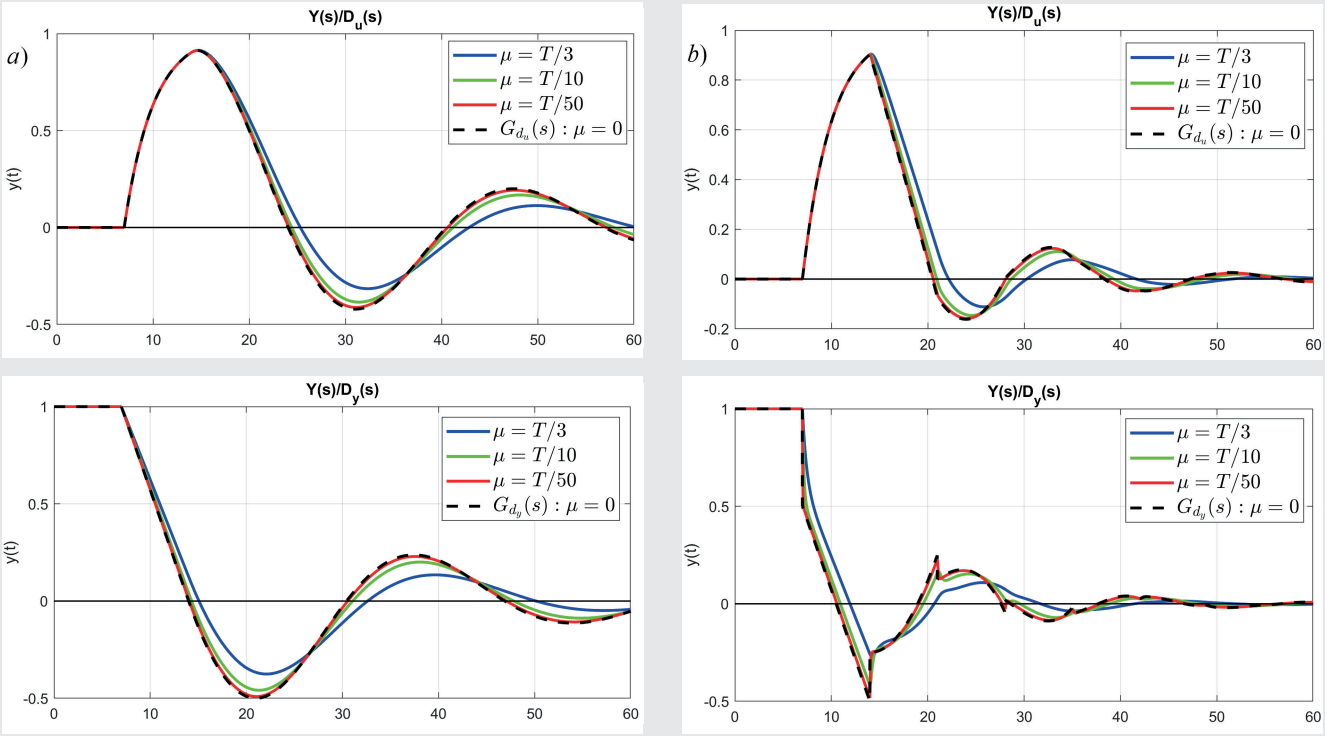
Mimo uwzględnienia efektu aproksymacji zarówno w części „odwracalnej", jak i „nieodwracalnej" procesu, funkcja dynamiki pętli $G_L(s)$ otrzymanego US, przy względnie dużym czasie opóźnienia ($\mu \ll T_o$), przyjmuje postać:

$$\frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} \overset{\mu \ll T_o}{\simeq} \frac{e^{-sT_o}}{\dfrac{0,5T_o s}{0,5T_o s + 1} + e^{-sT_o}}. \tag{60}$$

Podobnie jak we wcześniejszych wariantach aproksymacji opóźnienia funkcją wymierną, dynamiki $G_{d_u}(s)$ oraz $G_{d_y}(s)$ opisane są zależnościami:

$$G_{d_u}(s) \overset{\mu \ll T_o}{\simeq} \frac{T_o s e^{-sT_o}}{(1 + e^{-sT_o})T_o s + 2e^{-sT_o}} P_m(s), \tag{61}$$

$$G_{d_y}(s) \overset{\mu \ll T_o}{\simeq} \frac{T_o s}{(1 + e^{-sT_o})T_o s + 2e^{-sT_o}}. \tag{62}$$



Rys. 5. Przebiegi czasowe odpowiedzi wyjścia $y(t)$ US obiektem $P_3(s)$ z opóźnieniem o strukturze FB na skokową zmianę zakłócenia $d_u(t)$ oraz $d_y(t)$: a) z aproksymacją opóźnienia szeregiem Taylora, b) z aproksymacją Padégo w wariancie 1, c) z aproksymacją Padégo w wariancie 2
Fig. 5. Simulation of the time responses of the output $y(t)$ of an type FB control systems of object $P_3(s)$ with a time delay to a step change in the disturbance $d_u(t)$ and $d_y(t)$: (a) with the Taylor series approximation of the delay, (b) with the Padé approximation of variant 1, (c) with the Padé approximation of variant 2

Postać dynamiki (60) jest podobna do uzyskanych wcześniej (48) i (53). Jednak w odróżnieniu od nich dynamika (60) wykazuje niestabilny charakter w przebiegu odpowiedzi czasowej.

Przykład 3

Rozważmy UR z prostą dynamiką procesu $P_3(s)$ z względnie dużym czasem opóźnienia T_o:

$$P_3(s) = \frac{1}{3s+1}e^{-7s}. \tag{63}$$

Zgodnie z warunkami (16), (17) oraz (23) pokazanymi wcześniej, zdefiniujmy model dynamiki pętli $G_{L3}(s)$ syntezowanego US:

$$G_{L3}(s) = \frac{1}{\mu s+1}. \tag{64}$$

Dokonując aproksymacji składowej „nieodwracalnej" $P_p(s)$ procesu regulacji $P(s)$ zgodnie z przedstawionymi wariantami, uzyskujemy odpowiadające im trzy definicje regulatorów $C(s)$:

$$C_{Taylor}(s) = \frac{3s+1}{(\mu+7)s}, \tag{65}$$

$$C_{Pade_{w1}}(s) = \frac{(3s+1)(3,5s+1)}{s(3,5\mu s+\mu+7)}, \tag{66}$$

$$C_{Pade_{w2}}(s) = \frac{(3s+1)(3,5s+1)}{s(\mu^2 s+2\mu+3,5)}. \tag{67}$$

Na rys. 5 pokazano przebiegi czasowe odpowiedzi powstałych US na skokową zmianę wartości zakłócenia $d_u(t)$ oraz $d_y(t)$ dla założonych różnych prędkości dynamiki pętli $G_L(s)$ (różnych wartości μ). Przebiegi czasowe oznaczone czarną przerywaną linią obrazują graniczne, przy $\mu \ll T_o$ ($\mu \sim 0$), przebiegi odpowiedzi skokowej danego układu opisane zależnościami (49), (50), (54), (55), (61) oraz (62). Łatwo można zauważyć, że wszystkie te przebiegi silnie odbiegają od założonego charakteru dynamiki pętli $G_L(s)$ czy składowej „odwracalnej" procesu $P_m(s)$. Ponadto próba przyspieszenia dynamiki pętli w wariancie 2 aproksymacji Padégo prowadzi do niestabilnej pracy US.

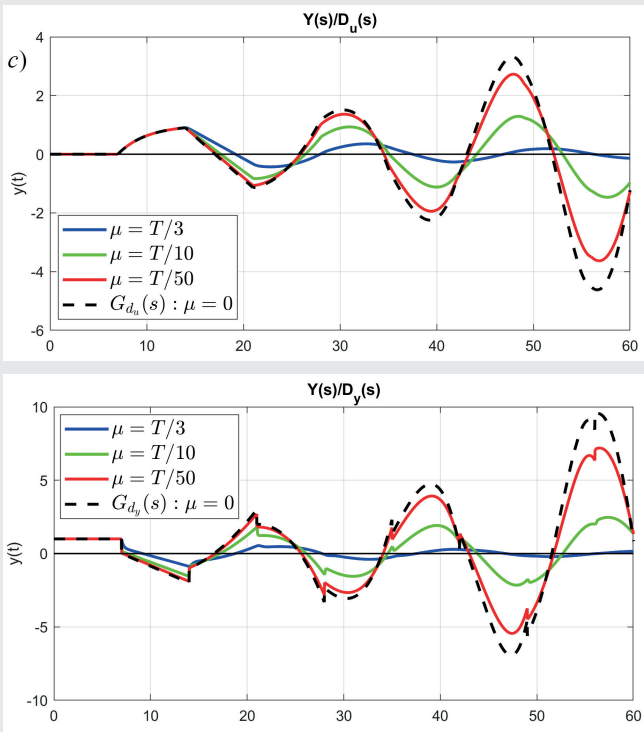
Jak zostało pokazane w powyższej analizie, aproksymacja czasu opóźnienia funkcjami wymiernymi nie przynosi oczekiwanych rezultatów. Można jedynie pokazać, jak w [21], że w przypadku syntezy US, którego dynamika pętli $G_L(s)$ jest względnie powolna ($\mu \geqslant T_o$) charakterystyki odpowiedzi czasowej US zbliżone są do charakterystyk dynamik $G_{d_u}(s)$ (14) i $G_{d_y}(s)$ (15). Jednak w takim przypadku można także pokazać, że dla powolnej dynamiki pętli US niemal dowolna aproksymacja czasu opóźnienia T_o będzie działała poprawnie. Z drugiej strony odrzucenie warunku (17) odbywa się kosztem jakości działania projektowanego UR.

4.3.4. Regulator ze sprzężeniem korekcyjnym

Jednym z problemów syntezy US procesem z opóźnieniem jest fakt, że informacja o zmianie sygnału wyjściowego dociera do regulatora $C(s)$ z opóźnieniem o czas T_o. Idea korekcji wynika więc z próby „przyspieszenia" odpowiedzi procesu z opóźnieniem, tak aby do węzła, w którym odbywa się porównanie z wartością referencyjną $r(t)$, podawać sygnał wyjściowy z obiektu $y(t)$ bez opóźnienia. Ideę tę, związaną z procesem predykcji sygnału wyjściowego, obrazuje schemat blokowy UR pokazany na rys. 6a.

