

Wyznaczanie współczynnika przepływu kryz ISA i segmentowej

Anna Golijanek-Jędrzejczyk

Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki, ul. G. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk

Andrzej Mrowiec

Uniwersytet Kaliski, Wydział Politechniczny, Pl. Wojciecha Bogusławskiego 2, 62-800 Kalisz

Jacek Puchalski

Główny Urząd Miar, Wydział Analiz i Metrologii Ogólnej, ul. Elekoralna 2, 00-139 Warszawa

Streszczenie: W artykule określano wartość współczynnika przepływu C dla dwóch typów kryz o tym samym stosunku średnicy otworu kryzy do średnicy rurociągu 50 mm na podstawie wyników eksperymentów i symulacji numerycznych. Zaproponowano również równania pozwalające w sposób inżynierski wyznaczyć wartość tego współczynnika (z dokładnością nieprzekraczającą 1,5 %) w zakresie liczb Reynoldsa od 10 000 do 20 000.

Słowa kluczowe: ciecz, szacowanie, przepływ, kryza

1. Wprowadzenie

Mimo dynamicznego rozwoju różnorodnych rozwiązań w dziedzinie przepływomierzy, kryzy pomiarowe wciąż znajdują bardzo szerokie zastosowanie w układach pomiarowych. Ich popularność wynika przede wszystkim z dużej niezawodności działania, prostej budowy, długiego okresu eksploatacji, a co za tym idzie – niskich kosztów użytkowania. Dodatkowym atutem jest możliwość pracy w szerokim zakresie ciśnień statycznych oraz wartości temperatury mierzonego medium [1]. Należy jednak podkreślić, że stosowanie kryz pomiarowych wiąże się także z pewnymi ograniczeniami, z których najistotniejsze to znaczne straty ciśnienia oraz duża wrażliwość na zaburzenia profilu prędkości na wlocie układu z kryzą.

Najczęściej spotykanym rozwiązaniem konstrukcyjnym jest kryza standardowa (centryczna, ISA), szczegółowo opisana w artykule [2] oraz w normie ISO 5167-1 [A1]. W warunkach przemysłowych jej dokładność pomiarowa zazwyczaj mieści się w przedziale od 1,5 % do 2 %.

W rzeczywistych warunkach przepływu, gdy nie są spełnione wymagania normy ISO 5167-1, często stosowane są także inne, niestandardowe rodzaje kryz. Należą do nich m.in. kryzy mimośrodowe [3], kryzy wielootworowe [5] oraz segmentowe [4], które są eksploatowane w pomiarach przepływu cieczy zawierających cząstki stałe.

Kluczowym parametrem charakteryzującym wszystkie typy otworów pomiarowych stosowanych do wyznaczania natężenia przepływu jest współczynnik przepływu C . Istotne jest, aby wartość tego współczynnika pozostawała możliwie stała w szerokim zakresie liczb Reynoldsa. Parametr ten definiuje stosunek rzeczywistego natężenia przepływu do wartości teoretycznej odpowiadającej danemu otworowi pomiarowemu. Najczęściej wartość parametru współczynnika C wyznaczana jest z równania Reader-Harris/Gallagher (znanego w bibliografii jako równanie RG) [6] czyli:

$$\begin{aligned}
 C = & 0,5959 + 0,0261 \cdot \beta^2 - 0,216 \cdot \beta^8 + \\
 & + 0,000521 \cdot \left(\frac{10^6 \cdot \beta}{Re} \right)^{0,7} + \\
 & + (0,0188 + 0,0063 \cdot A) \cdot \beta^{3,5} \cdot \left(\frac{10^6}{Re} \right)^{0,3} + \\
 & + (0,043 + 0,08 \cdot e^{-10 \cdot L_1} - 0,123 \cdot e^{-7 \cdot L_2}) \cdot \\
 & \cdot (1 - 0,11 \cdot A) \cdot \left(\frac{\beta^4}{1 - \beta^4} \right) - \\
 & - 0,031 \cdot (M_2 - 0,8 \cdot M_2^{1,1}) \cdot \beta^{1,3} + M_3
 \end{aligned} \quad (1)$$

przy czym: β – współczynnik przewężenia (stosunek średnicy kryzy do średnicy rurociągu), Re – liczba Reynoldsa, D – średnica rurociągu, odległości L_1 i L_2 są bezwymiarowymi odległościami punktów poboru ciśnienia odpowiednio przed i za kryzą, a parametry: A , M_2 i M_3 są obliczane zgodnie z następującymi wzorami [6]:

$$A = \left(\frac{19000 \cdot \beta}{Re} \right)^{0,8} \quad (2)$$

$$M_2 = \frac{2 \cdot L_2}{1 - \beta} \quad (3)$$

Autor korespondujący:

Anna Golijanek-Jędrzejczyk, anna.golijanek-jedrzejczyk@pg.edu.pl

Artykuł recenzowany

nadesłany 10.02.2026 r., przyjęty do druku 26.05.2026 r.



Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 4.0 Int.

$$M_3 = \begin{cases} 0, & D \geq 0,07112 \\ 0,011 \cdot (0,75 - \beta) \cdot \left(2,8 - \frac{D}{0,0254} \right), & D < 0,07112 \end{cases} \quad (4)$$

Wśród prac naukowców można znaleźć propozycje wprowadzenia innych równań empirycznych określających współczynnik C – pewne przybliżenia, jednak nadal są to bardzo skomplikowane zależności, niepozwalające na szybkie i proste, inżynierskie oszacowanie tego parametru.

W przypadku kryzy segmentowej [4] najczęściej stosowanym podejściem jest obliczenie stałej wartości współczynnika przepływu C na podstawie równania:

$$C = \sqrt{1 - \beta^4} \cdot (0,6057 + 0,2214 \cdot \beta^4 + 0,1944 \cdot \beta^8) \quad (5)$$

W tym przypadku współczynnik C jest funkcją tylko jednego parametru β , dla którego przy stałej jego wartości uzyskuje się jedną stałą wartość współczynnika C , co pozwala na łatwe i relatywnie szybkie wyznaczenie wartości tego parametru przepływu.

Podsumowując, współczynnik przepływu C jest istotnym parametrem każdego przepływomierza zwężkowego. Wartość tego parametru zależy od poprawności określenia masowego natężenia przepływu cieczy, wartości współczynnika przewężenia β , geometrii otworu A oraz dokładności pomiaru różnicy ciśnień Δp podczas pomiaru na kryzie pomiarowej. Ze względu na tak wiele zmiennych parametrów naukowcy nieustannie próbują wyjaśnić sposób określania współczynnika C dla dobrze znanych kryz, takich jak kryza ISA, ale także ustalić zależności pozwalające określić wartość współczynnika przepływu C dla kryz o nietypowych kształtach, takich jak kryza segmentowa.

Autorzy niniejszej publikacji postawili sobie za cel wyznaczenie możliwie najprostszej postaci funkcji zależnej wyłącznie od parametru β oraz liczby Reynoldsa Re . Zaproponowana postać ma umożliwić oszacowanie współczynnika przepływu C dla obu rozpatrywanych typów kryz z dokładnością nieprzekraczającą 1,5 %, przy jednoczesnej możliwości weryfikacji uzyskanych wyników poprzez porównanie z danymi uzyskanymi z doświadczeń w laboratorium.

2. Wyniki badań eksperymentalnych

Danymi wejściowymi do zaplanowanych analiz były wyniki eksperymentalne dla obu kryz o współczynniku $\beta = 0,5$ (centrycznej oraz segmentowej) zainstalowanych w stalowym rurociągu DN50 o średnicy D , w odległości 2,3 m ($46 \times D$) przed otworem i 1,8 m ($36 \times D$) za kryzą, w zakresie liczb Reynoldsa od 10 000 do 20 000. Stanowisko pomiarowe, w którym zastosowanym medium była woda, zostało szczegółowo opisane w artykule [3].

W pracy [3] przedstawiono wartości współczynnika przepływu C jako funkcję liczby Reynoldsa, a w pracy [4] dla kryzy segmentowej wartość tego parametru oszacowano na 0,6006. Ponadto w artykule [4] zawarto wyniki testów symulacyjnych przeprowadzonych za pomocą oprogramowania SolidWorks Simulation dla kryzy segmentowej.

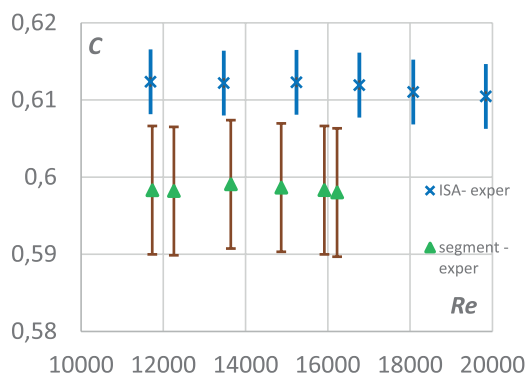
W tabeli 1 przedstawiono wyniki wartości współczynnika przepływu C otrzymanego na podstawie przeprowadzonych badań doświadczalnych.