Uwzględniając faktoryzację procesu $P(s)$ (44) schemat zastępczy US z korekcją można przedstawić jak na rys. 6b. W wariancie takim synteza regulatora $C(s)$ uwzględnia jedynie część „odwracalną" procesu $P_m(s)$:

$$C(s) = \frac{G_L(s)}{P_m(s)\left(1-G_L(s)\right)}. \tag{68}$$



Jednak zwykle w procesach rzeczywistych nie ma możliwości fizycznego odseparowania części dynamicznej procesu regulacji od czasu opóźnienia. Można jednak zmodyfikować powyższą strukturę US do postaci pokazanej na rys. 6c, wykorzystując schemat regulacji zbliżony do struktury regulacji z modelem wewnętrznym IMC (ang. *Internal Model Control*) [1–3, 11, 22, 23, 25, 29, 33]. Struktura ta po prostych przekształceniach może zostać sprowadzona do układu o postaci jak na rys. 6d, w której regulator $C(s)$ objęty jest sprzężeniem korekcyjnym uwzględniającym model procesu wraz z opóźnieniem. Struktura ta znana jest jako postać regulatora $C^*(s)$ z predyktorem Smitha [1, 4, 23, 30] i określona jest zależnością:

$$C^*(s) = \frac{C(s)}{1 + P_m(s)C(s)\left(1 - e^{-sT_o}\right)}. \tag{69}$$

Dla regulatora $C(s)$ zdefiniowanego jak w (68), wraz ze sprzężeniem korekcyjnym, dynamika pętli $G_L(s)$ projektowanego US, zgodnie z (25), przyjmuje postać:

$$\frac{C^*(s)P(s)}{1 + C^*(s)P(s)} = G_L(s)e^{-sT_o}. \tag{70}$$

Odpowiednio dynamiki zakłóceniowe $G_{d_u}(s)$ oraz $G_{d_y}(s)$ opisane są poniższymi funkcjami operatorowymi:

$$\begin{aligned} G_{d_u}(s) &= \left(1 - G_L(s)e^{-sT_o}\right)P(s) \\ &\overset{\mu<1}{\simeq} (n\mu + 1 - e^{-sT_o})P(s)G_L(s) \\ &\overset{\mu\sim 0}{\simeq} (1 - e^{-sT_o})P(s) \\ &= (e^{-sT_o} - e^{-s2T_o})P_m(s), \end{aligned} \tag{71}$$

$$\begin{aligned} G_{d_y}(s) &= 1 - G_L(s)e^{-sT_o} \\ &\overset{\mu<1}{\simeq} (n\mu + 1 - e^{-sT_o})G_L(s) \\ &\overset{\mu\sim 0}{\simeq} 1 - e^{-sT_o}. \end{aligned} \tag{72}$$

Przykład 4

Rozpatrzmy wariant US dla procesu z opóźnieniem danym transmitancją:

$$P_4(s) = \frac{9}{9s^2 + 6s + 5}e^{-5s}, \tag{73}$$

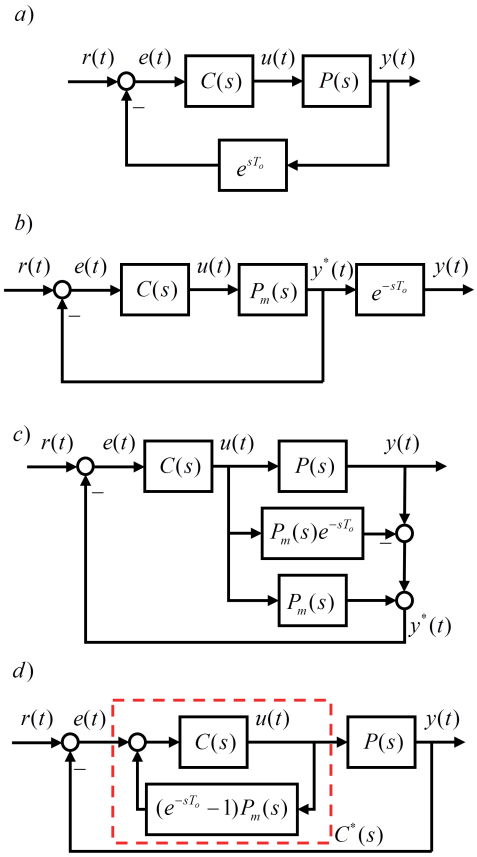
dla którego założymy, że referencyjna dynamika pętli $G_{L4}(s)$, spełniająca warunki (16), (17) oraz (23) określona jest transmitancją:

$$G_{L4}(s) = \frac{1}{(\mu s + 1)^2}. \tag{74}$$

W rezultacie, wykorzystując zależność (24), w analizowanym przykładzie regulator $C(s)$ przyjmuje postać:

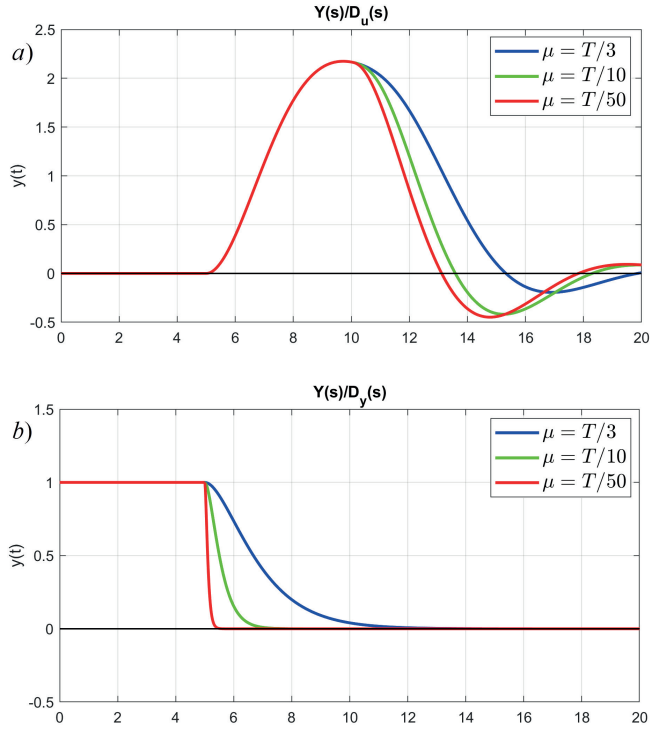
$$C_4(s) = \frac{9s^2 + 6s + 5}{9\mu s(\mu s + 2)}. \tag{75}$$

Przebiegi czasowe reakcji powstałego US na skokowe zakłócenie $d_u(t)$ oraz $d_y(t)$ pokazane zostały na rys. 7.



Rys. 6. Schematy blokowe US procesem *P*(*s*) z opóźnieniem T_o: a) schemat ideowy predykcji sygnału wyjściowego, b) schemat blokowy postaci równoważnej schematowi ideowemu, w którym nie występuje opóźnienie w przesyle sygnału wyjściowego układu, c) rozwinięty schemat blokowy wykorzystujący strukturę podobną do IMC bez opóźnienia sygnału wyjściowego, d) przekształcona postać struktury IMC do wariantu regulatora z korektorem Smitha

Fig. 6. Block diagrams of the process control system *P*(*s*) with a time delay T_o: (a) an idealized diagram of the output signal prediction, (b) a block diagram of the form equivalent to the idealized diagram in which there is no delay in the transmission of the output signal of the system, (c) a developed block diagram using an IMC-like structure without output signal delay, (d) a transformed form of the IMC structure to a variant of the controller with a Smith correction



Rys. 7. Przebiegi czasowe odpowiedzi US, o strukturze FB, obiektem $P_4(s)$ z opóźnieniem: a) na skokową zmianę zakłócenia $d_u(t)$, b) zakłócenia $d_y(t)$

Fig. 7. Simulation of the time responses of the control system, with FB structure, of the object $P_4(s)$ with a delay: (a) to a step change in the disturbance $d_u(t)$, (b) to the disturbance $d_y(t)$

4.4. Proces niestabilny

Szczególnym przypadkiem przedstawionych wcześniej wariantów modeli procesów jest grupa niestabilnych obiektów regulacji. W odróżnieniu od US o strukturze otwartej w US o strukturze zamkniętej istnieje możliwość syntezy gwarantującej stabilną pracę układu. Załóżmy, podobnie jak w przypadkach wcześniejszych, że model procesu $P(s)$ można zdekomponować na składową „odwracalną" $P_m(s)$ oraz „nieodwracalną" $P_p(s)$. Dodatkowo, dla procesów niestabilnych, w części „odwracalnej" $P_m(s)$ zachodzi:

$$P_m(s) = \frac{P^*(s)}{\prod_{i=1}^{\kappa}(s - s_i^*)}, \quad \Re\{s_i^*\} > 0 : i = 1,\ldots,\kappa \le n_P, \tag{76}$$

gdzie n_P oraz $P^*(s)$ określa odpowiednio rząd i część stabilną dynamiki $P_m(s)$.

Jednym z najprostszych sposobów spełnienia warunku 3. stabilności układu zamkniętego jest modyfikacja referencyjnej dynamiki pętli $G_L(s)$ przez wprowadzenie odpowiedniego wielomianu w jej liczniku, który będzie gwarantował spełnienie warunku (27). Jednocześnie należy pamiętać o spełnieniu wymagania opisanego zależnością (23):

$$G_L^*(s) = G_L(s)\frac{\sum_{i=1}^{\kappa}\alpha_i s^i + 1}{(\gamma s + 1)^{\kappa}}, \tag{77}$$

gdzie stała czasowa $\gamma > 0$ określa dynamikę członów „wprowadzanych" do układu w miejsce „eliminowanych", zgodnie z warunkiem 3. stabilności układu zamkniętego, biegunów niestabilnych s_i^* modelu procesu $P(s)$. Zwykle, podobnie jak dla stałej czasowej μ (17), aby zapewnić odpowiednią szybkość US zakłada się, że $\gamma \ll T$.

Uwzględniając efekt modyfikacji modelu referencyjnego (77) oraz wynik wcześniejszej analizy dotyczącej dynamiki $G_L(s)$ projektowanego US (25), można warunek stabilności (27) zapisać następująco:

$$G_L(s_i^*)P_p(s_i^*) = 1 : i = 1,\ldots,\kappa. \tag{78}$$

Dla κ niestabilnych biegunów s_i^* procesu $P(s)$, uzyskany w ten sposób układ równań (78), umożliwia wyznaczenie wartości współczynników α_i wielomianu modyfikującego dynamikę referencyjną US (77). Definiując struktury macierzowe:

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_\kappa \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} s_1^* & s_1^{*2} & \ldots & s_1^{*\kappa} \\ s_2^* & s_2^{*2} & \ldots & s_2^{*\kappa} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_\kappa^* & s_\kappa^{*2} & \ldots & s_\kappa^{*\kappa} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_\kappa \end{bmatrix}, \tag{79}$$

dla których elementy wektora $\boldsymbol{b}$ opisuje zależność:

$$b_i = \frac{(\gamma s_i^* + 1)^{\kappa}}{G_L(s_i^*)P_p(s_i^*)} - 1 : i = 1,\ldots,\kappa, \tag{80}$$

współczynniki α_i wielomianu dynamiki (77) (elementy wektora $\boldsymbol{\alpha}$) można wyznaczyć z równania:

$$\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{S}^{-1}\boldsymbol{b}. \tag{81}$$

Uwzględniając powyższe modyfikacje, wynikające z warunku 3. stabilności US, można definicję regulatora $C(s)$ wyrazić zależnością:

$$C(s) = \frac{G_L^*(s)}{P_m(s)\left(1 - G_L^*(s)P_p(s)\right)}. \tag{82}$$

4.4.1. Proces niestabilny, minimalnofazowy bez opóźnienia

Dla US o strukturze FB z niestabilnym procesem określonym modelem $P(s)$:

$$P(s) = \frac{P^*(s)}{\prod_{i=1}^{\kappa}(s - s_i^*)}, \tag{83}$$

definiując dynamikę pętli $G_L(s)$ (18), zgodnie ze zdefiniowanymi warunkami (16), (17), (23) oraz modyfikacją (77) uwzględniającą niestabilne bieguny s_i^*, regulator $C(s)$ opisany jest zależnością (82).

Odpowiednio dynamiki $G_{d_u}(s)$ oraz $G_{d_y}(s)$ określające składowe wyjścia US w reakcji na zakłócenie opisane są transmitancjami:

$$\begin{aligned} G_{d_u}(s) &= \left(1 - G_L^*(s)\right)P(s) \\ &\overset{\mu<1}{\simeq} \frac{n\mu\gamma^{\kappa}s\prod_{i=1}^{\kappa}(s - s_i^*)}{(\gamma s + 1)^{\kappa}}G_L(s)P(s) \\ &\overset{\mu\sim 0}{\simeq} \frac{n\mu\gamma^{\kappa}s}{(\gamma s + 1)^{\kappa}}P^*(s), \end{aligned} \tag{84}$$

$$G_{d_y}(s) = 1 - G_L^*(s) \overset{\mu<1}{\simeq} \frac{n\mu\gamma^\kappa s\prod_{i=1}^{\kappa}(s-s_i^*)}{(\gamma s+1)^\kappa} G_L(s) \overset{\mu\sim 0}{\simeq} \frac{n\mu\gamma^\kappa s\prod_{i=1}^{\kappa}(s-s_i^*)}{(\gamma s+1)^\kappa}. \tag{85}$$

4.4.2. Proces niestabilny, nieminimalnofazowy bez opóźnienia

Proces syntezy US procesem niestabilnym i nieminimalnofazowym o transmitancji operatorowej:

$$P(s) = \frac{P^*(s)(1-\beta s)}{\prod_{i=1}^{\kappa}(s-s_i^*)}, \quad \beta > 0, \tag{86}$$

dla zdefiniowanej dynamiki pętli $G_L(s)$ (18) i odpowiadającej mu transmitancji regulatora $C(s)$ (82) pozwala określić dynamiki składowych wyjścia układu $y(t)$ od zakłócenia $d(t)$. Odpowiednio dla zakłócenia $d_u(t)$ oraz $d_y(t)$ transmitancje te opisane są funkcjami:

$$G_{d_u}(s) = \left(1 - G_L^*(s)\right)(1-\beta s)P(s) \overset{\mu<1}{\simeq} \frac{(n\mu+\beta)(\gamma+\beta)^\kappa s\prod_{i=1}^{\kappa}(s-s_i^*)}{\prod_{i=1}^{\kappa}(1-\beta s_i^*)(\gamma s+1)^\kappa} G_L(s)P(s) \overset{\mu\sim 0}{\simeq} \frac{\beta(\gamma+\beta)^\kappa s(1-\beta s)}{\prod_{i=1}^{\kappa}(1-\beta s_i^*)(\gamma s+1)^\kappa} P^*(s), \tag{87}$$

$$G_{d_y}(s) = 1 - G_L^*(s)(1-\beta s) \overset{\mu<1}{\simeq} \frac{(n\mu+\beta)(\gamma+\beta)^\kappa s\prod_{i=1}^{\kappa}(s-s_i^*)}{\prod_{i=1}^{\kappa}(1-\beta s_i^*)(\gamma s+1)^\kappa} G_L(s) \overset{\mu\sim 0}{\simeq} \frac{\beta(\gamma+\beta)^\kappa s\prod_{i=1}^{\kappa}(s-s_i^*)}{\prod_{i=1}^{\kappa}(1-\beta s_i^*)(\gamma s+1)^\kappa}. \tag{88}$$

4.4.3. Proces niestabilny, minimalnofazowy z opóźnieniem

W procesie syntezy US procesem $P(s)$ niestabilnym z opóźnieniem T_o rozpatrzmy dynamikę z jednym biegunem niestabilnym ($\kappa = 1$):

$$P(s) = \frac{P^*(s)e^{-sT_o}}{(s-s^*)}, \quad T_o > 0. \tag{89}$$

Dla tak postawionego problemu syntezy dynamikę pętli $G_L^*(s)$ US, zgodnie z (18), (77) oraz (16), (17) i (27) definiuje transmitancja:

$$G_L^*(s) = \frac{\alpha_1 s + 1}{(\mu s+1)^n(\gamma s+1)}, \tag{90}$$

dla której współczynnik α_1, zgodnie z (81), opisany jest zależnością:

$$\alpha_1 = \frac{(\mu s^*+1)^n(\gamma s^*+1) - e^{-s^*T_o}}{s^* e^{-s^*T_o}}. \tag{91}$$

Odpowiednio dynamiki $G_{d_u}(s)$ oraz $G_{d_y}(s)$ określające składowe wyjścia US w reakcji na zakłócenie opisane są funkcjami przejścia:

$$\begin{aligned} G_{d_u}(s) &= \left(1 - G_L^*(s)e^{-sT_o}\right)P(s) \\ &\overset{\mu\sim 0}{\simeq} \frac{(\gamma s+1)e^{-s^*T_o} - (\gamma s^*+1)e^{-sT_o}}{e^{-s^*T_o}(\gamma s+1)} P_m(s)e^{-sT_o} \\ &+ \frac{\left(e^{-s^*T_o} - (\gamma s+1)\right)e^{-sT_o}}{s^* e^{-s^*T_o}(\gamma s+1)} P^*(s)e^{-sT_o} \\ &= \left(e^{-sT_o} - \frac{s(\gamma s+1)e^{-s^*T_o} - (s-s^*)}{s^*(\gamma s+1)} e^{-s2T_o}\right) P_m(s), \end{aligned} \tag{92}$$

$$G_{d_y}(s) = 1 - G_L^*(s)e^{-sT_o} \overset{\mu\sim 0}{\simeq} 1 - \frac{s(\gamma s+1)e^{-s^*T_o} - (s-s^*)}{s^*(\gamma s+1)} e^{-sT_o}. \tag{93}$$

Przykład 5

Dla wariantów niestabilnych obiektów regulacji przedstawionych w 4.4.1–4.4.3 rozpatrzmy przykład syntezy US procesem $P(s)$ opisanym transmitancją:

$$P_5(s) = \frac{3}{(3s+1)(s-2)} P_p(s), \tag{94}$$

dla której składowa „nieodwracalna" $P_p(s)$ określa warianty modelu procesu:
1) $P_p(s) = 1$ proces minimalnofazowy bez opóźnienia,
2) $P_p(s) = (1 - s)$ proces nieminimalnofazowy ($\beta = 1$),
3) $P_p(s) = e^{-2s}$ proces z czasem opóźnienia ($T_o = 2$).

Dla tak zdefiniowanego procesu regulacji założymy, że referencyjna dynamika projektowanej pętli, spełniająca warunki (16), (17) oraz (23) określona jest transmitancją:

$$G_{L5}(s) = \frac{1}{(\mu s+1)^2}. \tag{95}$$

Model procesu regulacji $P_5(s)$ ma jeden niestabilny biegun $s_1^* = 2$. Zgodnie z pokazaną wcześniej procedurą wymagana jest zatem korekta modelu referencyjnego $G_{L5}(s)$ (95):

$$G_{L5}^*(s) = \frac{\alpha_1 s + 1}{(\mu s+1)^2(\gamma s+1)}. \tag{96}$$

Wartości współczynnika α_1, dla $\gamma = 1$, można wyznaczyć z warunku (78):

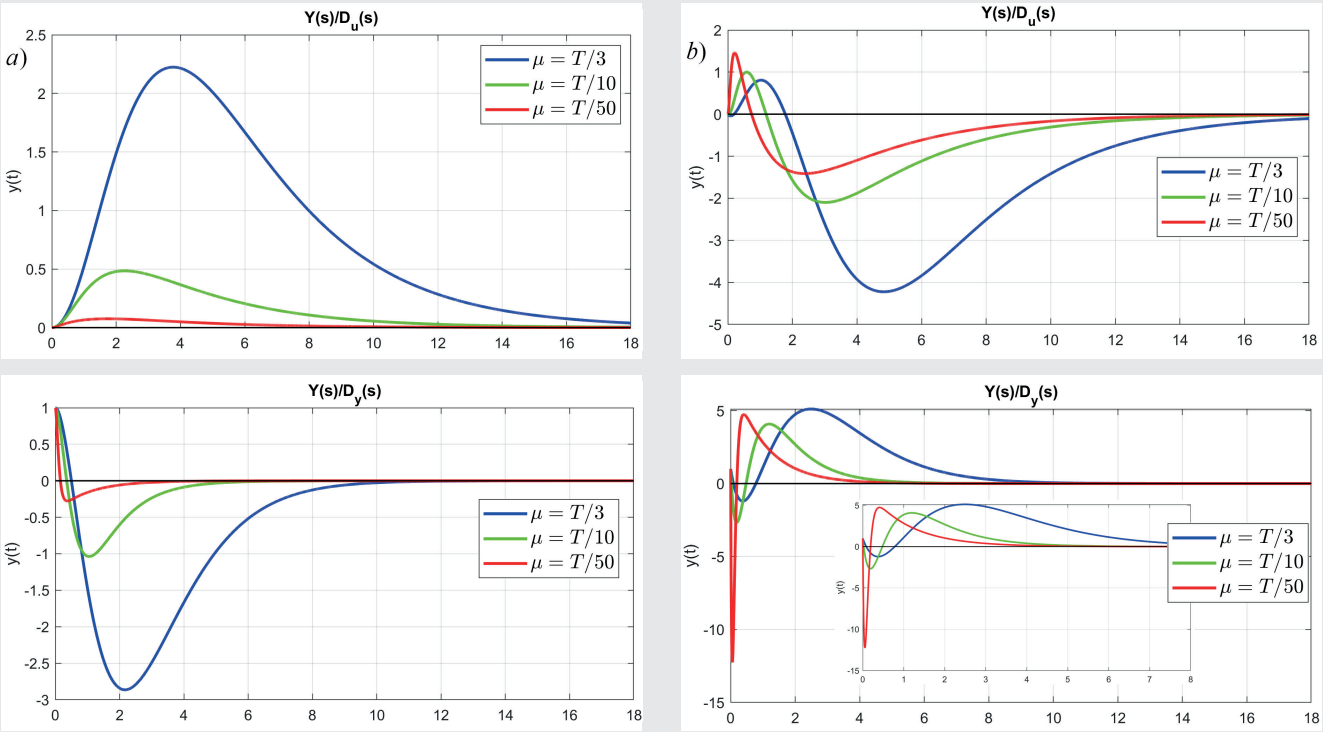
$$\alpha_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{G_{L5}(2)P_p(2)} - 1\right). \tag{97}$$