Uzyskane wyniki pomiarowe przedstawiono na rys. 1 wraz z odpowiadającymi im względnymi niepewnościami pomiarowymi $U(C)/C$ wynoszącymi około 0,7 % [3], które uzyskano dla kryzy ISA oraz 1,4 % dla kryzy segmentowej [8].

Tabela 1. Współczynnik przepływu C

Table 1. Flow coefficient C

Lp.	Kryza	Re [-]	C [-]
1.	ISA	11 688	0,6124
2.		13 468	0,6122
3.		15 237	0,6123
4.		16 766	0,6119
5.		18 077	0,6110
6.		19 840	0,6105
7.	segmentowa	11 732	0,5983
8.		12 257	0,5982
9.		13 642	0,5991
10.		14 868	0,5986
11.		15 916	0,5983
12.		16 226	0,5980



Rys. 1. Charakterystyka pomiarowa $C = f(Re)$ dla badanych kryz z rozszerzoną niepewnością pomiarową

Fig. 1. Measurement characteristic $C = f(Re)$ for the tested orifices with expanded measurement uncertainty

Kryza segmentowa ma niższy współczynnik C – rzędu 0,5984, natomiast dla kryzy ISA jest on nieco wyższy i wynosi około 0,6116 w badanym zakresie liczby Re .

3. Określenie funkcji przybliżonej do wyznaczenia współczynnika przepływu

Celem jest znalezienie funkcji zależnej od współczynnika β oraz liczby Reynoldsa Re pozwalającej na wyznaczenie współczynnika przepływu C z dokładnością względną do 1,5 %. W tym celu zastosowano metodę WLS najmniejszych kwadratów z niepewnościami standardowymi $u(C)$.

Przyjęto zależność współczynnika przepływu od współczynników a , b i c :

$$C(Re, \beta) = a(\beta) + b(\beta)Re^{\alpha-1} + c(\beta)Re^{-\alpha}$$

i funkcję kryterialną, jako:

$$\varphi(a, b, c) = \sum_{i=1}^n \frac{(a(\beta) + b(\beta)Re^{\alpha-1} + c(\beta)Re^{-\alpha} - C_i)^2}{u^2(C_i)} \quad (6)$$

poszukując minimum tej funkcji przy $\alpha = 0,3$.

Korzystając z programu MS Excel zasymulowano gaussowskie rozkłady dla zmiennej C : $n(\mu_i(C_i), u^2(C_i))$, w których przyjęto dla obu kryz jako maksymalne niepewności względne, wartości podane w sekcji 2.

Kolejnym krokiem było oszacowanie za pomocą oprogramowania GNU R do obliczeń statystycznych, wartości średnich współczynników C , a korzystając z metody Monte Carlo wyznaczenie niepewności standardowych parametrów ze wzoru (6) oraz współczynników korelacji.

Wynikiem podjętych analiz jest zaprezentowana zależność (7), która opisuje krzywą pozwalającą na wyznaczenie wartości współczynnika C dla obu kryz:

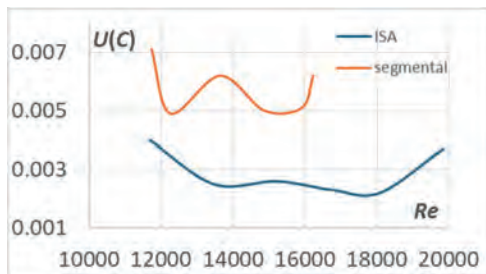
$$C(Re, \beta) = a(\beta) + b(\beta)Re^{-0,7} + c(\beta)Re^{-0,3} \quad (7)$$

gdzie wartości wyznaczonych współczynników $a(\beta)$, $b(\beta)$, $c(\beta)$ zestawiono w tabeli 2.

Otrzymane współczynniki korelacji w obu analizowanych przypadkach wyniosły dla poszczególnych parametrów funkcji (7) odpowiednio: $\rho_{ab} \approx 1$, $\rho_{ac} \approx -1$, $\rho_{bc} \approx -1$.