Dla tak określonego problemu syntezy US, zgodnie z (82), dla wariantu 1) oraz 3) modelu procesu regulator przyjmuje postać $C_{5/1.3}(s)$ (gdzie dla modelu z opóźnieniem jest to regulator podstawowy docelowo objęty sprzężeniem korekcyjnym – rys. 6d). Natomiast w wariancie 2) (proces nieminimalnofazowy) regulator przyjmuje postać $C_{5/2}(s)$:

$$C_{5/1.3}(s) = \frac{(3s+1)(s-2)(\alpha_1 s+1)}{3s\left(\mu^2 s^2 + (2\mu+\mu^2)s + 2\mu - \alpha_1 + 1\right)}, \tag{98}$$

$$C_{5/2}(s) = \frac{(3s+1)(s-2)(\alpha_1 s+1)}{3s\left(\mu^2 s^2 + (2\mu+\mu^2+\alpha_1)s + 2\mu - \alpha_1 + 2\right)}. \tag{99}$$

Zachowanie powstałych US na skokową zmianę zakłócenia $d_u(t)$ oraz $d_y(t)$ pokazane zostały na rys. 8.



Rys. 8. Przebiegi czasowe odpowiedzi US, o strukturze FB, niestabilnym obiektem $P_5(s)$ na skokową zmianę zakłócenia $d_u(t)$ oraz $d_y(t)$: a) w wariancie procesu bez składowej „nieodwracalnej", b) w wariancie nieminimalnofazowym, c) w wariancie z czasem opóźnienia T_o

Fig. 8. Simulation of the control systems time responses, with FB structure, of an unstable object $P_5(s)$ to a step change in the disturbance $d_u(t)$ and $d_y(t)$: (a) in a process variant without an "irreversible" component, (b) in a non-minimum phase variant, (c) in a variant with a time delay T_o

5. Przyspieszenie tłumienia zakłóceń $d_u(t)$

Przedstawiony mechanizm syntezy regulatora $C(s)$ struktury FB gwarantuje, że zarówno wpływ skokowego zmieniającego się zakłócenia $d_u(t)$, jak i $d_y(t)$ jest całkowicie tłumiony. Reakcja układu na zakłócenie $d_y(t)$, pojawiające się na wyjściu układu regulacji, zależy jedynie od części „nieodwracalnej" procesu oraz projektowanej dynamiki pętli (25) i teoretycznie może być bardzo szybka (małe wartości μ). Warto też zauważyć, że w przypadku zakłócenia $d_u(t)$ zwiększanie prędkości dynamiki pętli $G_L(s)$ i w konsekwencji reakcji US jest w swoisty sposób ograniczone przez dynamikę procesu regulacji. Sygnalizuje to już zależność (14) i potwierdzają, dla poszczególnych wariantów procesu regulacji, zależności (32), (39), (71), które w sposób jawny zawierają składową „odwracalną" $P_m(s)$. Dynamika ta bezpośrednio oddziałuje na część charakterystyki czasowej po wystąpieniu maksymalnej wartości reakcji $y(t)$ na skokowe zakłócenie. Bardzo wyraźnie widać to w przykładzie 4 dla procesu z opóźnieniem (rys. 7a), w którego odpowiedzi czasowej po wystąpieniu maksimum widoczny jest oscylacyjny charakter dynamiki procesu $P_4(s)$ (dynamika pętli $G_{L4}(s)$ ma bowiem charakter aperiodyczny). Można zatem stwierdzić, że dynamika reakcji struktury FB na zakłócenie pojawiające się na wejściu procesu regulacji jest proporcjonalna do jego „odwracalnej" części:

$$G_{d_u}(s) = \left(1 - G_L(s)P_p(s)\right)P(s) \propto P_m(s). \tag{100}$$

Bardzo podobna sytuacja ma miejsce w przypadku procesów niestabilnych (zależności (84), (87), (92)). W tym przypadku jednak dynamika $G_{d_u}(s)$ jest ograniczona przez część stabilną $P^*(s)$ dynamiki $P_m(s)$. Można zatem powiedzieć, że proces syntezy regulatora $C(s)$ pokazany w wariancie niestabilnych modeli procesu regulacji $P(s)$ polega na takiej modyfikacji założonej dynamiki pętli $G_L(s)$ (77), która powoduje swoistego rodzaju „wymianę" niestabilnych modów procesu $(s - s_i^*)$ i „wprowadzenie" w ich miejsce modów stabilnych $(\gamma s + 1)$.

Bazując na powyższej obserwacji, można mechanizm pokazany dla procesów regulacji w wariancie niestabilnym rozszerzyć na dynamiki „powolne" (o względnie dużej stałej czasowej) wchodzące w skład modelu procesu $P(s)$. Załóżmy zatem, że część odwracalna modelu procesu $P_m(s)$ może zostać dodatkowo podzielona na dynamikę „szybką" $\tilde{P}(s)$ oraz „powolną" $\overline{P}(s)$, dla których zachodzi następująca właściwość:

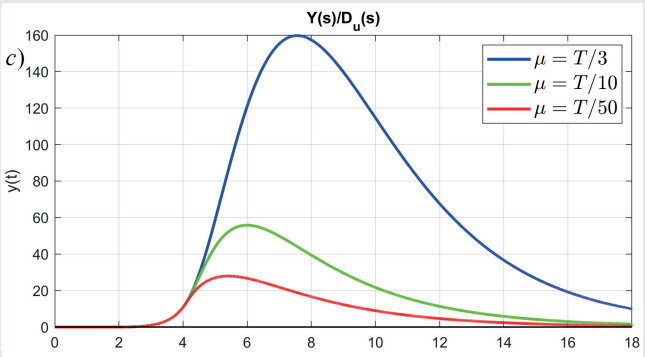
$$P_m(s) = \frac{L(s)}{\prod_{k=1}^{n_P}(s - s_k)} = \tilde{P}(s)\overline{P}(s):$$

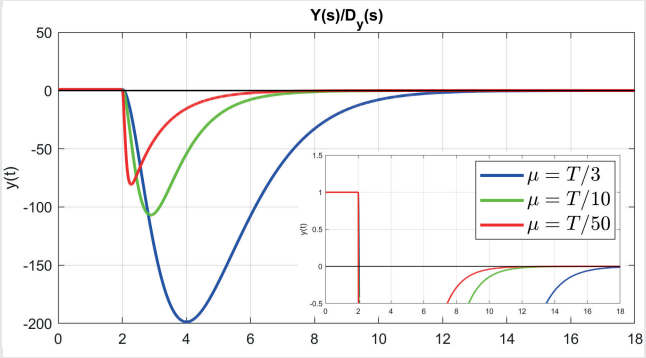
$$\tilde{P}(s) = \frac{L(s)}{\prod_{j=1}^{r}(s - \tilde{s}_j)} : \Re\{\tilde{s}_j\} < 0, \tag{101}$$

$$\overline{P}(s) = \frac{1}{\prod_{i=1}^{\kappa}(s - \overline{s}_i)} : \Re\{\tilde{s}_j\} < \Re\{\overline{s}_i\},$$

gdzie $L(s)$ jest wielomianem licznika dynamiki $P_m(s)$, natomiast $\tilde{s}_j$ oraz $\overline{s}_i$ to odpowiednio „szybkie" oraz „powolne" bieguny modelu procesu. Zachodzi również $n_P = r + \kappa$. Warto zauważyć, że w szczególności dla pewnych biegunów „powolnych" może zachodzić równość: $\overline{s}_i = s_i^*$, $(\Re\{s_i^*\} > 0)$ (bieguny niestabilne zaliczane są do zbioru biegunów „powolnych" negatywnie wpływających na zachowanie US).

Dla tak postawionego problemu proces syntezy US o strukturze FB, uwzględniającym wpływ dynamiki procesu na prędkość tłumienia zakłóceń, może być przeprowadzony w sposób bliźniaczy do procesu projektowania regulatora $C(s)$ dla obiektów niestabilnych. W tym celu, podobnie jak w (77), należy tak zmodyfikować zakładaną dynamikę pętli $G_L(s)$, aby wyra-





żenie $(1 - G_L(s))$ miało zera, tam gdzie proces regulacji ma „powolne" bieguny $\bar{s}_i$:

$$G_L^*(s) = G_L(s)\frac{\sum_{i=1}^{\kappa}\alpha_i s^i + 1}{(\gamma s+1)^{\kappa}} : \frac{-1}{\gamma} < \Re\{\bar{s}_i\}, \tag{102}$$

oraz dodatkowo $\gamma > 0$.

Uwzględniając powyższy efekt modyfikacji modelu referencyjnego $G_L(s)$, podobnie jak dla warunku stabilności (78), można zapisać warunek gwarantujący „wymianę powolnego" bieguna $\bar{s}_i$:

$$G_L^*(\bar{s}_i)P_p(\bar{s}_i) = 1 : i = 1,\ldots,\kappa. \tag{103}$$

Definiując struktury macierzowe, podobnie jak w przypadku procesu stabilizującego projektowaną strukturę FB (79):

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \vdots\\ \alpha_\kappa\end{bmatrix}, \quad \bar{\boldsymbol{S}} = \begin{bmatrix}\bar{s}_1 & \bar{s}_1^2 & \ldots & \bar{s}_1^\kappa\\ \bar{s}_2 & \bar{s}_2^2 & \ldots & \bar{s}_2^\kappa\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \bar{s}_\kappa & \bar{s}_\kappa^2 & \ldots & \bar{s}_\kappa^\kappa\end{bmatrix}, \quad \bar{\boldsymbol{b}} = \begin{bmatrix}\bar{b}_1\\ \bar{b}_2\\ \vdots\\ \bar{b}_\kappa\end{bmatrix} \tag{104}$$

dla elementów wektora $\bar{\boldsymbol{b}}$ określonych zależnością:

$$\bar{b}_i = \frac{(\gamma\bar{s}_i+1)^{\kappa}}{G_L(\bar{s}_i)P_p(\bar{s}_i)} - 1 : i = 1,\ldots,\kappa, \tag{105}$$

współczynniki α_i wielomianu dynamiki (102) można wyznaczyć z równania:

$$\boldsymbol{\alpha} = \bar{\boldsymbol{S}}^{-1}\bar{\boldsymbol{b}}. \tag{106}$$

5.1. Proces minimalnofazowy bez opóźnienia

W pierwszym przykładzie rozważmy syntezę pętli z mechanizmem przyspieszenia jej dynamiki dla procesu regulacji o charakterze minimalnofazowym bez opóźnienia $(P_p(s) = 1)$. W przypadku syntezy struktury pętlowej FB o dynamice pętli $G_L^*(s)$ (102), w której proces $P(s)$ ma „powolne" lub niestabilne bieguny oraz przy założeniu, że składowa podstawowa dynamiki $G_L(s)$ (18) jest odpowiednio szybka $(\mu \sim 0)$, prezentowany mechanizm pozwala zdefiniować dynamikę zakłóceniową $G_{d_u}(s)$ struktury FB:

$$G_{d_u}(s) = \left(1 - G_L^*(s)\right)P(s) \overset{\mu\sim 0}{\simeq} \frac{n\mu\gamma^{\kappa}s}{(\gamma s+1)^{\kappa}}\tilde{P}(s). \tag{107}$$

Wyraźnie można zauważyć, że inaczej niż w przypadkach wcześniejszych, dynamika reakcji pętli na zakłocenie $d_u(t)$ jest „ograniczona" jedynie przez „szybką" część dynamiki procesu $\tilde{P}(s)$.

5.2. Proces nieminimalnofazowy bez opóźnienia

Podobnie, przeprowadzając proces syntezy pętli uwzględniający mechanizm przyspieszenia reakcji na zakłócenie, dla procesów nieminimalnofazowych $(P_p(s) = 1 - \beta s)$ pozwala opisać dynamikę zakłóceniową $G_{d_u}(s)$ zależnością:

$$\begin{aligned} G_{d_u}(s) &= \left(1 - G_L^*(s)(1-\beta s)\right)P(s)\\ &\overset{\mu\sim 0}{\simeq} \frac{\beta(\gamma+\beta)^{\kappa}s(1-\beta s)}{\prod_{i=1}^{\kappa}(1-\beta\bar{s}_i)(\gamma s+1)^{\kappa}}\tilde{P}(s). \end{aligned} \tag{108}$$

Także w tym przypadku dynamika jest ograniczona jedynie przez wpływ członu nieminimalnofazowego oraz „szybką" część dynamiki procesu $\tilde{P}(s)$.

5.3. Proces minimalnofazowy z opóźnieniem

W przypadku modelu procesu regulacji z opóźnieniem $(P_p(s) = e^{-sT_o})$, w wariancie $\kappa = 1$, procedura syntezy pętli FB z szybkim tłumieniem zakłócenia $d_u(t)$ prowadzi do dynamiki zakłóceniowej $G_{d_u}(s)$ opisanej transmitancją:

$$\begin{aligned} G_{d_u}(s) &= \left(1 - G_L^*(s)e^{-sT_o}\right)P(s)\\ &\overset{\mu\sim 0}{\simeq} \frac{(\gamma s+1)e^{-\bar{s}T_o} - (\gamma\bar{s}+1)e^{-sT_o}}{e^{-\bar{s}T_o}(\gamma s+1)}P_m(s)e^{-sT_o}\\ &+ \frac{\left(e^{-\bar{s}T_o} - (\gamma s+1)\right)e^{-sT_o}}{\bar{s}e^{-\bar{s}T_o}(\gamma s+1)}\tilde{P}(s)e^{-sT_o}. \end{aligned} \tag{109}$$

W tym wariancie jeszcze wyraźniej widać, że składowa charakterystyki czasowej reakcji US, po czasie wystąpienia ekstremum w chwili $t = 2T_o$, ograniczona jest przez „szybką" składową procesu regulacji $\tilde{P}(s)$.

Przykład 6

Rozpatrzmy warianty procesu syntezy struktury pętlowej FB, dla modeli procesów z przykładów 1, 2 oraz 4, w których uwzględniono mechanizm przyspieszenia procesu reakcji US na skokowe zakłócenie $d_u(t)$ względem dynamiki „odwracalnej" $P_m(s)$ analizowanych modeli procesu.

W przypadku procesu (34) z przykładu 1 proces przyspieszenia ma na celu "eliminację" stałej czasowej $T = 3$ i „zamianę" jej na dynamikę szybszą o stałej czasowej $\gamma = 1$:

$$P_1(s) = \frac{2}{3s+1} \quad \rightarrow \quad G^*_{L1}(s) = G_{L1}(s)\frac{\alpha_1 s+1}{s+1}. \tag{110}$$

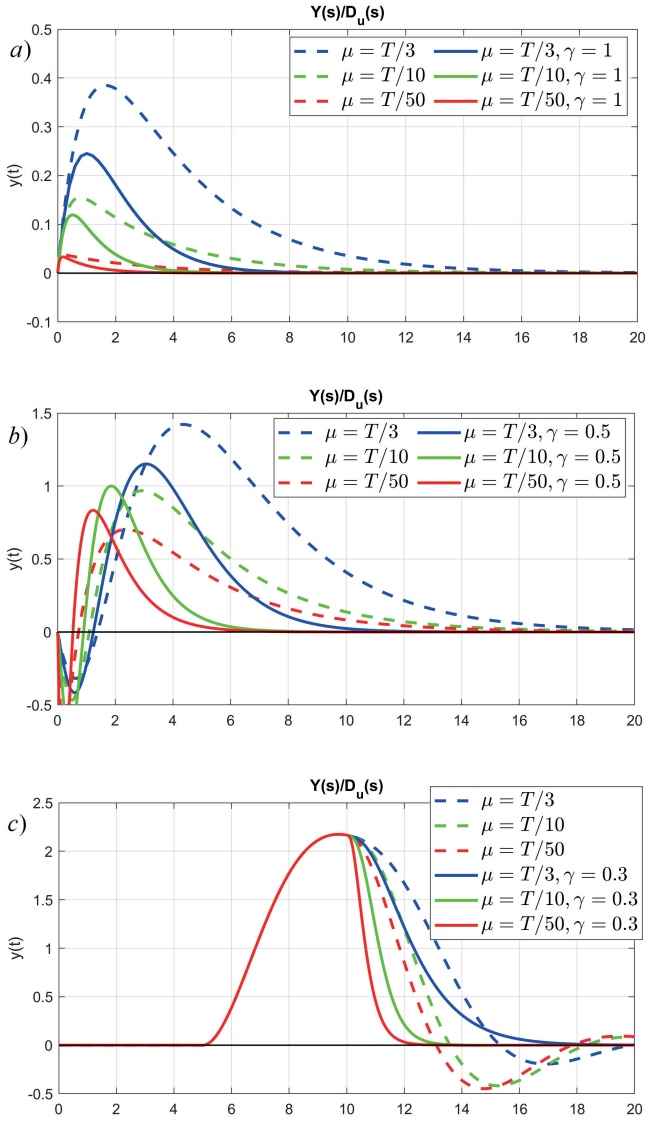
W modelu procesu (41) z przykładu 2 proces przyspieszania rekcji projektowanego US, podobnie jak wcześniej, „wymienia" dominującą, powolną stałą czasową procesu $T = 3$ i „zastępuje" ją szybszą dynamiką o stałej czasowej $\gamma = 0{,}5$:

$$P_2(s) = \frac{3(1-s)}{(3s+1)(s+1)} \quad \rightarrow \quad G^*_{L2}(s) = G_{L2}(s)\frac{\alpha_1 s+1}{0{,}5s+1}. \tag{111}$$

W przykładzie 4 model dynamiki procesu z opóźnieniem (73) ma charakter oscylacyjny. W tym przypadku wyznaczając bieguny dynamiki $P_4(s)$ można określić odpowiednik podwójnej stałej czasowej $T = -(\Re\{s_i\})^{-1} = 3$ odpowiadającej parze biegunów zespolonych. Mechanizm „przyspieszenia" reakcji pętli FB na zakłócenie $d_u(t)$ polega na „wymianie" pary biegunów procesu regulacji przez dynamiki inercyjne o stałej czasowej $\gamma = 0{,}3$:

$$P_4(s) = \frac{9e^{-5s}}{9s^2+6s+5} \quad \rightarrow \quad G^*_{L4}(s) = G_{L4}(s)\frac{\alpha_2 s^2+\alpha_1 s+1}{(0{,}3s+1)^2}. \tag{112}$$

Dla tak zdefiniowanych dynamik pętlowych $G^*_L(s)$ (110)–(112), wykorzystując zależność (106), wyznaczone zostały współczynniki α_i. W kolejnym kroku, podobnie jak dla procesów niestabilnych, wykorzystując regułę (82) wyznaczone zostały regulatory $C(s)$ gwarantujące „przyspieszenie" dynamiki struktury FB względem „powolnych" składowych procesu $P(s)$. Przebiegi sygnału wyjściowego $y(t)$ powstałych struktur pętlowych, na skokową zmianę zakłócenia $d_u(t)$, pokazane zostały na rys. 9. Zachowanie pętli pokazane zostało dla różnych wartości μ dynamiki podstawowej $G_L(s)$. Dla porównania, linią przerywaną, zamieszczone zostały przebiegi sygnału wyjściowego US przed procedurą przyspieszenia tłumienia zakłóceń jak na rys. 3a, 4a oraz 7a. W przypadku dynamiki procesu $P_4(s)$, o charakterze oscylacyjnym, przyspieszenie dynamiki $G_{d_u}(s)$ zmieniło także charakter odpowiedzi US na zakłócenie z oscylacyjnego na aperiodyczny.