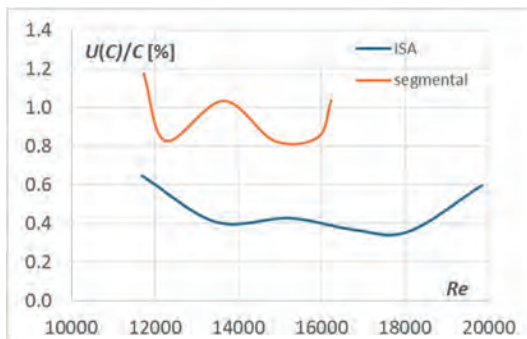
Tabela 2. Współczynniki w funkcji dopasowania
Table 2. Coefficients in the fitting function

Kryza	$a(\beta)$	$b(\beta)$	$c(\beta)$
ISA	0,491	-68,722	3,629
segmentowa	0,271	-207,38	5,320



Rys. 2. Oszacowane wartości niepewności rozszerzonej bezwzględnej $U(C) = f(Re)$ dla dopasowanych krzywych, przy poziomie ufności równym 0,95

Fig. 2. Estimated values of absolute expanded uncertainty $U(C) = f(Re)$ for the fitted curves, at a confidence level of 0.95



Rys. 3. Wartości oszacowanej niepewności rozszerzonej względnej $U(C)/C = f(Re)$ dla dopasowanych krzywych

Fig. 3. Values of estimated relative expanded uncertainty $U(C)/C = f(Re)$ for fitted curves

W celu weryfikacji otrzymanych krzywych oszacowano wartość niepewności rozszerzonej bezwzględnej dla kryzy ISA i kryzy segmentowej bazując na wzorze (7), a otrzymane wyniki przedstawiono na rysunku 2.

Uzyskane wyniki potwierdziły, iż niepewność rozszerzona bezwzględna dla kryzy ISA nie przekracza wartości 0,004, a dla kryzy segmentowej 0,0075.

Wyznaczono także wartość niepewności rozszerzonej względnej dla dopasowanych krzywych w celu sprawdzenia zgodności z postawionymi założeniami. Wyniki tych analiz zaprezentowano na rysunku 3.

Rezultaty przeprowadzonych badań dowiodły, że niepewność rozszerzona względna nie przekroczyła 1,25 % w obu przypadkach, co jest zgodne z postawionymi na początku wymaganiami.

4. Podsumowanie

W publikacjach naukowców można znaleźć propozycje dotyczące zastosowania alternatywnych równań empirycznych do wyznaczania współczynnika przepływu C . Stanowią one jednak jedynie pewne przybliżenia, a wynikające z nich zależności pozostają nadal bardzo złożone i nie pozwalają na szybkie oraz proste oszacowanie tego parametru w praktyce inżynierskiej.

Otrzymane przez autorów wyniki badań oraz przeprowadzonych analiz potwierdzają jednoznacznie postawioną hipotezę, iż jest możliwe opisanie zależności umożliwiającej wyznaczenie współczynnika przepływu C w znacznie prostszej postaci w badanym zakresie liczby Reynoldsa niż zaprezentowane przez Reader-Harris/Gallagher. Zaproponowana funkcja jest zależna tylko od dwóch parametrów, tj. od współczynnika przewężenia β oraz liczby Reynoldsa Re .

Ponadto dowiedziono, iż zaproponowana zależność (7) pozwala na szybkie, inżynierskie oszacowanie wartości współczynnika przepływu C z niepewnością rozszerzoną względną nie przekraczającą wartości 1,5 % niezależnie od typu analizowanej kryzy (w tym przypadku kryzy centrycznej i segmentowej).

Podziękowania

Publikacja w ramach projektu finansowanego ze środków budżetu państwa w ramach programu Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego pod nazwą Wektory Nauki nr projektu WNK/SP/0311/2025/01 kwota finansowania projektu: 276 232,00 zł całkowita wartość projektu: 635 552,00 zł.