Rys. 9. Przebiegi czasowe odpowiedzi US, o strukturze FB z przyspieszoną dynamiką $G_{d_u}(s)$, na skokową zmianę zakłócenia $d_u(t)$: a) dla procesu $P_1(s)$ z przykładu 1, b) dla procesu $P_2(s)$ z przykładu 2, c) dla procesu $P_4(s)$ z przykładu 4

Fig. 9. Simulation of the control systems time responses, with an FB structure with accelerated dynamics $G_{d_u}(s)$, to a step change in the disturbance $d_u(t)$: (a) for the process $P_1(s)$ of Example 1, (b) for the process $P_2(s)$ of Example 2, (c) for the process $P_4(s)$ of Example 4

6. Projektowanie regulatora dla szybkiej pętli $G_L(s)$

W prezentowanym powyżej mechanizmie syntezy struktury pętlowej FB zakładana była pożądana/docelowa dynamika pętli $G_L(s)$. Dla odpowiednio zdefiniowanej dynamiki pętli, z wykorzystaniem informacji o modelu procesu $P(s)$, wyznaczana była struktura oraz wartości nastaw regulatora $C(s)$. Często jednak w procesie syntezy struktury FB postać regulatora $C(s)$ zostaje wybrana spośród dynamik danej klasy, na przykład typu PID, a wartości jego parametrów określa wybrana metoda strojenia. Analizując prezentowany mechanizm można proces syntezy odwrócić i definiując dynamikę regulatora określić właściwości struktury FB oraz jej zdolności do tłumienia zakłóceń.

Załóżmy, jak poprzednio, że dynamika pętli $G_L(s)$ określona jest zależnością (18). Jeśli dominująca stała czasowa μ dynamiki projektowanej pętli jest wystarczająco mała (pętla jest szybka) to zgodnie z definicją regulatora $C(s)$ (24) dla szybkiej pętli FB zachodzi:

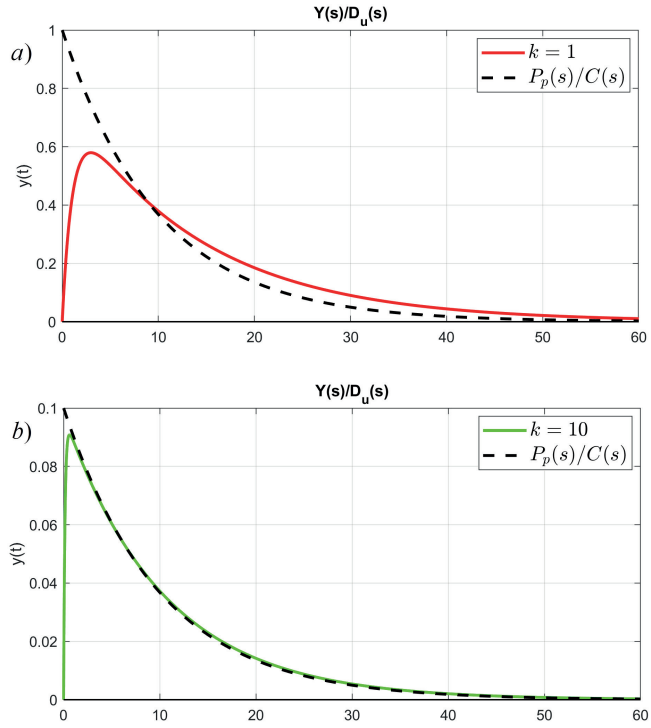
$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{1}{P_m(s)\left((\mu s+1)^n - P_p(s)\right)} \\ &\overset{\mu<1}{\simeq} \frac{1}{P_m(s)\left(n\mu s + 1 - P_p(s)\right)}. \end{aligned} \tag{113}$$

Analizując powyższą właściwość regulatora $C(s)$ dla szybkiej pętli $G_L(s)$, z uwzględnieniem różnego rodzaju klasy dynamiki procesu regulacji $P(s)$, można pokazać ciekawą właściwość dotyczącą zachowania się dynamiki zakłóceniowej $G_{d_u}(s)$ zaprojektowanego US.

6.1. Proces stabilny, minimalnofazowy bez opóźnienia

W przypadku procesu o dynamice stabilnej, minimalnofazowej bez opóźnienia ($P_p(s) = 1$) regulator (113) dla szybkiej dynamiki pętli FB można przekształcić do postaci:

$$C(s) \overset{\mu<1}{\simeq} \frac{1}{P_m(s)n\mu s} = k\frac{1}{sP_m(s)} = k\tilde{C}(s), \tag{114}$$



Rys. 10. Przebiegi czasowe odpowiedzi US obiektem $P_1(s)$, o strukturze zamkniętej, na skokową zmianę zakłócenia $d_u(t)$: a) dla „małej", b) dla „dużej" wartości wzmocnienia k regulatora $C(s)$
Fig. 10. Simulation of the control system time response of the object $P_1(s)$, with a closed-loop structure, to a step change in the disturbance $d_u(t)$: (a) for a "low" and (b) for a "high" value of the gain k of the controller $C(s)$

gdzie dynamikę $\tilde{C}(s)$ można interpretować jako swoistego rodzaju jądro regulatora, natomiast współczynnik k można interpretować jako wzmocnienie tego regulatora, dla którego zachodzi relacja:

$$k = \frac{1}{n\mu} \quad \overset{\mu \to 0}{\rightarrow} \quad k \gg 0. \tag{115}$$

Wpływ dużej wartości wzmocnienia k regulatora na właściwość dynamiczne US są powszechnie znane. Często gwarantuje ona szybką reakcję i dużą dokładność działania US. W przypadku analizy dynamiki zakłóceniowej $G_{d_u}(s)$ struktury pętlowej FB można pokazać następujący związek z dynamiką regulatora $C(s)$:

$$\begin{aligned} G_{d_u}(s) &= \frac{P(s)}{1 + C(s)P(s)} \overset{\mu<1}{\simeq} \frac{P(s)}{1 + k\tilde{C}(s)P(s)} \\ &\overset{k \gg 0}{\simeq} \frac{1}{C(s)} \overset{P_p(s)=1}{=} \frac{P_p(s)}{C(s)}. \end{aligned} \tag{116}$$

Celem weryfikacji przedstawionej właściwościowi dla US procesem o dynamice $P_1(s)$ (34) jak w przykładzie 1 zaprojektowano, z wykorzystaniem mechanizmu linii pierwiastkowych [5], jądro regulatora $\tilde{C}_1(s)$ o strukturze regulatora typu PI:

$$\tilde{C}_1(s) = \frac{s + 0{,}1}{s} \quad \rightarrow \quad C(s) = k\tilde{C}_1(s). \tag{117}$$

Wpływ wartości wzmocnienia k regulatora $C(s)$ na dynamikę reakcji wyjścia US przy skokowej zmianie zakłócenia $d_u(t)$ pokazana została na rys. 10. Czarną linią przerywaną zaznaczono przebieg graniczny (dla $k \gg 0$) reakcji wyjścia US. Wyraźnie widać, że wraz ze wzrostem wzmocnienia charakterystyka czasowa analizowanego US zmierza do przebiegu granicznego opisanego zależnością (116).

6.2. Proces stabilny, nieminimalnofazowy bez opóźnienia

Dla procesu stabilnego, bez opóźnienia ale z nieminimalnofazowym zerem ($P_p(s) = 1 - \beta s$), dla szybkiej dynamiki pętli FB, regulator można przekształcić do postaci podobnej, jak w wariancie wcześniejszym:

$$C(s) \overset{\mu<1}{\simeq} \frac{1}{P_m(s)(n\mu + \beta)s} = k\frac{1}{sP_m(s)} = k\tilde{C}(s), \tag{118}$$

gdzie współczynnik wzmocnienia k regulatora $C(s)$, dla szybkiej dynamiki pętli $G_L(s)$, cechuje właściwość:

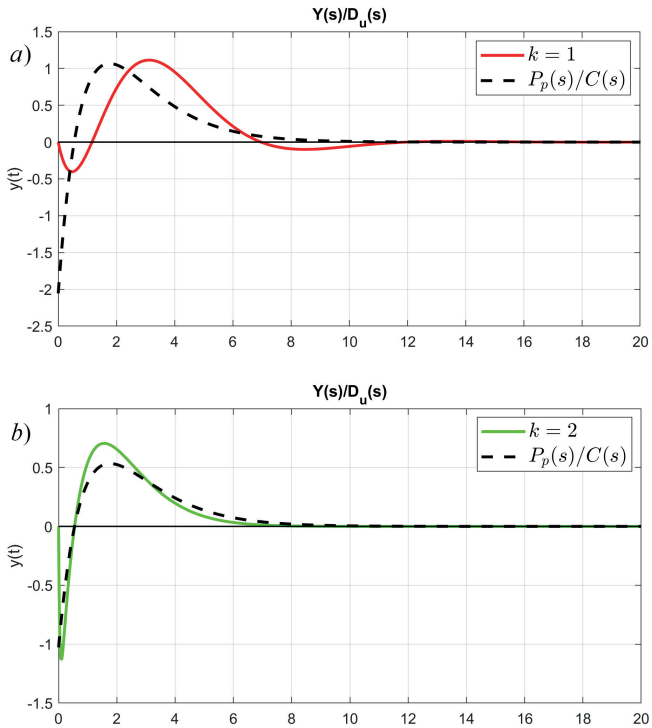
$$k = \frac{1}{n\mu + \beta} \quad \overset{\mu \to 0}{\rightarrow} \quad k \simeq \frac{1}{\beta}. \tag{119}$$

Odpowiednio dynamika zakłóceniowa $G_{d_u}(s)$, przy odpowiednio małej dominującej stałej czasowej dynamiki pętli, może zostać wyrażona przez dynamikę regulatora $C(s)$:

$$\begin{aligned} G_{d_u}(s) &= \frac{P(s)}{1 + C(s)P(s)} \overset{\mu<1}{\simeq} \frac{P(s)}{1 + k\tilde{C}(s)P(s)} \\ &\overset{k=1/\beta}{\simeq} \frac{\beta s P(s)}{\beta s + P_p(s)} = \frac{sP_m(s)P_p(s)}{k} = \frac{P_p(s)}{C(s)} \end{aligned} \tag{120}$$

Dla struktury pętlowej FB sterującej procesem nieminimalnofazowym $P_2(s)$ (41), jak w przykładzie 2, został nastrojony, z wykorzystaniem kryterium Zieglera-Nicholsa [35], regulator $\tilde{C}_2(s)$ o strukturze PID z dołączonym wzmocnieniem k:

$$\tilde{C}_2(s) = \frac{0{,}48669(s + 0{,}8219)^2}{s} \quad \rightarrow \quad C(s) = k\tilde{C}_2(s). \tag{121}$$



Rys. 11. Przebiegi czasowe odpowiedzi US nieminimalnofazowym obiektem $P_2(s)$, o strukturze zamkniętej, na skokową zmianę zakłócenia $d_u(t)$: a) dla „małej", b) dla „dużej" wartości wzmocnienia k regulatora $C(s)$
Fig. 11. Simulation of the control system time response of a non-minimum phase object $P_2(s)$, with a closed-loop structure, to a step change in the disturbance $d_u(t)$: (a) for a "low", (b) for a "high" value of the gain k of the controller $C(s)$

Podobnie jak w przypadku przykładu wcześniejszego wpływ wartości wzmocnienia k regulatora $C(s)$ na dynamikę wyjścia US przy skokowym zakłóceniu $d_u(t)$ pokazany został na rys. 11. W tym przypadku także wyraźnie widać, że wraz ze wzrostem wzmocnienia charakterystyka czasowa reakcji US zmierza do przebiegu granicznego przedstawionego linią przerywaną i opisanego zależnością (120).

6.3. Proces stabilny, minimalnofazowy z opóźnieniem

Jak zostało pokazane wcześniej dla procesów opisanych modelem dynamicznym z opóźnieniem ($P_p(s) = e^{-sT_o}$), w przypadku syntezy struktury pętlowej FB, mamy do czynienia z konstrukcją wykorzystującą korekcję predykcyjną Smitha. W konsekwencji analiza właściwości regulatora $C(s)$ (68) w przypadku syntezy US o szybkiej dynamice pętli $G_L(s)$ prowadzi do wyniku identycznego jak w przypadku procesu minimalnofazowego bez opóźnienia (114):

$$C(s) \overset{\mu<1}{\simeq} k\frac{1}{sP_m(s)} = k\tilde{C}(s), \quad k = \frac{1}{n\mu}. \tag{122}$$

Szybka dynamika pętli $G_L(s)$ skutkuje dużymi wartościami wzmocnienia k podobnie jak w (115). Natomiast regulator $C^*(s)$ uwzględniający sprzężenie korekcyjne (69), przy małej wartości dominującej stałej czasowej pętli μ, wykazuje następującą właściwość:

$$\begin{aligned} C^*(s) &= \frac{C(s)}{1+C(s)P_m(s)\left(1-e^{-sT_o}\right)} \\ &\overset{\mu<1}{\simeq} \frac{k\tilde{C}(s)}{1+k\tilde{C}(s)P_m(s)\left(1-e^{-sT_o}\right)} \\ &\overset{k\gg 0}{\simeq} \frac{1}{P_m(s)\left(1-e^{-sT_o}\right)} = \tilde{C}^*(s). \end{aligned} \tag{123}$$

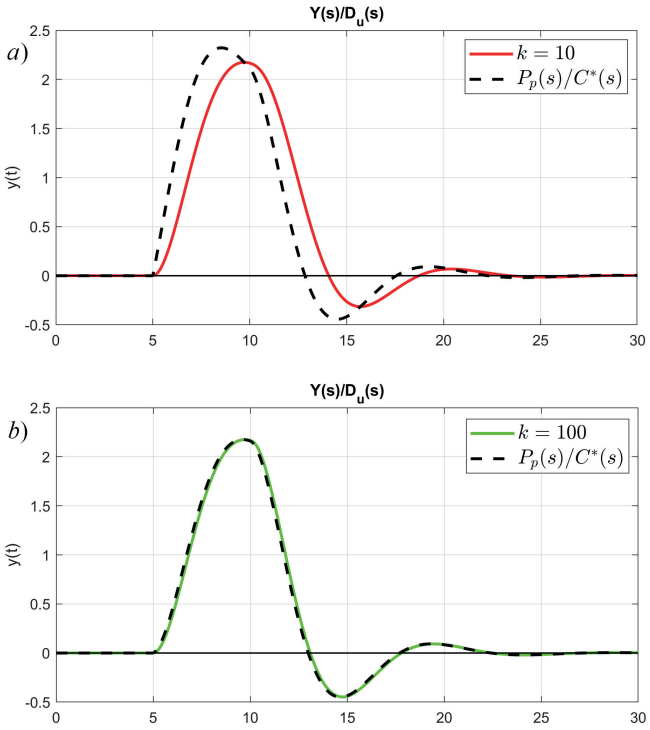
Dla tak zdefiniowanej struktury pętlowej FB dynamika zakłóceniowa $G_{d_u}(s)$ powstałego US wykazuje właściwość zbliżoną do przypadków rozważanych wcześniej (116) oraz (120):

$$\begin{aligned} G_{d_u}(s) &= \frac{P(s)}{1+C^*(s)P(s)} \\ &\overset{\mu<1}{\simeq} \frac{\left(\tilde{C}^*(s)+k\tilde{C}(s)\right)P(s)}{\tilde{C}^*(s)+k\tilde{C}(s)\left(1+\tilde{C}^*(s)P(s)\right)} \\ &\overset{k=1/\beta}{\simeq} \frac{P(s)}{1+\tilde{C}^*(s)P(s)} = \frac{P_p(s)}{C^*(s)}. \end{aligned} \tag{124}$$

Dla ilustracji właściwości dotyczących wpływu regulatora, w strukturze pętlowej FB, sterującego procesem z opóźnieniem zaprojektowany został regulator klasy PID nastrojony według kryterium Wanga [17, 31, 32]. Dla procesu z opóźnieniem określonym dynamiką $P_4(s)$ (73), jak w przykładzie 4, jądro regulatora $\tilde{C}_4(s)$ przyjmuje postać następującej funkcji przejścia:

$$\tilde{C}_4(s) = \frac{1{,}8s^2+1{,}2s+1}{18s} \quad \rightarrow \quad C(s) = k\tilde{C}_4(s). \tag{125}$$

Wpływ wzrostu wartości wzmocnienia k regulatora $C(s)$ na dynamikę wyjścia US procesem z opóźnieniem, przy skokowym zakłóceniu $d_u(t)$, pokazany został na rys. 12. Także w tym przypadku wyraźnie widać, że wzrost wzmocnienia powoduje zbliżanie się charakterystyki czasowej reakcji US do przebiegu granicznego przedstawionego linią przerywaną i opisanego zależnością (124).



Rys. 12. Przebiegi czasowe odpowiedzi US obiektem z opóźnieniem $P_4(s)$, o strukturze zamkniętej, na skokową zmianę zakłócenia $d_u(t)$: a) dla „małej", b) dla „dużej" wartości wzmocnienia k regulatora $C(s)$

Fig. 12. Simulation of the control system time response of a time delay object $P_4(s)$, with a closed-loop structure, to a step change in the disturbance $d_u(t)$: (a) for a "low", (b) for a "high" value of the gain k of the controller $C(s)$

Jak pokazuje przeprowadzona analiza oraz przykłady symulacyjne, w przypadku możliwości zastosowania dużych wzmocnień w strukturze FB dynamika określająca zdolności tłumienia zakłócenia $d_u(t)$ w głównej mierze określona jest przez dynamikę regulatora $C(s)$:

$$C(s) = k\tilde{C}(s) \quad \overset{k\gg 0}{\rightarrow} \quad G_{d_u}(s) = \frac{P(s)}{1+C(s)P(s)} \simeq \frac{P_p(s)}{C(s)}. \tag{126}$$

Przedstawione zjawisko dotyczące dużych wzmocnień ($k \gg 0$) pętli FB gwarantuje jednocześnie szybką dynamikę $G_L(s)$. Warunkiem koniecznym przedstawionego procesu jest jednak potencjalne ograniczenie dużych wartości wzmocnienia k związane z podstawowym dla US warunkiem stabilnej pracy.

Właściwość ta, zachodząca dla szerokiej klasy procesów regulacji, znana jest zwłaszcza z analizowania zjawisk związanych z teorią separowalności skal czasowych [6–8, 34]. Teoria ta jest związana z syntezą oraz analizą szybkich struktur pętlowych, dla których obserwowana jest wyraźna separowalność skali czasu dotycząca reakcji dynamiki wyjścia $Y(s)/D_u(s)$ w stosunku do dynamiki sygnału sterującego $U_c(s)/D_u(s)$.

7. Podsumowanie

Podsumowując, w pracy zaprezentowano rozważania teoretyczne dotyczące syntezy odpornego UR wykorzystującego parametryzację Y-K, pokazują równoważność „nowej" struktury MFC względem klasycznej FB-FF. Przedstawione zostały skrótowo wyniki dotyczące syntezy oraz analizy toru FF (otwartego) wraz z mechanizmem projektowania elementu sterującego (korektora) $Q(s)$. W pełni dokonano natomiast analizy proponowanego mechanizmu syntezy dla struktury FB (zamkniętej, ze sprzężeniem zwrotnym), uwzględniającego szerokie spektrum klas dyna-

mik procesów (obiektów) regulacji $P(s)$, w tym także procesów niestabilnych. Rozważania te umożliwiły pokazanie mechanizmu definicji dynamiki regulatora $C(s)$. Dodatkowo wariant niestabilnych procesów stał się podstawą do rozszerzenia rozważań na zagadnienia dotyczące zmiany reakcji US na zakłócenie $d_u(t)$ nominalnie ograniczonej dynamiką obiektu regulacji. Wszystkie te rozważania wychodziły ze wspólnego założenia, iż projektant w pierwszej fazie zakłada pożądaną dynamikę toru otwartego $G_m(s)$ oraz dynamikę pętli $G_L(s)$. Zaprezentowano również ciekawe zjawisko dotyczące wpływu dynamiki regulatora $C(s)$ struktury pętlowej, które zachodzi dla szybkich dynamik pętli $G_L(s)$. Zjawiasko to pozwala umożliwia proste oszacowanie właściwości tłumienia zakłócenia $d_u(t)$ w zależności od dynamiki $C(s)$ i w konsekwencji odwrócenie procesu syntezy umożliwiające arbitralny wybór struktury regulatora. Wszystkie rozważania dotyczące wyników analizowanych procesów syntezy zilustrowano przykładami oraz wynikami symulacyjnymi.