Bibliografia

- Long J., Weng Q., Hong W., Cao Z., Zhou P., Xie X., *Fast water flow in laser micromachined microgrooves with nonuniform surface wettability*, "Experimental Thermal and Fluid Science", Vol. 103, 2019, 9–17, DOI: 10.1016/j.exptthermfluidsci.2018.12.031.
- Ghorbani H., Wood D.A., Choubineh A., Tatar A., Abarghoyi P.G., Madani M., Mohamadian N., *Prediction of Oil Flow Rate through an Orifice Flow Meter*, "Petroleum", Vol. 6, No. 4, 2018, 404–414, DOI: 10.1016/j.petlm.2018.09.003.
- Golijanek-Jędrzejczyk A., Mrowiec A., Hanus R., Zych M., Świsulski D., *Uncertainty of mass flow measurement using centric and eccentric orifice for Reynolds number in the range $10,000 \leq Re \leq 20,000$* , "Measurement", Vol. 160, 2020, DOI: 10.1016/j.measurement.2020.107851.
- Golijanek-Jędrzejczyk A., Mrowiec A., Hanus R., Zych M., Heronimczak M., Świsulski D., *The assessment of metrological properties of segmental orifice based on simulations and experiments*, "Measurement", Vol. 181, 2021, DOI: 10.1016/j.measurement.2021.109601.

5. Golijanek-Jędrzejczyk A., Mrowiec A., Kleszcz S., Hanus R., Zych M., Jaszczur M., *A numerical and experimental analysis of multi-hole orifice in turbulent flow*, "Measurement", Vol. 193, 2022, DOI: 10.1016/j.measurement.2022.110910.
6. Sravani V., Santhosh Krishnan V., *Soft sensor for an orifice flowmeter in presence of disturbances*, "Flow Measurement and Instrumentation", Vol. 86, 2022, DOI: 10.1016/j.flowmeasinst.2022.102178.

Inne źródła

- A1. ISO 5167-2:2003, *Measurement of Fluid Flow by Means of Pressure Differential Devices Inserted in Circular Cross-Section Conduits Running Full—Part 2: Orifice Plates*; International Organization for Standardization (ISO): Geneva, Switzerland, 2003.

Determining the Flow Coefficient of Non-Standard Orifices and ISA Orifices

Abstract: The article determined the value of the flow coefficient C for two types of orifices with the same ratio of orifice diameter to pipe diameter of 50 mm based on the results of experiments and numerical simulations. Equations were also proposed to determine the value of this coefficient in an engineering manner (with an accuracy not exceeding 1.5%) in the range of Reynolds numbers from 10,000 to 20,000.

Keywords: liquid, estimating, flow, orifice

dr hab. inż. Anna Golijanek-Jędrzejczyk

anna.golijanek-jedrzejczyk@pg.edu.pl
ORCID: 0000-0003-2151-3414

Pracuje w Katedrze Metrologii i Systemów Informatycznych na Wydziale Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej. Jej zainteresowania naukowe obejmują metrologię i techniki pomiarowe, w szczególności pomiary przepływu masowego cieczy z wykorzystaniem kryzy, badania przepływów dwufazowych ciecz-gaz oraz zagadnienia szacowania niepewności pomiaru wielkości elektrycznych i nieelektrycznych. Autorka i współautorka ponad 60 publikacji naukowych, patentów i wdrożeń oraz realizatorka projektów badawczych.



dr inż. Andrzej Mrowiec

a.mrowiec@uniwersytetkaliski.edu.pl
ORCID: 0000-0002-4303-6818

Pracownik Wydziału Politechnicznego Uniwersytetu Kaliskiego. Jego zainteresowania naukowe koncentrują się głównie na problemach związanych z metrologią przepływu płynów. Szczególnie na wykorzystaniu przepływomierzy spiętrzających do pomiarów jednofazowych (ciecz lub gaz), dwufazowych (ciecz-gaz) w tym również zawieszin (ciecz-ciało stałe). Autor i współautor wielu publikacji z tego zakresu w czasopiśmie naukowych polskich i zagranicznych.



dr inż. Jacek Puchalski

j.puchalski@gum.gov.pl
ORCID: 0000-0002-5055-8550

Absolwent Wydziału Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej (1986 r.) oraz Wydziału Elektroniki (1988 r.) Politechniki Warszawskiej. W latach 1987-1995 asystent na Politechnice Warszawskiej, w 1995 r. obronił pracę doktorską. Kolejne 10 lat pracował w branży nowych technologii w firmach produkujących i importujących kasy rejestrujące. Przygotowywał i uczestniczył w certyfikacji nowych modeli kas w Ministerstwie Finansów oraz prowadził szkolenia i serwis urządzeń fiskalnych. Od 2006 r. pracuje w Głównym Urzędzie Miar. Zajmował się zatwierdzeniem typu i oceną zgodności taksometrów elektronicznych i mierników prędkości w ruchu drogowym, a obecnie jako główny metrolog rozwija metody matematyczne szacowania niepewności pomiarowych.