Na koniec warto zwrócić uwagę, że wymagania dotyczące szybkich dynamik $G_m(s)$ oraz $G_L(s)$, które gwarantują dobrą jakość regulacji, możliwe jest jedynie w przypadku, gdy dopuścimy możliwość występowania w UR wysokich wartości sygnałów sterowań $u_q(t)$ oraz $u_c(t)$. Sterowania takie, w większości przypadków, są nierealizowalne i w konsekwencji niedopuszczalne. Fakt ten narzuca dodatkowe kryterium związane z maksymalną wartością prędkości działania dynamik referencyjnych. Stanowi on jednocześnie dolne ograniczenie dotyczące wartości dominującej stałej czasowej λ oraz μ określającej ich prędkość reakcji.

Bibliografia

1. Åström K.J., Murray R.M., *Feedback Systems, An Introduction for Scientists and Engineers*, Princeton University Press, 2008.
2. Bars R., Bányász Cs., Keviczky L., *Introducing New Paradigms in Basic Control Education Using the YOULA Parameterisation*; International Conference on Engineering Education and Research, Sydney, Australia, 2016.
3. Bequette B.W., *Process Control: Modeling, Design, and Simulation*, Second Edition, Pearson, 2002.
4. Bieda R., *Kompleksowa analiza syntezy układu sterowania z modelem procesu dla obiektów nieminimalnofazowych z opóźnieniem i niestabilnych*, „Przegląd Elektrotechniczny", R. 100, Nr 9, 2024, 11–21, DOI: 10.15199/48.2024.09.02.
5. Błachuta M., Bieda R., Grygiel R., *High performance single tank level control as an example for control teaching*, 25th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED), Malta, 2017, Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1053–1058, DOI: 10.1109/MED.2017.7984257.
6. Błachuta M., Bieda R., Grygiel R., *High performance PID control design based on time-scale separation – a case study*, 2018 6th International Conference on Control Engineering & Information Technology (CEIT), Istanbul, Turkey, 2019, Institute of Electrical and Electronics Engineers, DOI: 10.1109/CEIT.2018.8751865.
7. Błachuta M., Bieda R., Grygiel R., *PID regulatory control design for a double tank system based on time-scale separation*, Intelligent information and database systems, 11th Asian Conference, ACIIDS 2019, Yogyakarta, Indonesia, April 8-11, 2019, Springer, 420–430, DOI:10.1007/978-3-030-14799-0-36.
8. Błachuta M., Bieda R., Grygiel R., *High performance control of a coupled tanks system as an example for control teaching*, 23rd International Conference on Methods & Models in Automation and Robotics (MMAR 2018), Międzyzdroje, Poland, 2018, 309–314, DOI: 10.1109/MMAR.2018.8486040.
9. Brzózka J., Szcześniak J., *Układ regulacji prędkości obrotowej typu MFC z regulatorem rozmytym*, Zeszyty Naukowe Akademii Morskiej w Szczecinie, Nr 1/73, Explo-Ship 2004, Szczecin 2004, 89–99.
10. Brzózka J., *Regulatory i układy automatyki*, PWN Mikom, 2004, ISBN: 83-7279-380-8.
11. Chen P., Zhang Y., Wang J., Azar A.T., Hameed I.A., Ibraheem I.K., Kamal N.A., Abdulmajeed F.A., *Adaptive Internal Model Control Based on Parameter Adaptation*, "Electronics", Vol. 11, No. 23, 2022, DOI: 10.3390/electronics11233842.
12. Emirsajłow Z., *Teoria układów sterowania, Część I. Układy liniowe z czasem ciągłym*, Skrypt Politechniki Szczecińskiej, Seria Tempus, Szczecin, 2000.
13. Keviczky L., Bányász C., *Some Philosophical Paradigms in Education of Modeling and Control.* "Universal Journal of Educational Research", Vol. 5, 2017, 2196–2208, DOI: 10.13189/ujer.2017.051209.
14. Mahtout I., Navas F., Milanes V., Nashashibi F., *Advances in Youla-Kucera parametrization: A Review*, "Annual Reviews in Control", Vol. 49, 2020, 81–94, DOI: 10.1016/j.arcontrol.2020.04.015.
15. Błachuta M.J, Bieda R., Grygiel R., *Time response parameters and control design for second-order nonminimum-phase systems*, "Archives of Control Sciences", Vol. 34, No. 2, 2024, 323–348, DOI: 10.24425/acs.2024.149663.
16. Mohammadzaheri M., Chen L., Behnia-Willison F., Aryan P., *A design approach for feedback-feedforward control systems*, IEEE International Conference on Control and Automation, 2009, 2266–2271, DOI: 10.1109/ICCA.2009.5410298.
17. O'Dwyer A., *Handbook of PI and PID controller tuning rules*, 3rd Edition, Imperial College Press, 2009.
18. Orsini V., *An inversion-based Feedback/Feedforward control for robust and precise payload positioning in gantry crane systems*, "Asian Journal of Control", Vol. 25, No. 3, 2022, 1715–1730, DOI: 10.1002/asjc.2811.
19. Osypiuk R., *A New Approach to Compensator Design Based on Multi-Loop Technique and Scalable Forward Model Complexity*, "Electronics", Vol. 10, No. 24, 2021, DOI: 10.3390/electronics10243049.
20. Pajchrowski T., *Adaptacyjny i odporny regulator neuronowy w dwupętlowej strukturze MFC dla napędu o zmiennych parametrach*, „Przegląd Elektrotechniczny", Vol. 90, Nr 5, 2014, 35–40, DOI: 10.12915/pe.2014.05.07.
21. Pegel S., Engell S., *Design of PID Controllers via Frequency Response Approximation*, "IFAC Proceedings Volumes", Vol. 33, No. 4, 2000, 63–68, DOI: 10.1016/S1474-6670(17)38222-8.
22. Rivera D.E., Morarl M., Skogestad S., *Internal Model Control: PID Controller Design,* "Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development", Vol. 25, No. 1, 1986, 252–265, DOI: 10.1021/i200032a041.
23. Rosołowski E., *Podstawy regulacji automatycznej*, Politechnika Wrocławska, Wrocław, 2021.
24. Saglam C.O., Baran E.A., Nergiz A.O., Sabanovic A., *Model following control with discrete time SMC for time-delayed bilateral control systems*, IEEE International Conference on Mechatronics, 2011, 997–1002, DOI: 10.1109/ICMECH.2011.5971262.
25. Skogestad S., Postlethwaite I., *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*, 2nd Edition, John Wiley & Sons, 2001.
26. Skoczowski S., *A robust control system utilizing the plant model.* (in Polish). "Pomiary Automatyka Kontrola", No. 9, 1999, 2–4.
27. Skoczowski S., *The Robust Control System With Use of Nominal Model of Controlled Plant*, "IFAC Proceedings Volumes", Vol. 33, No. 10, 2000, 911–916, DOI: 10.1016/S1474-6670(17)38656-1.

28. Skoczowski S., Domek S., *Robust Model Following Control System*, "IFAC Proceedings Volumes", Vol. 33, No. 25, 2000, 143–148, DOI: 10.1016/S1474-6670(17)39330-8.
29. Touati N., Saidi I., Soudani D., *Modified internal model control for unstable systems*, 2018 International Conference on Advanced Systems and Electric Technologies (IC ASET), Hammamet, Tunisia, 2018, 352–356, DOI: 10.1109/ASET.2018.8379881.
30. Visioli A., *Practical PID Control*, Springer-Verlag, 2006.
31. Wang X.-S., *PID controller tuning method for improving performance*, "Optics and Precision Engineering" (China), 8(4), 2000, 381–384.
32. Wang Q.-G., Lee T.-H., Fung H.-W., Bi Q., Zhang Y., *PID tuning for improved performance*, "IEEE Transactions on Control Systems Technology", Vol. 7, No. 4, 1999, 457–465, DOI: 10.1109/87.772161.
33. Wen T., Horacio J.M., Tongwen Ch., *IMC design for unstable processes with time delays*, "Journal of Process Control", Vol. 13, No. 3, 2003, 203–213, DOI: 10.1016/S0959-1524(02)00058-6.
34. Yurkevich V.D., Błachuta M., Grygiel R., Bieda R., *Model matching level control for a coupled tanks system using time-scale separation technique*, 22nd International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR 2017), 28-31 August 2017, Międzyzdroje, Poland, 2017, 537–542, DOI: 10.1109/MMAR.2017.8046885.
35. Ziegler J.G., Nichols N.B., *Optimum Settings for Automatic Controllers*. "Transactions of the ASME", Vol. 64, 1942, 759–768, DOI: 10.1115/1.4019264.

Analysis of the Synthesis of a Feedback-Feedforward Control System with a Model of Unstable, Non-minimal Phase and Time-Delay Objects

Abstract: The paper fully analyzes the proposed mechanism for synthesizing a robust control system. The equivalence, popular in recent years, of the MFC structure and the classical FB-FF structure was demonstrated. Using the example of the second structure, the process of synthesis of the control system is discussed in detail and shown, along with its impact on the nature of the obtained system. Considerations of the presented control system synthesis mechanism cover a wide spectrum of control object dynamics from classical, through non-minimum phase, time delay and unstable. All theoretical considerations are supported by simulation results of exemplary control systems. Also presented is a variant of synthesis that allows reducing the impact of the limitation of the disturbance dynamics of the control system by the dynamics of the object. As an interesting feature, a phenomenon occurring for high-speed loop structures with feedback is presented, which makes it possible to reverse the synthesis mechanism and directly take into account the influence of controllers dynamic.

Keywords: control system synthesis, Youla-Kucera parametrization, Model Following Control, FeedBack-FeedForward Control System

dr inż. Robert Bieda

robert.bieda@polsl.pl

ORCID: 0000-0001-7485-0073

Absolwent Wydziału Automatyki, Elektroniki i Informatyki Politechniki Śląskiej w Gliwicach. Uzyskał tytuł magistra inżyniera w 2002 r. oraz stopień doktora nauk technicznych w 2006 r., w dziedzinie automatyka i robotyka. Obecnie na stanowisku adiunkta w Katedrze Automatyki i Robotyki na Wydziale Automatyki, Elektroniki i Informatyki Politechniki Śląskiej. Jego zainteresowania badawcze obejmują zagadnienia związane z analizą i fuzją sygnałów, systemami sterowania, systemami klasyfikacji i podejmowania decyzji oraz sterowaniem opartym na informacji wizyjnej z zastosowaniem w bezzałogowych statkach powietrznych i interakcji człowiek-komputer.